

افليد ۲۹۶

2



تحرير اقليدس في الهندسة الطولية في بلدة روما
في سنة ١٥٥٤ الميلادية

١٩٥٩
١٥٧٤
٢٢٩

BIRNOS-DANIYE KUTUPHANESI	
Yeni K. No.	
Eski K. No.	
Tasit No.	

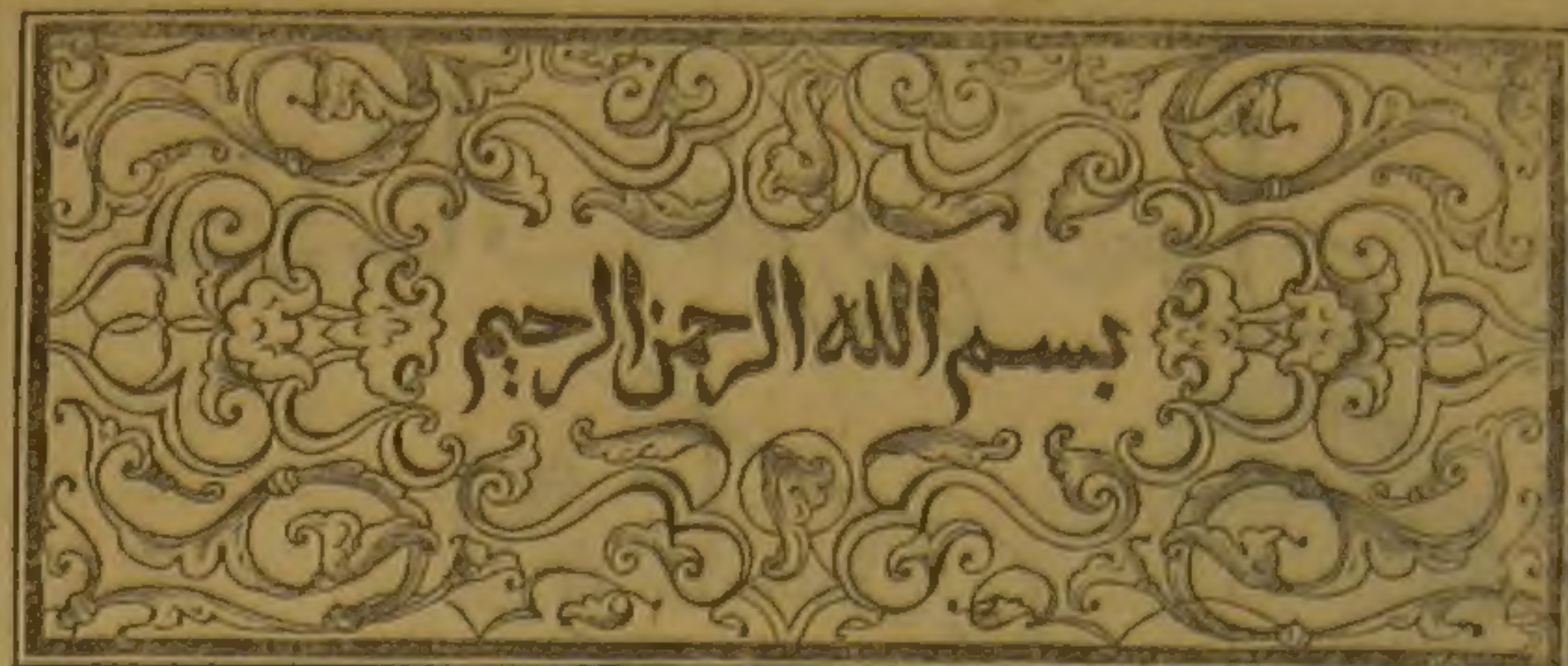
٤٩٦٤



BIRNOS-DANIYE KUTUPHANESI	
Kesim	V. D.
Yeni K. No.	2528
Eski K. No.	2463
Tasit No.	

وصف كتاب داره العدالة جركر سطة السالة السلطان بن سلطان
الوسعد عثمان خان بن سلطان مصطفى خان ام سعده واماله
وطال عمره واماله واما الداعي لدولته الخ الخ
حرف المعين فاف بحسن المحرم
عمره





وبه نشق ونستعين

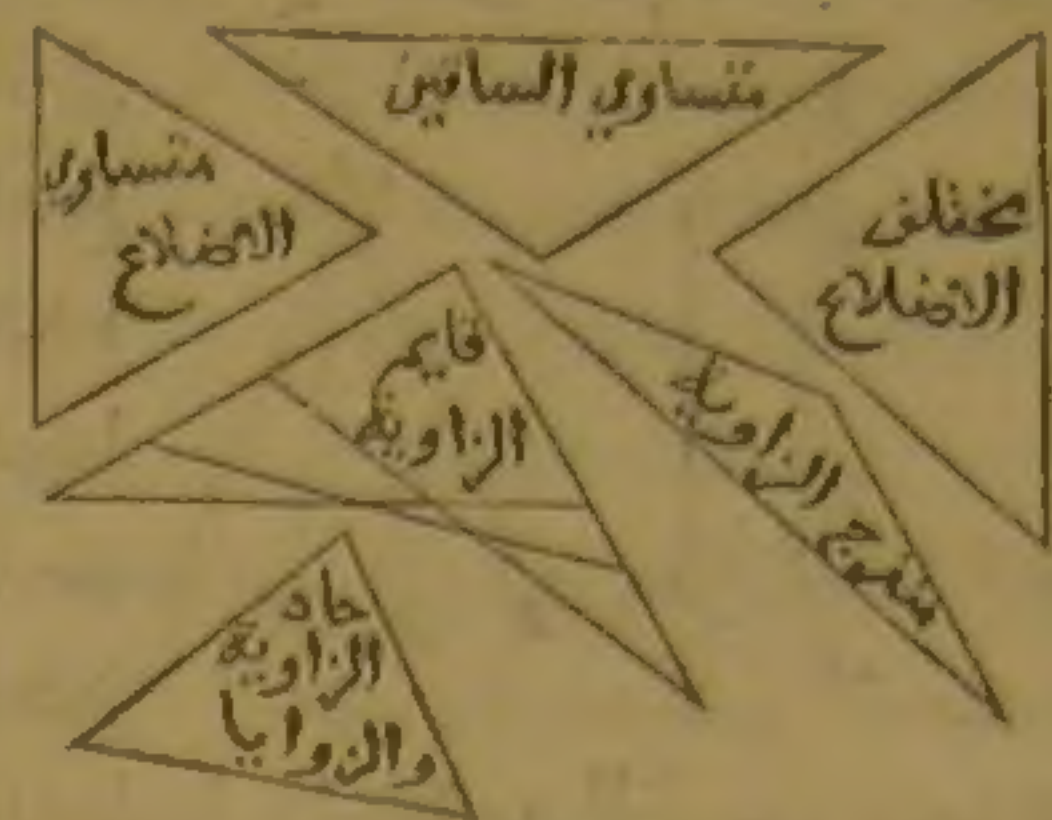
وبعد فان العلوم الرياضية التي هي واسطة عقد الحكمة النظرية تنقسم الى اربعة اقسام الهندسة والارتماطيق والموسيقى والجسطي وهو غايتها وكان كتاب الاصول الذي يقال له الاستقص لتحرير سائر العلوم الرياضية اليه في سالف الايام مرتباً على خمس عشرة مقالة قال بعد ملوك اليونان الي حله فاستعصى عليه فاخذ يتنسم اخبار الكتاب من كل وارد من اهل العلم عليه فاشار بعضهم الي رجل في بلد الصور يقال له اقليدس انه مبرز في علمي الهندسة والحساب فطلبه الملك وامره بتهديب الكتاب وترتيبه فهدبه وترتبه على ثلث عشر مقالة واشتهر الكتاب باسمه وحذف المقالتين الاخيرتين لان مسائلهما كانت من المقدمات التي يتوقف عليها براهين نسب الجسمات المذكورة في المقالة الثالثة عشر وكيفية رسم الاشكال المذكورة فيها بعضها في بعد وكانت كلها تستبين منا ومن غيرها ومن المقالات المقدمة عليها وكان الكتاب موضوعاً لان يوضع فيه الاصول دون الفروع اذ هي غير متناهية ولذلك عدت قضايا لم تتبين الا في هذا العلم من الاصول الموضوعه لما كانت ظاهرة البيان من مسائيل الكتاب ثم نشأ بعد زمان بعسقلان رجل يقال له انسقلاوس برز في العلوم الرياضية والحق المقالتين بالكتاب بعد تهذيبهما فصار الكتاب بهما خمس عشرة مقالة ثم نقل الي العربية مرتباً على خمس عشرة مقالة واشتهر من النسخ المتقولة نسختان بين علماء هذه الصناعة احديهما في التي اصاحبها ثابت بن قرة الحراي والاخري هي التي نقلها واصاحبها حجاج بن مطر ثم اخذ في تهذيب الكتاب جماعة كثيرة من المتأخرين طلباً للايجاز والايضاح فحذف بعضهم دواوي اشكال الكتاب وقنع بالمثال وبعضهم حذف بعض مسائله اعتقاداً منه بانه معلوم من باقي الكتاب وبعضهم جمع اشكالا عدة في شكل واحد وبعضهم استخرج من القوة الي الفعل بعض ما امله اقليدس

اقليدس مما يتوقف عليه براهين اشكال الكتاب اعتماداً على اذهان من يحاول حله ومراعاة لطريقته في هذا الكتاب وبعضهم مع ذلك اشار الي عدد الاشكال المتقدمه مما يتوقف عليه براهين الاشكال المتأخرة بالرقوم من حروف ابجد فجعل بعضهم الحروف في متن الكتاب وبعضهم كتبها على الحواشي وفي اننا السطور فلما تداولته الايدي صحت الحروف التي كانت في المتن وتركت التي كانت على الحواشي وفي اننا السطور وكان الكتاب من الكتب المحتاجة الي التفسير والايضاح لسهولة ذلك على الطلبة الانتفاع به ثم اني لما تأملت فيما حكته قوي عزمي على ان ارتب الكتاب على ثلث عشرة مقالة كما فعله اقليدس واسلك فيه طريقة جامعة بين المتن والشرح واستخرج جميع ما هو بالقوة الي الفعل مما يتوقف عليه براهين اشكاله وافصل مقدماتها بعضها عن البعض على ترتيب صناعي وانبه على اختلاف وقوع كل شكل له اختلاف وقوع وعلى الاستبانة ان كانت وامر عنها مسائيل المقالتين الاخيرتين بالاشارة اليها واحيل على كل شكل يقع مقدمة لبراهين بعض اشكال الكتاب بالكتابة لا بالرقوم واذكر عدده فقط ان كانت المقدمة والنتيجة من مقالة واحدة وعدد المقالة مع ذلك ان كانتا من مقالتين واكرر شكلاً واحداً مراراً كثيرة في مسألة واحدة اذا وقع الاحتياج اليه ليكون الكتاب بذلك كاملاً في نصابه وجامعاً لمقاصد طلابه واسأل الله تعالى في جميع ذلك العصمة عن العواید في الرواية والصون عن طغيان العلم في الكتاب انه علي كل ذلك قدير وبالاجابة جدير وها انا شرعت فيما حكته

المقالة الاولى في البنية بشكل

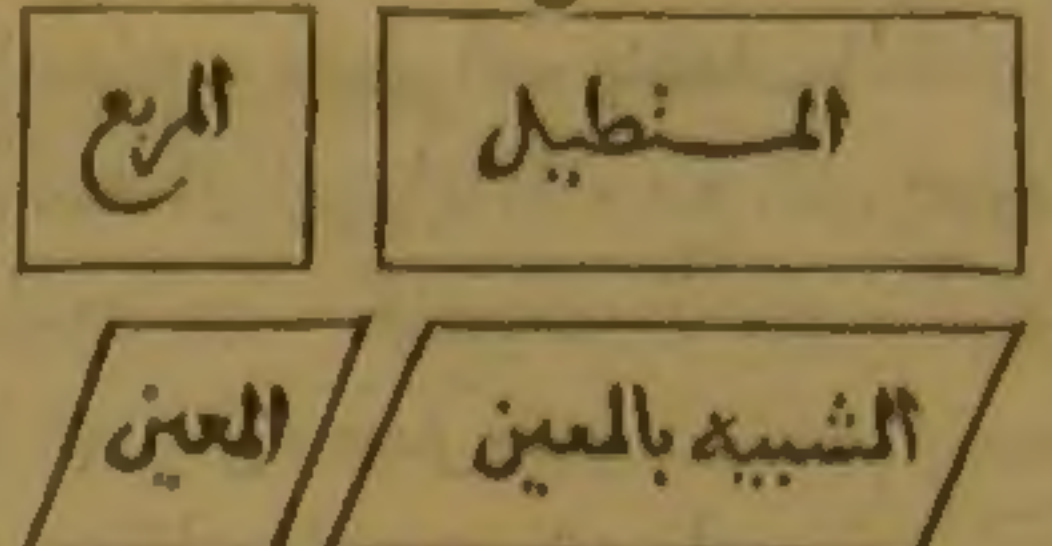
لكل علم موضوع ومباد ومسائيل وموضوع كل علم ما يبحث فيه عن اعراضه الذاتية وهي المحولات التي يحق الشيء لذاته او لحزوه او لما يساويه من المحولات الخارجة عنه والمبادي اما حدود موضوعاته او قضايا هي مقدمات براهين مسائله اما مبنيه في ذلك العلم من غير ان يستلزم الدور او في علم اخر ويقدم في اوائل الكتب مجردة عن البراهين وقد يقدم معها لاعلي انها من براهين ذلك العلم ويسمي مصادرات واصولا موضوعه واما مبنيه بذواتها ويسمي علومها متعارفه والمسائيل هي قضايا يبرهن فيها على اثبات محولاتها لموضوعاتها او سلبها عنها وموضوع هذا العلم الكم المتصل والمنفصل من حيث يعرض لحزبائهما بعضها الي بعض نسب وضافة واما الحدود والنقطة شي ما ذو وضع لا ينقسم في الخارج والمعني بالوضع كون الشيء قابلاً للاشارة اليه والحط عظم له

بالاستبانة فالجز يساوي كله هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين

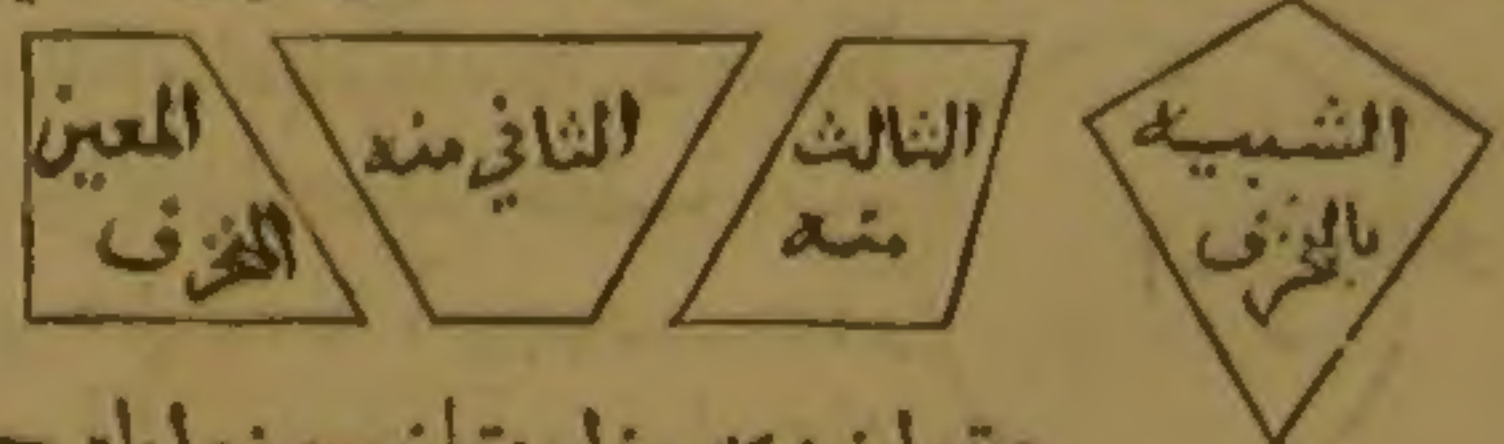


والاشكال المستقيمة الخطوط المثلث وهو ما يحيط به ثلثة خطوط مستقيمة ثم ذو الاربعة الاضلاع وهو الذي يحيط به اربعة خطوط مستقيمة ثم ذو الاضلاع الخمسة ويقال له الخمس ثم المسدس ثم السبع وهلم جرا اما المثلث فينقسم الى

ستة اقسام بحسب الاضلاع والزوايا اما بحسب الاضلاع فان كانت اضلاعه متساوية يسمى متساوي الاضلاع وان كان اثنان منها فقط متساويين يسمى متساوي الساقين والا يسمى مختلف الاضلاع واما بحسب الزوايا فيسمى قائم الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط قائمة ويسمى منفرجة الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط منفرجة ويسمى حاد الزوايا ان كانت كل واحدة من زواياه حادة واما ذو الاربعة الاضلاع فينقسم الى قسمين احدهما ان كل متقابلين من اضلاعه متوازيين والثاني ان لا يكون كذلك اما القسم الاول فانه المربع وهو الذي كل واحد من زواياه قائمة وجميع اضلاعه متساوية ومنه المستطيل وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل من زواياه قائمة وكل ضلعين من اضلاعه المتقابلين متساويان ومنه المعين وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع متساوية ولتست زاوية من زواياه قائمة وكل متقابلين من اضلاعه متساويان وكل من زواياه المتقابلة متساوية ومنه الشبيه بالمعين وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل متقابلين منها متساويان ولتست زاوية من زواياه قائمة



والمتقابلتين منها متساويتان وهذه صورتها واما القسم الثاني فينقسم الى قسمين احدهما ان يكون ضلعان من اضلاعه المتقابلين متوازيين والضلعان الباقيان متلاقيان بالقوة والثاني ان لا يوجد ضلعان من اضلاعه متوازيين اما الاول فهو المعين ويقال له المنحرف وهو على ثلثة اقسام احدها ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين وضلعان غير متوازيين وزواياه قائمتان وزاوية منفرجة والاخرى حادة



متوازيين وزاويتان من زواياه حادتان متساويتان والباقيتان

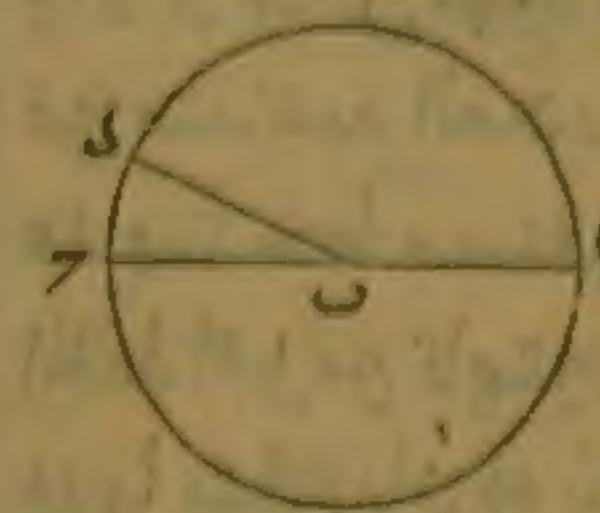
والباقيتان منفرجتان متساويتان والثالث ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين والباقيين غير متوازيين وزاويتان من زواياه منفرجتان مختلفتان والباقيتان حادتان مختلفتان وهذه صورتها واما الثاني فيسمى الشبيه بالمنحرف وهذه صورته

الاصول الموضوعية

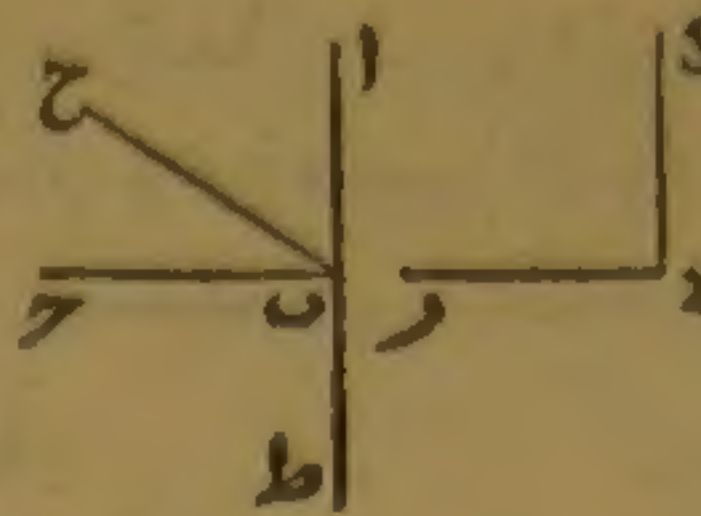
واما الاصول الموضوعية فقد تبين في العلم الالهي ان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والمستدير والسطح المستوي والمستدير موجود لاستلزام وجود الكرة المتحركة اياها وهو محدد لجهات وجودها والفصل المشترك بين كل خطين نقطة لانها نهاية كل منهما وبين كل سطحين خط لانها نهاية كل منهما لتب ان نفرض على كل خط وسط نقطة لانه منتهى الاشارة الحسية وتب ان نصل بين كل نقطتين بخط مستقيم كان او غيره تب كل نقطتين لنا ان نفرض بينهما نقطة على سميتهما ونفرض ان ينطبق على احد النقطتين نقطة ونسيرها الى النقطة الاخرى بحيث تجتاز على النقطة المفروضة عليهما مسامتة اياها في جميع زمان حركتها الى ان تنتهي الى النقطة الاخرى فسير كل نقطة خط مستقيم لانه طول ولا عرض له والنقطة التي نفرض عليه بعضها على مقابلة بعض واستبان منه ان لنا ان نفرض خطا مارا بآي نقطة نفرض ولا يمكن ان يتصل خطان مستقيمان بخط مستقيم في جهة واحدة من احدي نهايتيهما كل منهما على استقامته بحيث يكون كل واحد معه خطا مستقيما والا فليكن الخط المستقيم ا ب والمتصل به على استقامته خط ب ج ونرسم على نقطة ب وببعد اقصى خط من الخطوط ا ب ب ج د

دايرة احد وكل واحد من خطي ا ب ج د خط مستقيم مارا بمركز الدائرة منته في جهتيه الى المحيط وكل منهما قطر دايرة احد فلهذا دايرة واحدة

نصفان احدهما اعظم من الاخر هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين تب ان نخرج خطا مستقيما ذا نهاية على استقامته الى اي حد شئنا في جهتيه لانا لو فرضنا نقطة على الخط كانت مع نقطة النهاية على سمت واحد ثم نفرض نقطة كم شئنا على سمت النقطتين المفروضتين ونفرض انطباق نقطة على النقطة المفروضة اولا ونسيرها بحيث تجتاز على النقطة المفروضة فسيرها خط مستقيم والخطوط المستقيمة والسطوح المستوية ينطبق كل على مثله تب كل زاوية قائمة مستقيمة الخطين فهي متساوية لكل زاوية قائمة مستقيمة الخطين غيرهما ليمكن كل من زاويتي ا ب ج د ه قائمة ونفرض انطباق ه على نقطة ب بحيث ينطبق



خط $\overline{د ه}$ خط $\overline{أ ب}$ فان انطبق خط $\overline{د ه}$ على خط $\overline{ب ح}$ فقد خف
الخبر والا فليقع فيما بين خطي $\overline{أ ب}$ و $\overline{ب ح}$ كخط
 $\overline{ب ح}$ ونخرج $\overline{أ ب}$ على استقامته في جهة $\overline{ب}$ الى
نقطة $\overline{ط}$ فلان خط $\overline{ب ح}$ المستقيم وقع على خط
 $\overline{أ ب}$ وزاوية $\overline{أ ب ح}$ قائمة فزاوية $\overline{ح ب ط}$ ايضا
قائمة اذ لا مبدل لخط $\overline{ب ح}$ الى احدي جهتي $\overline{أ ط}$



ولان خط $\overline{ب ح}$ وقع على خط $\overline{أ ط}$ وحدث عن احدي جانبيه زاوية
 $\overline{أ ب ح}$ القائمة فلا مبدل له الى احدي جهتي $\overline{أ ط}$ والا لكانت زاوية $\overline{ب ح د}$
حاددة او منفرجة وهي قائمة هذا خلف فزاوية $\overline{أ ب ح}$ تساوي زاوية
 $\overline{ح ب ط}$ لكن زاوية $\overline{أ ب ح}$ اصغر من زاوية $\overline{أ ب د}$ فهي اصغر من زاوية $\overline{ح ب ط}$
المساوية لزاوية $\overline{أ ب ح}$ فزاوية $\overline{ح ب ط}$ المساوية لزاوية $\overline{أ ب ح}$ اصغر من
زاوية $\overline{ح ب ط}$ فبصير كل الشئ اصغر من جزئه هذا خلف فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين $\text{كل واحد من المقادير يزداد بازدياد اجزائه}$
فلو كانت اجزاء مقدار واحد غير متناهية العدد وهي متساوية
المقدار فذلك المقدار غير متناه فلا شئ من المقادير المتناهية يمكن ان
ينقسم الى اقسام متساوية المقدار غير متناهية العدد فكل مقدارين
محدودين من جنس واحد مختلفين بالعظم والصغر فاعظمهما مثل
الصغير ومثل فضلة في اصغر من الصغير واما ضعف الصغير او ضعفه
مع فضلة في اصغر من الصغير واما اضعاف الصغير او اضعافه مع
فضلة في اصغر من الصغير وكل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم
والصغر فالصغير يصير اعظم من العظم بالتضعيف مرة بعد اخرى
والا لا يمكن وجود مقدار محدود ان ينقسم الى اجزاء متساوية المقدار
غير متناهية العدد وذلك محال لما مر $\text{كل خطين مستقيمين وقع}$
عليهما خط مستقيم وصير الزاويتين الداخلتين في جهة واحدة من
الخط اقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا في تلك الجهة الى غير النهاية
فهما يتلاقيان $\text{وهذه القضية ليست من العلوم المتعارفة بل هي من}$
القضايا التي تحتاج الى اقامة البرهان على صحتها ببعض مسايل الكتاب
من غير دور وقد استنبطت لاثباتها برهانا اذكره في موضع يليق
اي راده به ان شاء الله تعالى

العلوم المتعارفة

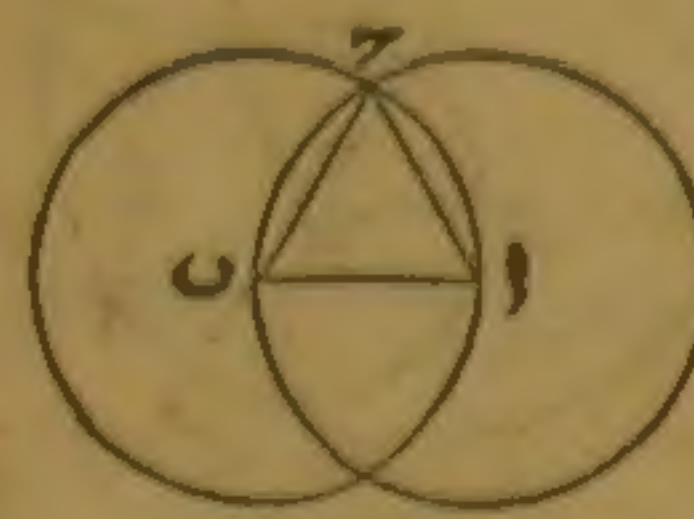
واما العلوم المتعارفة $\text{الاشياء المساوية لشي واحد متساوية}$
واذا زيد على المتساوية حصلت متساوية $\text{واذا نقص من المتساوية}$
متساوية بقيت متساوية $\text{واذا زيدت على غير المتساوية او نقص}$
عنه المتساوية حصلت او بقيت غير متساوية $\text{الاشياء التي في اضعاف}$
بعده

بعدة واحدة لشي بعينه او اجزاء له بعدة واحدة فهي متساوية
والاشياء التي لا يتصل بعضها بالتطنيف على بعض مع اتحاد احد
اطرافها فهي متساوية $\text{والكل اعظم من جزئه}$ الاشكال

لنا ان نعمل على اي خط مستقيم محدود مفروض

مثلثا متساوي الاضلاع

فليكن الخط $\overline{أ ب}$ فنرسم على نقطة $\overline{أ}$ وببعد $\overline{أ ب}$ دائرة $\overline{ب ح}$ وعلى نقطة

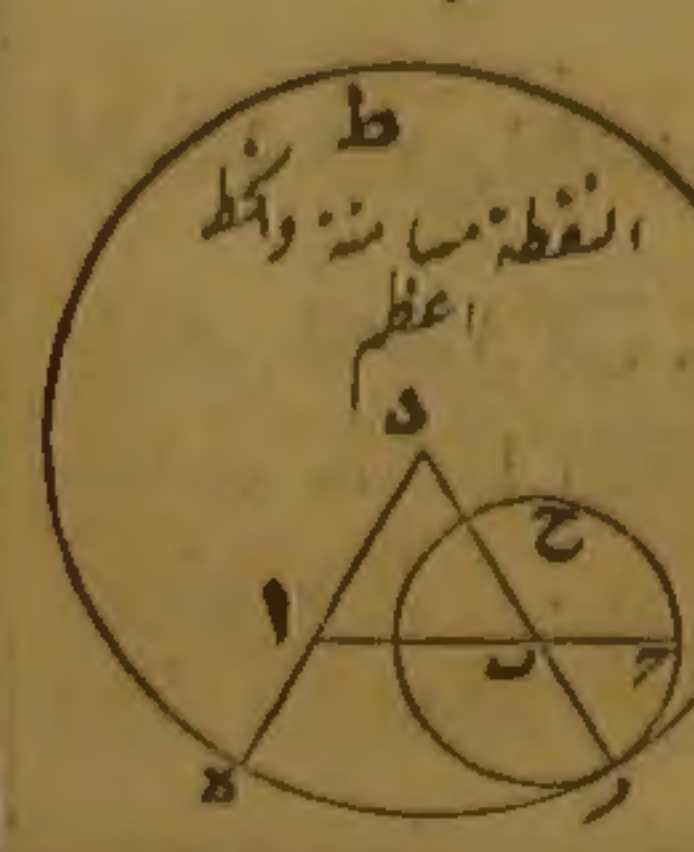
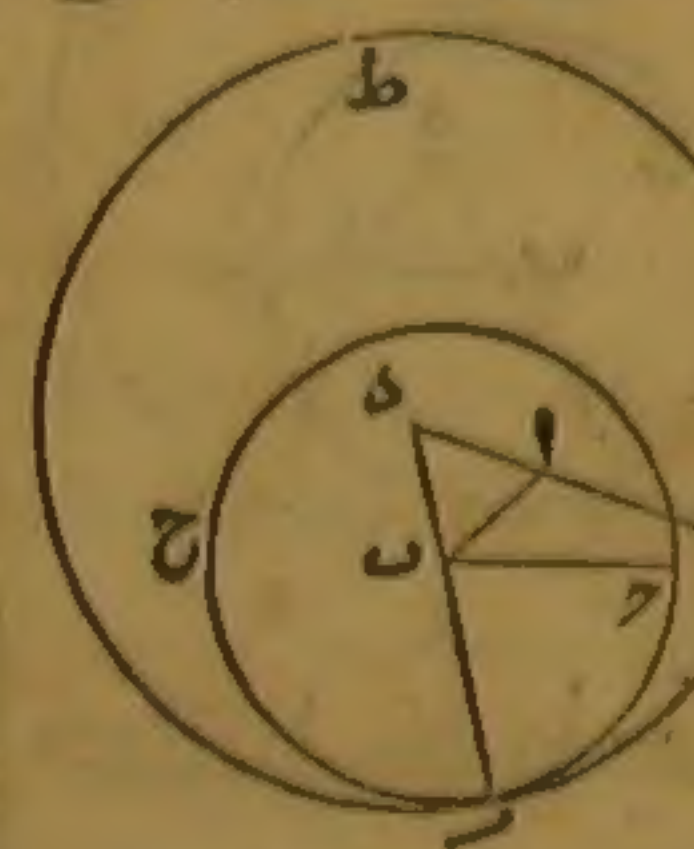


$\overline{ب}$ وببعد $\overline{ب أ}$ دائرة $\overline{أ ح}$ فليقطع محيط $\overline{أ ب}$
هما محيط الاخرى والا لوقع مركز دائرة $\overline{أ ح}$
مثلا على محيطها او خارجا عنه هذا خلف
فليكن الفصل المشترك نقطة $\overline{ح}$ ونصل بينها
وبين كل واحد من نقطتي $\overline{أ ب}$ بخط مستقيم

فاقول ان مثلث $\overline{أ ب ح}$ متساوي الاضلاع برهانه فلان الخطوط
المستقيمة الخارجة من المركز الى المحيط متساوية فخطا $\overline{أ ح}$ و $\overline{ب ح}$ يساويان
خط $\overline{أ ب}$ لان الاشياء المساوية لشي واحد متساوية فاضلاع مثلث $\overline{أ ب ح}$
متساوية وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نضيف الى اي نقطة مفروضة كانت خطا

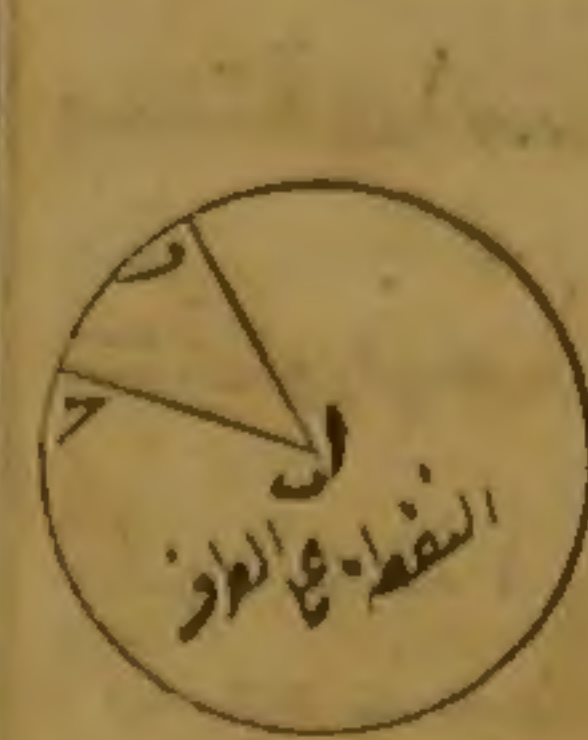
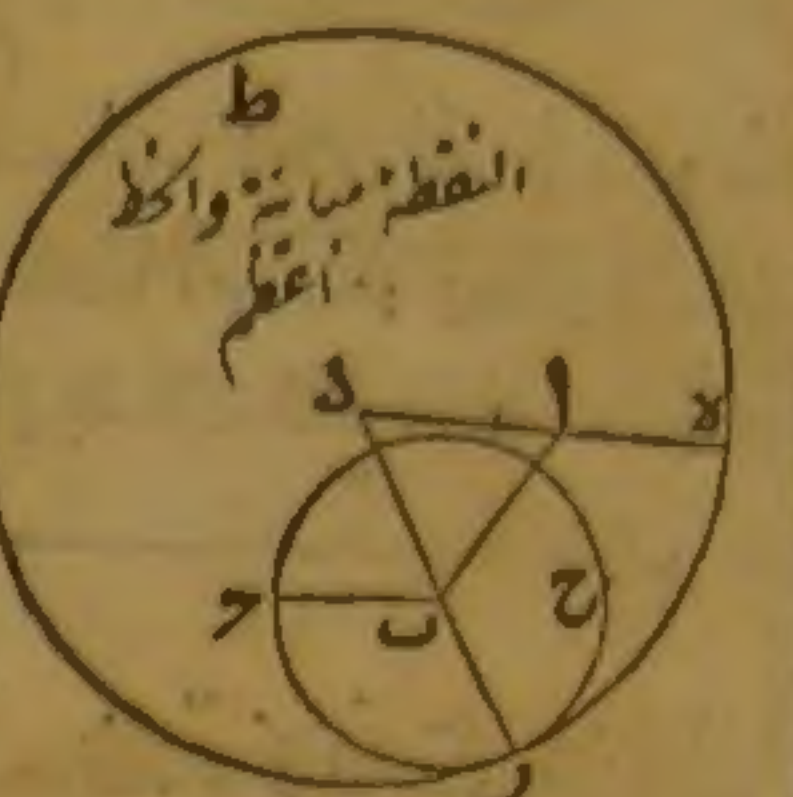
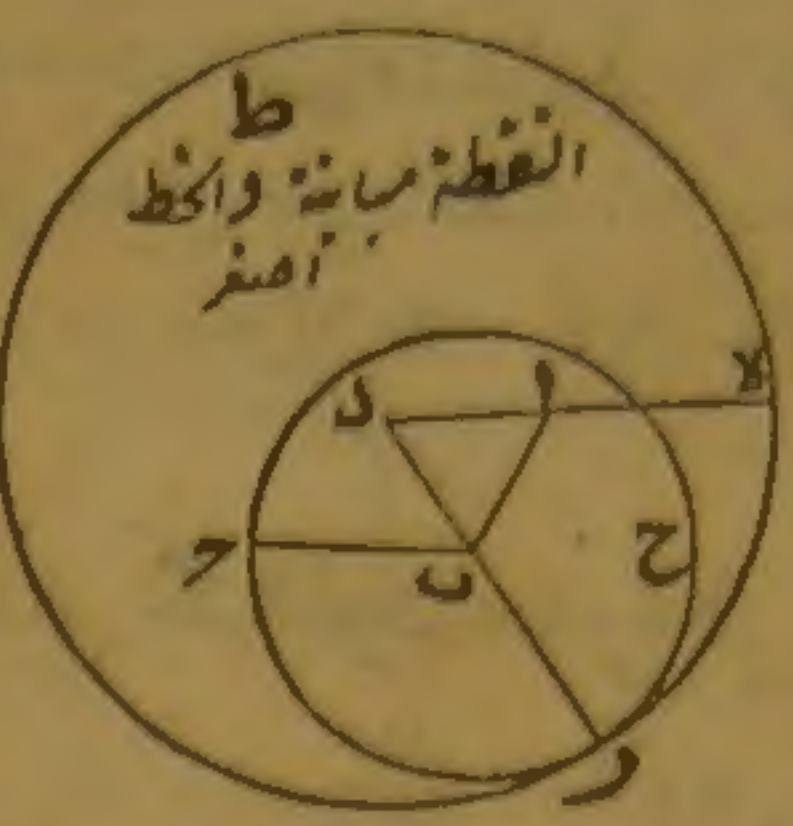
مستقيما مساويا لخط مستقيم محدود من بشرط



كونهما في سطح واحد

ليكن النقطة $\overline{أ}$ والخط $\overline{ب ح}$ فنصل بين نقطتي
 $\overline{أ ب}$ بخط مستقيم ونرسم عليه مثلثا
متساوي الاضلاع وهو $\overline{أ ب ح}$ بالشكل المتقدم
ونخرج ضلعي $\overline{أ ب}$ و $\overline{أ ح}$ في جهتي $\overline{أ ب}$ على
استقامتهما الى غير النهاية ونرسم على $\overline{ب}$
وببعد $\overline{ب أ}$ دائرة $\overline{ح د}$ فليقطع لا محالة
ضلع $\overline{أ ح}$ المخرج على نقطة وليكن نقطة $\overline{د}$
وضلع $\overline{أ ب}$ المخرج من نقطته ونرسم على
نقطة $\overline{د}$ وببعد $\overline{د ح}$ دائرة $\overline{د ه}$ فهي تقطع
ضلع $\overline{أ ح}$ المخرج على نقطة وليكن النقطة $\overline{ه}$
فاقول ان خط $\overline{أ ه}$ يساوي $\overline{ب ح}$ برهانه

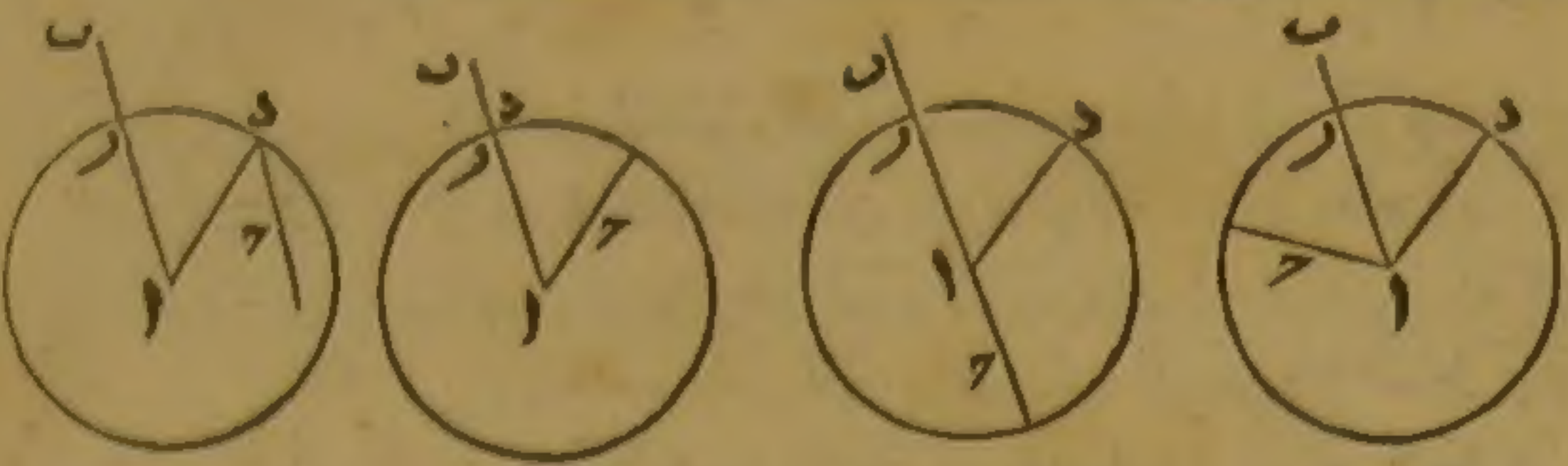
فلان ب مركز دائرة حـ حـ خط بـ حـ خط
بـ حـ ولان د مركز دائرة ر هـ خط د هـ خط
در فاذا القينا منهما خطي د ا د ب المتساويين
كل من خطي بـ حـ خط ا هـ خط بـ حـ وكان
بـ حـ خط بـ حـ خط ا هـ خط بـ حـ وذلك ما
اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة آ اما
ان تقع مبانبه لبـ حـ او غير مبانبه والمبانبه
اما غير مسامتة لبـ حـ او مسامتة له وغير
المبانبه اما على الخط او على طرفه فعلى
تقديري الاول والثاني خط آ ب ان كان اصغر
من خط بـ حـ فحيط الدائرة حـ حـ يكون
نقطة آ كما مثلنا وان كان مساويا له فيمر على
نقطة آ وان كان اعظم منه فيقطع خط آ ب
وعلى تقدير الثالث فلا يحتاج الى ان نصل
بين نقطتي آ ب بخط مستقيم والعمل
والبرهان في الكل واحد وعلى التقدير الرابع
نرسم على نقطة آ وببعد آ دائرة حـ حـ ونصل
بين نقطتي آ ب بخط مستقيم فهو مساو
لخط بـ حـ وهذه صورته



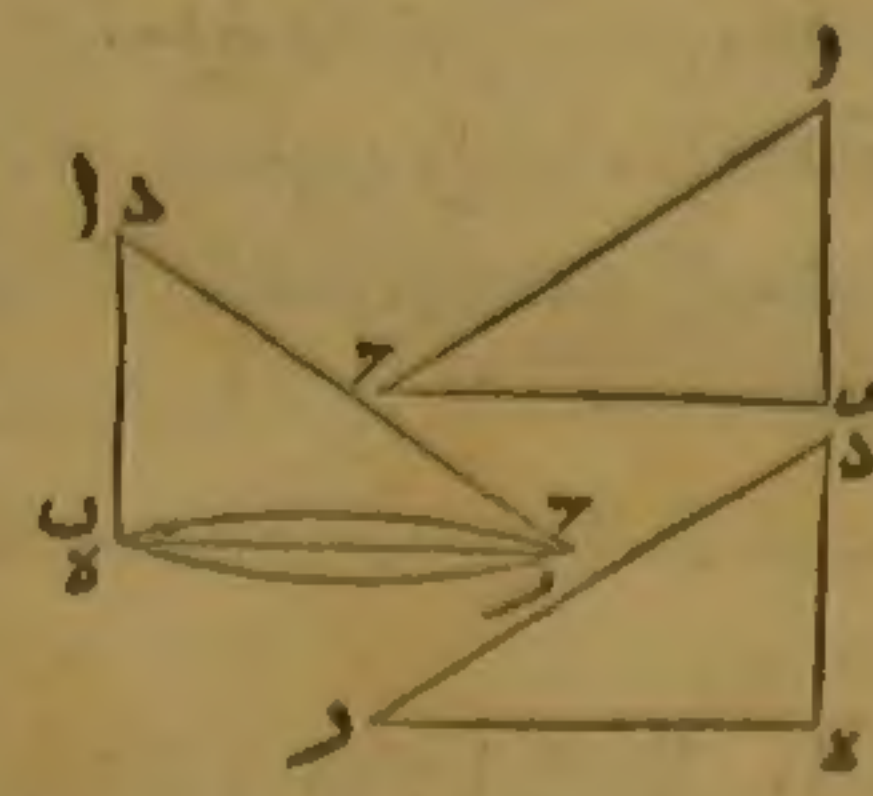
كل خطين مستقيمين مختلفين في الطول
فلنا ان نفصل من اطولهما مثل اقصرهما

ولكن الاطول آ ب والاقصر حـ فنضيق الى نقطة آ خط آ د يساوي
خط حـ بالشكل المتقدم ونرسم على نقطة آ وببعد آ دائرة ر د فيقطع
محيطها خط آ ب على نقطة وليكن نقطة ر فيمر محيطها على خط آ ب
فليمر على نقطة ر فاقول ان خط آ ر خط حـ برهانه فلان آ مركز
دائرة

دائرة ر د فخط آ ر خط آ د وكان خط حـ كخط آ د فخط
آ ر كخط حـ وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان من الجائز ان ينطبق
خط آ د على خط آ ب الا ان البرهان واحد
ولووضحه لم نورد له شك كلاً



كل مثلث تساوي ضلعان وزاوية بينهما
ضلعين وزاوية بينهما من ثلث آخري كل لنظيره
فالضلعين الباقيين والزوايا الباقية المتناظرة
متساوية والمثلث كالمثلث

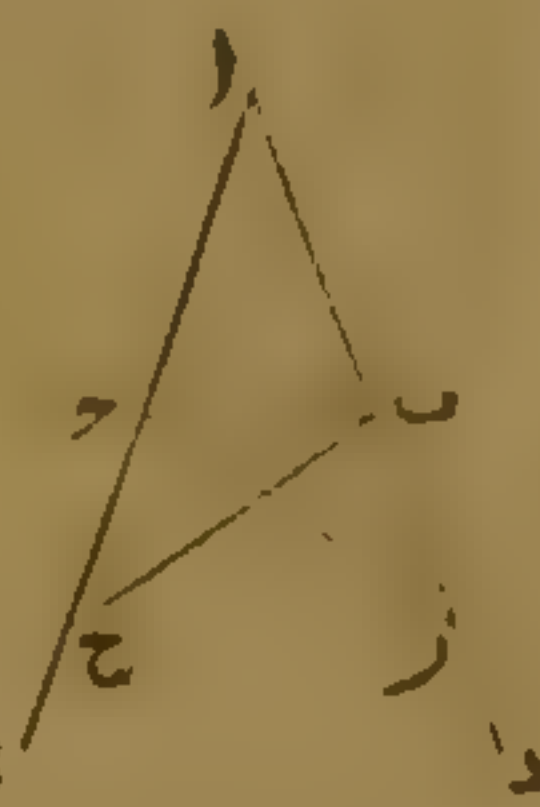


ولكن ضلعا آ ب حـ وزاوية بـ حـ حـ من
مثلث آ ب حـ يساوي ضلعي د ر و
زاوية د ر و من مثلث د ر و كل لنظيره
فاقول ان ضلع بـ حـ كضلع د ر وزاوية
آ ب حـ كزاوية د ر وزاوية آ ب حـ كزاوية
د ر و مثلث آ ب حـ كمثلث د ر برهانه فلانا اذا ركبنا مثلث
آ ب حـ على مثلث د ر بحيث يماس بحيث يقع نقطة بـ على نقطة د
وضلع آ ب على ضلع د ر فيقع نقطة آ على نقطة د لتساوي ضلعي
آ ب د فينطبق ضلع آ حـ على ضلع د ر لتساوي زاوية بـ حـ حـ د ر و
تقع نقطة حـ على نقطة ر لتساوي آ حـ د ر فينطبق بـ حـ حـ على د ر والا
لوقع داخل المثلث او خارجه وايا ما كان يلزم احاطة خطين
مستقيمين بسطح هذا خلف فاضلاع مثلث آ ب حـ وزواياه انطبقت
على اضلاع مثلث د ر وزواياه كل على نظيره فالحكم ثابت وذلك ما
اردنا ان نبين

كل زاويتين فوق القاعدة من كل مثلث

متساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان
تحدثان تحتها ان اخرج الساقان علي استقامتهما

في جهة القاء د د



فلينك المثلث ABC متساوي ساق AB و AC واخرج
في جهة القاعدة BC الى D و AC الى E بغير نهاية
فأقول ان زاويتي ABC و ACB متساويتان وكذلك
زاويتا ACD و BCD برهانه نرسم علي خط BD
نقطة R كيف ما اتفق ونفصل من A الى R خط AR
بالشكل الثالث ونفصل BC و CR خطين مستقيمين فلان ضلعي AR و AC
من مثلث ACR يساويان ضلعي AB و AC من مثلث ABC كل لنظيره
وزاوية ACR مشتركة بين المثلثين فبالشكل الرابع قاعدة CR قاعدة
 BC وزاوية ABC كزاوية ACR وزاوية ACB كزاوية ACR فاذا القينا
 AB و AC المتساويين من AR المتساويين يبق BR متساو CR ولان
ضلعي BR و CR وزاوية BCR من مثلث BCR يساوي ضلعي CR و BR
و زاوية BCR من مثلث BCR فبالشكل المتقدم زوايا مثلث
 BCR تساوي زوايا مثلث ACR كل لنظيره فاذا القينا زاويتي BCR و ACR
ب CR المتساويتين من زاويتي ABC و ACB المتساويتين يبق زاوية ABR
متساوية لزاوية ACR وكانت زاوية BCR كزاوية BCR فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وهذا الشكل يلعب بالمأموني

كل مثلث تساوت الزاويتان اللتان فوق

القاعدة منه فوتراهما متساويان



ولنكن زاويتا ABC و ACB متساويتين فأقول ان
ضلع AB كضلع AC برهانه والا لكان احدهما
اعظم من الاخر فلينك الاعظم AC نفصل منه AD
كضلع AB بالشكل الثالث ونفصل DB بخط
مستقيم فلان ضلع BA من مثلث ABD كضلع BC
من مثلث BCD وضلع BD مشترك بينهما وزاوية ABD كزاوية
 BCD فبالشكل الرابع مثلث ABD يساوي مثلث BCD فالحكم
جزء هذا حلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واذا
اخرجنا

اخرجنا AB علي استقامته في جهة A الي غير النهاية وفصلنا منه AD
متساويا لخط AC بالشكل الثالث ووصلنا بين نقطتي D و C بخط مستقيم
ينتظم عليه الرهان المذكور

كل خطين مستقيمين خرجا من طرف خط

مستقيم وتلاقيا علي نقطة في احدي جهتيه فلا

يمكن ان يخرج من تينك النقطتين خطان اخران

مستقيمان في تلك الجهة بعينها يساوي كل منهما

نظيره من الخطين الاولين ويتلاقيان علي غير

ملتقي الخطين الاولين



فلنخرج من نقطتي A و B علي خط AB المستقيم خطا
 AC و BD المستقيمان الملتقيان علي نقطة E وخرج من
نقطتي A و B ايضا في جهة C خطا AD و خطا BE خطين
ح BE فاقول ان خطي AD و BE لا يمكن ان يلتقيا علي غير نقطة E برهانه
فان امكن ذلك فليلقيا علي نقطة D ونفصل بين D و E بخط مستقيم
فلتساوي ضلعي AD و BE تساوي زاوية DAE التي اعظم من زاوية DBE
زاوية DAE بالشكل الخامس فراوية DAE اعظم من زاوية DBE وايضا
يلتساوي ضلعي AD و BE تساوي زاوية DBE التي اصغر من زاوية
 DAE زاوية DBE بالشكل الخامس فراوية DBE اكبر من زاوية DAE
وهو اعظم منها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



وكهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة D اما ان تقع
خارج مثلث ABC ويقطع احد ضلعي DA و DB احد
ضلعي CA و CB او لا واما ان تقع داخل مثلث ABC
واما ان تقع علي احد ضلعي CA و CB اما الاول فقد
بيننا استحالة واما الثاني فنخرج فيه خطي AD و BE علي
استقامتهما في جهة D الي نقطتي E واما في الثالث
فالي نقطتي A و B ونفصل بين نقطتي D و E بخط مستقيم
فلان في الثاني زاويتا BCD و ACD من مثلث BCD
متساويتان بالشكل الخامس وزاويتا BCD و ACD

متساويتان بالشكل الخامس ايضا فيكون زاوية ر د
المساوية لزاوية د ح التي في اعظم من زاوية ب د ح
المساوية لزاوية ب د ح اعظم من زاوية ب د ح وفي
اصغر منها هذا خلف ولئله تبين الخلف في الثالث
واما الرابع فليقع نقطة د على خط ب ح قبل
اخرجه او بعده فيكون احد الخطين المتساويين اعظم او اصغر من
الآخر هذا خلف ح



كل مثلثين تساوت اضلاعهما المتناظرة
فهما متساويان وزواياهما المتناظرة متساوية

ليكن اضلاع ا ب ا ح ب ح من مثلث ا ب ح تساوي اضلاع د ه د ر د ر
من مثلث د ه ر كل لنظيره فاقول ان المثلثين متساويان وان زوايا ا ب ح
ا ح ب ب ا ح كزوايا د ه ر د ر د ر متساوية على التناظر برهانه فلانا

اذا ركبنا مثلث ا ب ح
على مثلث د ه ر
بحيث ينطبق ضلع
ب ح على ضلع د ر
ونقطتا ب ح على



نقطتي د ر فلا بد وان يقع نقطة آ على نقطة د والا فليقع على نقطة
اخرى كنقطة ح مثلا فيلزم خروج خطي د ر ح المستقيمين في جهة د
من نقطتي د ر مع خروج ح ر المستقيمين من تبينك المتساويين لهما
في تلك الجهة لعينها مع اختلاف المنحني هذا خلف بالشكل المتقدم
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نصف كل زاوية مستقيمة الخطين

وليكن زاوية ب ا ح مستقيمة الخطين فاقول لنا ان نصفها برهانه
نرسم على ضلع ا ب نقطة ك ف اتفق وليكن د ونفصل من ضلع ا ح ا ه
كاد بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي د ه بخط مستقيم ونرسم على د ه
مثبت د ه متساوي الاضلاع بالشكل الاول ونصل
بين نقطتي آ ر بخط مستقيم فلان ضلعي آ د ر من
مثلث آ د ر يساويان ضلعي آ د ر من مثلث آ د ر
وضلع آ ر مشترك بينهما فزاويتا د ا ر ه ا ر متساويتان
بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ر اما ان تقع في جهة مثلث آ د
من خط د ه او في مقابلها فعلى تقدير القسم الاول اما ان يقع نقطة ر
داخل مثلث آ د ه او خارجه مع قطع احد ضلعي د ر ه احد ضلعي
ا د ه او مع انطباق احد ضلعي د ر ه على احد ضلعي آ د ه او لا مع
قطعه احدهما واما ان يقع على احد ضلعي آ د ه او على نقطة آ فعلى
الاول نصل بين نقطتي آ ر بخط مستقيم ونبين بمثل ما بينا تنصف
زاوية ب ا ح وعلى الثاني والثالث يلزم ان يكون احدي زاويتي د ه ر
ر د ه المتساويتين اعظم من احدي زاويتي آ د ه ا د ه المتساويتين والاخرى
اصغر من الاخرى هذا خلف وعلى الرابع نصل بين نقطتي آ ر بخط
مستقيم ونخرجه على استقامته الى ضلع د ه فينتهي اليه على نقطة ح
ويبين بالشكل المتقدم ان زاويتي د ر ا و ر ا من مثلثي آ د ر ا ه متساويان
ثم تبين بالشكل الرابع ان قاعدة د ح من مثلث ر ح ه كقاعدة د ح من
مثلث ر ح د ثم تبين بالشكل المتقدم زاوية د ا ح من مثلث ا د ح كزاوية
د ا ح وعلى الخامس تبين الخلف بمثل ما بينا في القسم الثاني وعلى
السادس يكون نقطة ر على تقاطع الدائرتين رسمنا لهما مثلث د ه
وليكن نقطة ط على تقاطعهما الاخر ونصل بينهما وبين كل واحدة
من نقطة ر د ه بخط مستقيم ثم تبين بالشكل المتقدم ان زاوية د ر ط
من مثلث د ر ط كزاوية د ر ط من مثلث ر ط ه واما



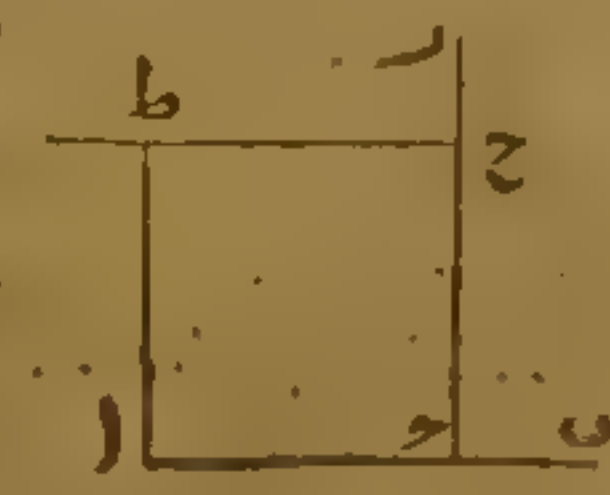
كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نصفه
ليكن ا ب خط مستقيم محدود نرسم عليه مثلث ا ب ح متساوي

الاضلاع بالشكل الاول وننصف زاوية أ ح ب بالشكل المتقدم بخط ح د
المستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي خط أ ب فليكنه علي نقطة د فاقول
ان خطي د أ د ب متساويان برهانه فلان ضلعي ح أ ح د وزاوية أ ح د
من مثلث أ ح د تساوي ضلعي ح ب ح د وزاوية ب ح د
 ب ح د فبالشكل الرابع قاعدة أ د كقاعدة د ب
وذلك ما اردنا ان نبين
واسـتبان منه ان متي نصفت زاوية مستقيمة
الخطين يحيط بها ضلعان متساويان من اي
مثلث فان الخط المنصف للزاوية ينصف قاعدتها و هي تنصف قاعدة
زاوية مستقيمة الخطين يحيط بها ضلعان متساويان و وصل بين نقطتي
الزاوية والقسمة بخط مستقيم فذلك الخط ينصف الزاوية



كل نقطة علي اي خط مستقيم مفروض غير
متناه في طرفيه او في احدها لنا ان نخرج
من تلك النقطة عمودا علي ذلك الخط

ليكن الخط AB والنقطة C ونرسم على خط
 AC نقطة D كيف اتفق ونفصل من خط CB
 خط CE مثل DC بالشكل الثالث ونرسم على
 AB خط DE مثلث DEC متساوي الاضلاع
 بالشكل الاول ونصل CE بخط مستقيم فاقول
 ان خط CE عمود على خط AB برهانه فلان اضلاع مثلثي DEC و CEB
 متساوية على التناظر فبالشكل الثامن وزاوية DEC كزاوية CEB و CE خط
 عمود على خط AB وذلك ما اردنا ان نبين
 ولتكن ان نبين هذا الشكل بوجه اخر فلان ضلعي DC و CE متساويان
 يكون زاويتا DEC و CEB متساويتين بالشكل الخامس فيكون ضلعا DC و CE
 يساويان ضلعي DE و EB وزاوية DEC كزاوية CEB فبالشكل الرابع
 زاويتا DEC و CEB متساويتان فخط CE عمود على AB واقول ان
 كانت قاعدة على طرفي خط AB واردا ان تخرج
 منها عمودا على خط AB من غير اخراج خط AB في
 جهة الينا ذلك فنخرج من نقطة على خط AB
 عمودا عليه كما مثلنا وليكن هو عمود CE ونخرج من
 نقطة ما على عمود CE عمودا عليه كما مثلنا وليكن
 عمود



عمود $\overline{ح\ ط}$ ونخرجه علي استقامة في جهة $\overline{ط}$ الي غير النهايه ونفصل منه
 $\overline{ح\ ط}$ مساويا لخط $\overline{أ\ ح}$ بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي $\overline{أ\ ط}$ بخط
مستقيم فاقول ان زاوية $\overline{ط\ أ\ ح}$ قائمة والا لكانت حادة او منفرجة فان
كانت حادة كان خطا $\overline{أ\ ح}$ موضوعان علي التقارب في جهة $\overline{ح}$ لان
زاوية $\overline{أ\ ح\ ر}$ قائمة فيكون خط $\overline{أ\ ح}$ اعظم من عمود $\overline{ح\ ط}$ وهما متساويان
هذا خلف وان كانت منفرجة وزاوية $\overline{أ\ ح\ ر}$ قائمة كان خطا $\overline{أ\ ط}$ $\overline{ح\ ر}$
موضوعان علي التباعد في جهة $\overline{ح}$ فيكون خط $\overline{أ\ ح}$ اصغر من عمود $\overline{ح\ ط}$
وهما متساويان هذا خلف فزاوية $\overline{ط\ أ\ ح}$ قائمة فاما عمود علي $\overline{أ\ ب}$ وهو
المطلوب وهذه صورت

كل نقطة مفروضة على سطح مفروض فيه خط
مستقيم غير محدود في طرفيه ولا تكون النقطة
على الخط المفروض لنا ان نخرج من تلك النقطة
الى الخط ع



ليكن الخط AB والنقطة C فترسم نقطة D في الجهة
 المتبادلة لجهة C من خط AB وترسم علي C وببعد
 CD دائرة DE فيمرحبطها علي نقطتي C و E من خط
 AB ونصل بين C وكل واحد من نقطتي C و E بخط مستقيم وننصف
 خط CE علي نقطة H ونصل بينها وبين نقطة C بخط مستقيم فاقول
 ان خط CH عمود علي AB برهانه فلان اضلاع مثلث CHC تساوي
 اضلاع مثلث CHD كل لنظره فبالشكل الثامن زواياها المتناظرة
 متساوية فزاوية CHC كزاوية CHD ر يخرج عمود علي خط AB وتبين
 بوجه ابسط فننصف زاوية C بخط مستقيم بالشكل التاسع
 ونخرج H الي ان ينتهي الي خط AB بنقطة G فنقول ان خط CH عمود
 علي AB برهانه فلان ضلعي CH و CH و زاوية CHC من مثلث CHC
 يساوي ضلعي CH و CH و زاوية CHD من مثلث CHD كل لنظره فبالشكل
 الرابع زواياها المتناظرة متساوية فزاوية CHC كزاوية CHD فخط CH
 عمود علي خط AB وذلك ما اردنا ان نم

كل خط مستقيم وقع على خط مستقيم فان

الزاويتين الحادثتين عن جنبتى الخط الواقع

قايمتان او مساويتان لقايمتين

فلينقطع خط AB المستقيم على CD المستقيم فليحدث زاويتى ABD و ABC اما قايمتان او مساويتان لقايمتين برهانه فلان خط AB اما ان يكون عمودا على خط CD او لم يكن فان كان عمودا عليه كانت زاويتا ABD و ABC قايمتين وان لم يكن عمودا فيخرج من نقطة B عمود BE على خط CD بالشكل الحادى عشر فتقسم زاوية ABC المنفرجة الى زاويتى EBC القائمة وزاوية EBA الحادة فاذا اضفنا الحادة الى زاوية ABD صارتا قائمة وزاوية EBC الباقية من زاوية ABC قائمة فزاويتا ABD و ABC معا لقايمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين يتصلان عن جنبتى

اي خط مستقيم بنقطة عليه وكانت الزاويتان

الحادثتان قايمتين او مساويتين لهما فكل من

الخطين على استقامة الاخر

فلينصل بنقطة B من خط AB عن جنبتيه خطا BC و BD واحاطا معه بزاويتى ABC و ABD فاقول ان خط BD يصير معه خطا مستقيما برهانه والا فليكن مع BE خطا مستقيما فزاويتا ABC و ABD اما قايمتان او مساويتان لهما بالشكل المتقدم وكانت زاويتا ABC و ABD قايمتين او مساويتين لهما فاذا القينا زاوية ABC المشتركة بقبت ABD كزاوية ABD فالجزء مساو لكله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط BE يمكن ان يقع بين خطي AB و BD او تحتهما

كل زاويتين متقابلتين من اربع زوايا الحادثة

عن تقاطع كل خطين مستقيمين متساويان

والزوايا

والزوايا الاربع الحادثة كاربع قوايم

فلينقطع خطا AB و CD على نقطة E فاقول ان زاوية AED كزاوية CEB المقابلة لها برهانه فلان كل واحد من زاويتي AED و CEB مع زاوية DEB كقايمتين

بالشكل الحادى عشر فاذا القينا زاوية DEB المشتركة فبقى زاوية AED مساوية لزاوية CEB وبمثله تبين ان زاوية AEC كزاوية DEB المقابلة لها وقد ظهر مما ذكرنا ان الزوايا الاربع كاربع قوايم وذلك ما اردنا ان نبين وقد استبان من هذا ان الخطوط المتقاطعة لو كانت اكثر من اربع فان الزوايا الحادثة من تقاطع الجميع جمعها مساوية لاربع قوايم وان جمع الزوايا الحادثة من خروج ثلثة خطوط واكثر في سطح من اي نقطة كايه فيه تساوي اربع قوايم ولا يكون شي من السطح خارجا من تلك الزوايا التي تساوي اربع قوايم

كل واحدة من الزوايا الحادثة من اخراج اي

ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع على

استقامته اعظم من كل واحدة من الزاويتين

الداخلتين المتقابلتين لهما

والخرج ضلع BC من اضلاع مثلث ABC على استقامته الى D فاقول ان زاوية ACD اعظم من كل واحدة من زاويتي ABC و ACB برهانه ننصف

ضلع AC على نقطة E بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي B و E بخط مستقيم ونخرج على استقامته في جهة E الى غير النهاية ونفصل من خط BE و EC بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي BC و ED بخط مستقيم فلان زاويتي ABC و EDC متساويتان بالشكل المتقدم فضلعا BE و EC وزاوية BEC من مثلث BEC تساوي ضلعي BE و EC وزاوية ABC من مثلث ABC فزاوية EDC مساوية لزاوية ABC بالشكل الرابع وزاوية ACD اعظم من زاوية EDC فهي اعظم من زاوية ABC فاذا اخرج ضلع AC الى نقطة E في جهة C يحدث زاوية BCD وننصف ضلع BC على نقطة F بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي A و F بخط مستقيم ونخرج في جهة F الى غير النهاية ونفصل منه خط FG مثل AF

بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي α و β بخط مستقيم وتبين بمثل ما
بيننا ان زاوية α كزاوية β و زاوية β ح α اعظم من زاوية α ح β
المساوية لزاوية α ح β فزاوية α ح β المساوية لزاوية α ح β بالشكل
المتقدم اعظم من زاوية α ح β ومثل ما بينا تبين المطلوب اذا اخرجنا
ضلعي α و β وذلك ما اردنا ان نبين α واستبان منه انه لا يمكن
ان يوجد زاويتان متساويتان في جهة واحدة الحادتين من خروج
خطين مستقيمين من نقطة في سطح الى خط مستقيم في ذلك السطح α

كل زاويتين من اي مثلث مستقيم الاضلاع
اي زاويتين كانتا فانهما معا اقل من قائمتين

ولكن مثلث $\alpha\beta\gamma$ مستقيم الاضلاع فاقول ان كل
واحدة من زاويتي α و β ح γ معا و زاويتي α و β ح γ
ب α ح β معا و زاويتي α و β ح γ معا اقل من قائمتين
برهانه نخرج ضلع β الى δ في جهة α فلان زاويتي α و β ح γ
متساويتان لقائمتين بالشكل الثالث عشر و زاوية α ح β اعظم من كل
واحدة من زاويتي α و β ح γ بالشكل المتقدم فكل من زاويتي α و β ح γ
ب α ح β معا و من زاويتي α و β ح γ معا اقل من قائمتين وبمثل ما تبين
البواني وذلك ما اردنا ان نبين α

كل اطول ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم
الاضلاع فانه يوتر الزاوية العظمي من زواياه

ليكن ضلع $\alpha\beta$ من مثلث $\alpha\beta\gamma$ المستقيم الاضلاع
اطول من ضلع $\alpha\gamma$ فاقول ان زاوية α ح β اعظم من
زاوية α ح γ برهانه نفصل من ضلع $\alpha\beta$ $\alpha\delta$
يساوي ضلع $\alpha\gamma$ بالشكل الثالث ونصل $\delta\gamma$ بخط مستقيم فلان زاوية
 α ح δ التي هي اصغر من زاوية α ح β كزاوية α ح γ بالشكل الخامس و زاوية
 α ح β اعظم من زاوية α ح γ بالشكل السادس عشر فزاوية α ح β اعظم
كثيرا من زاوية α ح γ وذلك ما اردنا ان نبين وبمثل ما تبين لو كان الاعظم غيره α

كل زاوية عظمي من زوايا كل مثلث مستقيم

الاضلاع

الاضلاع فوترها الضلع الاطول من باقي اضلاعه

فليكن زاوية α ح β اعظم من زوايا مثلث $\alpha\beta\gamma$
المستقيم الاضلاع فاقول ان ضلع $\alpha\beta$ اعظم اضلاعه
برهانه والا لكان مساويا لضلع $\alpha\gamma$ مثلا فيكون
زاوية α ح β كزاوية α ح γ بالشكل الخامس وهي اعظم منها هذا خلف
او كان اصغر منه فيكون زاوية α ح β اعظم من زاوية α ح γ بالشكل
المتقدم وهي اصغر منها هذا خلف وبمثل ما تبين كونه اعظم البواني
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين α

كل ضلعين من اضلاع اي مثلث كان فهما

معا اطول من الثالث
ليكن المثلث $\alpha\beta\gamma$ فاقول ان ضلعي $\alpha\beta$ و $\alpha\gamma$ معا
اعظم من $\beta\gamma$ برهانه نخرج $\beta\delta$ في جهة α على استقامته الى غير
النهاية ونفصل منه $\beta\delta$ كالـ $\alpha\gamma$ بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي δ و γ
بخط مستقيم فلان $\alpha\delta$ يكون زاوية α ح δ التي هي اصغر من زاوية α ح β ح γ
كزاوية α ح γ بالشكل الخامس فزاوية α ح β ح γ اعظم من زاوية α ح γ فضلع
 $\alpha\beta$ و $\alpha\gamma$ معا و من زاويتي α و β ح γ معا اقل من قائمتين وبمثل ما تبين البواني
وذلك ما اردنا ان نبين α

كل خطين مستقيمين خرجا من طرفي اي
ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع
والتقيتا داخله فانهما معا اصغر من الضلعين
الباقين معا والزاوية التي يحيط بها الخطان اعظم
من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الباقيان

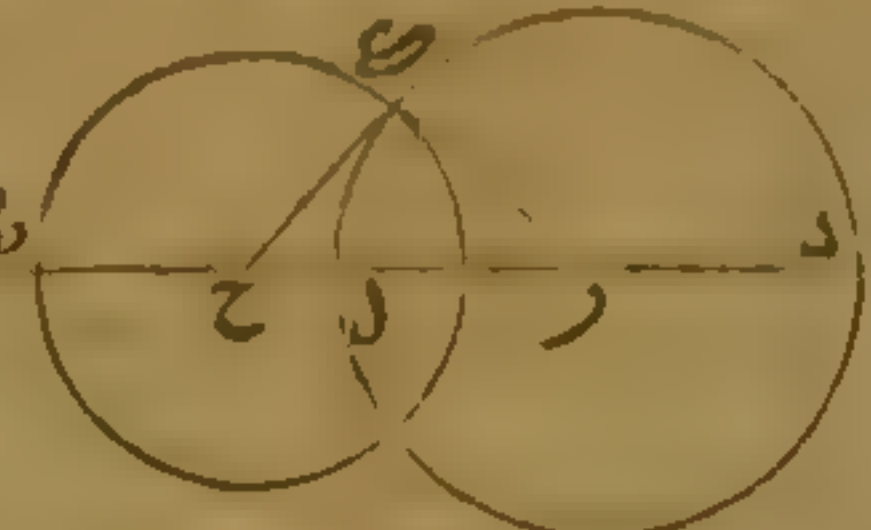
فلنخرج خطا $\beta\delta$ من طرفي ضلع $\alpha\beta$ من اضلاع
مثلث $\alpha\beta\gamma$ والتقيا على نقطة δ داخله فاقول ان
خطي $\beta\delta$ و $\gamma\delta$ معا اصغر من $\alpha\beta$ و $\alpha\gamma$ معا وان زاوية
 $\beta\delta\gamma$ اعظم من زاوية $\alpha\beta\gamma$ برهانه نخرج خط $\beta\delta$



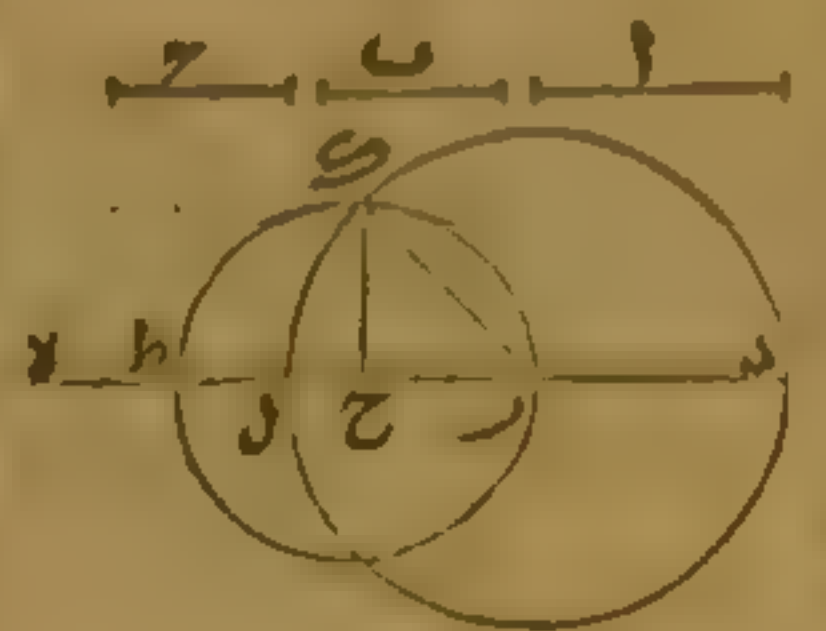
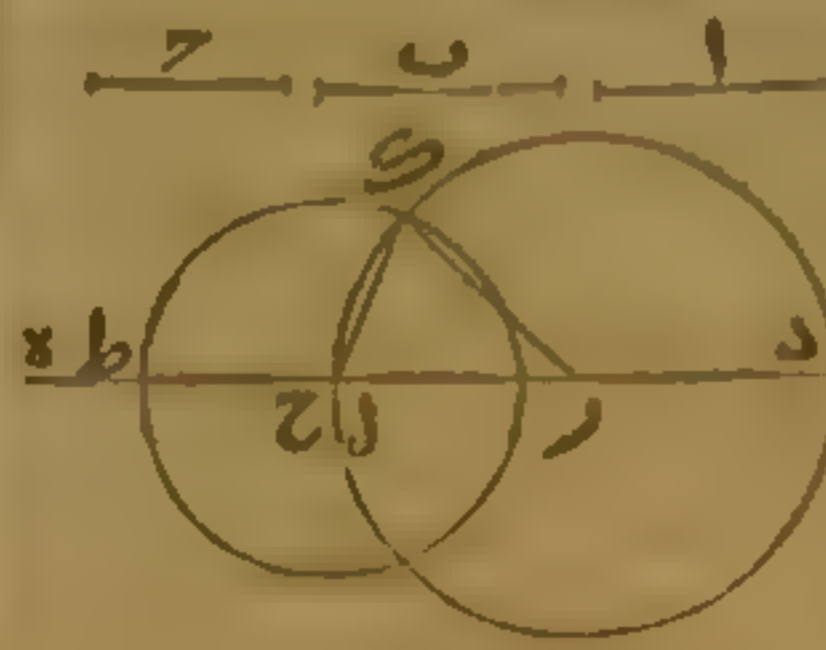
علي استقامته في جهة د فبنتهي الي ضلع ا ح علي
نقطة بين نقطتي ا ح لانه لو انتهت الي نقطة اخري يلزم
احاطه خطين مستقيمين بسطح ولتكن نقطة د فلان
ضلي ا هـ ا ب معا اعظم من ب هـ بالشكل المتقدم ونجعل د ر
مشتركا فضلعا ا ب ا ح معا اعظم من د ب هـ معا وضلعا
د هـ د ر معا اعظم من د ر بالشكل المتقدم ونجعل د ب مشتركا فضلعا
د ب د ر معا اعظم من ضلي د ب د ر معا فضلعا ا ب ا ح اعظم كثيرا
من ضلي د ب د ر معا وايضا فلان زاوية د ب د ر الخارجة من مثلث
د ر ا اعظم من زاوية د هـ التي هي اعظم من زاوية ا ب هـ بالسادس عشر
فزاوية ب د ر اعظم كثيرا من زاوية ا ب ا ح وذلك ما اردنا ان نبين
الب

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم غير متناه
في جهتيه اوجهة فقط مثلث مستقيم الاضلاع
يساوي كل ضلع منها احد ثلثه خطوط
متناهية مستقيمة مفروضة كل اثنين منها

اعظم من الثالث



ليكن الخط المستقيم د هـ والخطوط
المفروضة ا ب ح فنصل من خط د هـ
د ر يساوي ا ح و ر ح يساوي ب ح و ح ط
يساوي ح بالشكل الثالث ونجعل ر
مركزا وندير به د د ا دائرة د هـ فلا بد
وان يقطع محيطها خط د هـ وليقطع علي نقطة ل ونجعل نقطة ح مركزا
وندير به د ح ط دائرة ط ا فليقطع محيطها محيط د ا دائرة د هـ علي نقطة ا
ونصل بينهما وبين كل واحدة من نقطتي ر ح بخط مستقيم فاقول ان
مثلث ا ر ح هو المطلوب برهانه فلان ر مركز دائرة ا د خط ا ر
خط د ر و ح ط ا خط د ر خط ا ر يساوي خط ا فلان ح مركز دائرة
ط ا خط ا ح خط ح ط و خط ر ح خط ح ط خط ا ح يساوي خط ر
وكان ر ح مساويا لخط ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نسين
ولابد هذا الشكل اختلاف وقوع في يادي النظر بعضها ممكن الوجود وذلك
لان نقطة ل اما ان يقع بين نقطتي ر ح او علي نقطة ح او بين ح ط او
علي



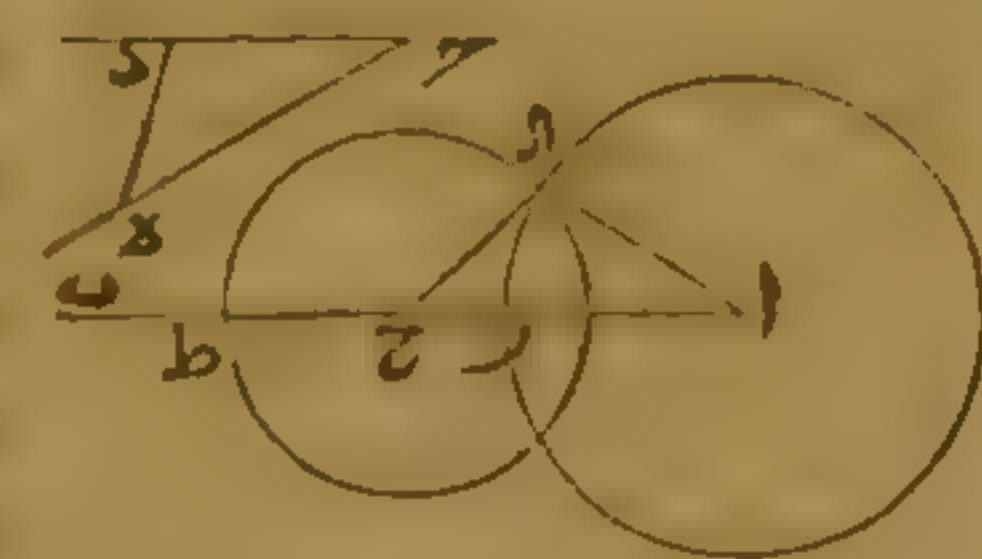
علي نقطة او بين نقطتي ط ح اما الاول فاما
ان يكون ح ط مساويا ل ح او اقل منه او
مساويا ل ح د او اعظم منه او مساويا ل ح ر او
د ر او اصغر ح ر او اعظم منه او اقل من ح د
فعلي الاول تكون دائرة ط ا مماسة لدائرة
د هـ وعلي الثاني يقطع محيطها خط د هـ بين
نقطتي ح ل وعلي الثالث يحاس محيط دائرة
ط ا نقطة د وعلي الرابع يحاويها فعلي
المقادير الاربعة لا يتقاطع الدائرتان لا تتفاء
الشرط المذكور وهو كون كل من الخطين من
الخطوط الثلاثة معا اطول من الثالث فلا

يمكن المثلث وعلي الخامس والسادس يكون المثلث متساوي الساقين
وعلي تقديري السابع والثامن يكون المثلث مختلف الاضلاع واما
الثاني فاما ان يكون خط ح ط ح ط مساويا لخط ح د او اعظم منه او
مساويا ل ح ر او اصغر منه او اعظم منه او اقل من ح د فعلي التقدير الاول
يحاس محيط دائرة ط ا نقطة د وعلي الثاني يحاويها فلا يمكن رسم
المثلث لا تتفاء الشرط المذكور وعلي الثالث يكون المثلث متساوي
الاضلاع وهو علي تقديري الرابع والخامس ويكون المثلث متساوي
الساقين واما الثالث فاما ان يكون ح ط مساويا ل ح د او اعظم منه او
مساويا ل ح ر او اعظم بقدر ح ل او اقل منه او اكبر مع انه اقل من ح د
او يكون اقل من ح ر فعلي تقدير الاول محيط دائرة ط ا يحاس نقطة د
وعلي الثاني يحاويها وعلي تقدير الثالث والرابع يكون المثلث
متساوي الساقين وعلي الخامس والسادس مختلف الاضلاع واما
القسم الرابع والخامس فيمتنعان لا تتفاء الشرط المذكور

لنا ان نرسم علي اي نقطة من خط مستقيم مفروض
غير متناه في جهتيه او في جهة زاوية مستقيمة
الخطين كزاوية مفروضة مستقيمة الخطين

ليكن الخط المفروض ا ب والزاوية المفروضة ح فنرسم علي ضلعيها نقطتي
د هـ كيف اتفقا ونصل بينهما بخط مستقيم ونصل من خط ا ب خط
ا ر خط ح د و خط ا ح خط ح هـ و خط ح ط خط د هـ بالشكل الثالث
ونرسم علي نقطة ا وببعد ا د دائرة د هـ وعلي نقطة ح وببعد ح ط

دايرة ط لا يقطع محيطها خط آ ب
على نقطة آ فيكون مماسه لدايرة ر
ولا على نقطة بين نقطتي ر ح ولا تحيط
دايرة ر لا مماسه اياها ولا تحيط بها
غير مماسه والا لكان في الاولين خط آ ح



كخطي آ ر ح ط او اعظم منهما وفي الاخيرين خط ح ط كخطي آ ر ح
او اعظم منهما اذا جعلنا خطا واحدا والكل ممتنع بالشكل العشرين
فمحيط دايرة ط لا يقطع محيط دايرة ر لا فليقطع على نقطة آ ونصل
بينهما وبين كل واحد نقطتي آ ح بخط مستقيم فاقول ان زاوية آ ر ح
كزاوية ح ر د برهانه فلان نقطة آ مركز دايرة ر لا فالآ كآر وكان ح د
كآر فالآ كضلع ح د ولان ح مركز دايرة ط لا فخط ح ط كخط ح ط وكان
ضلع ح د كخط ح ط فضلع ح آ كضلع ح د وكان خط آ ح بالفرض كضلع
ح د فبالشكل الثامن مثلثا آ ر ح ح د متساويان وزواياهما المتناظرة
متساوية فزاوية آ ر ح كزاوية ح ر د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان تقع بين نقطتي آ
ر وحينئذ نقطة لا يمكن ان يقع بين نقطتي ح ر او على نقطة ر والا
يلزم ان يكون احد اضلاع المثلث اعظم من الضلعين الباقيين او
مساويا لهما فيصير دايرة ر لا محبطة بدائرة ط لا مماسة اياها او غير
مماسية فتقع نقطة ط خارجة عنهما في جهة ر بحيث يكون خط ح ط
اصغر من خطي آ ر ح ط اذا جعلنا خطا واحدا ويمكن ان تقع نقطة ح
على نقطة ر وحينئذ خط ح ط لا جازان يكون مساويا لقطر دايرة
آ ر او اعظم والا لزم ان يكون احد اضلاع مثلث مساويا للضلعين
الباقين او اعظم منهما فتصير دايرة ط لا مماسة لدايرة ر لا محبطة بها
او محبطة بها غير مماسة اياها فلا يمكن رسم المثلث وقد بينا في الشكل
العشرين ان ضلعي كل مثلث اعظم من الثالث فخط ح ط يكون اصغر
من قطر دايرة ر لا فتقاطع دايرة ر لا ط لا ويتم العمل ويمكن ان يقع
خارج نقطتي آ ر وحينئذ لا يمكن ان يكون خط ح ط مساويا لخط ح ر
او اصغر منه ولا مساويا لخطي آ ح آ ر اذا جعلنا خطا واحدا او اعظم
منهما والا يلزم بعض المحالات المذكورة

الـ

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان
منه ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و
كانت

كانت الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان اعظم
من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاخران
فقاعدة العظمي اعظم من قاعدة الصغري

ليكن ضلعان آ ب آ ح من مثلث آ ب ح كضلعي د ه د ر من مثلث د ه ر و
زاوية ب آ ح اعظم من زاوية د ه ر فاقول ان قاعدة ب ح اعظم من قاعدة
د ه برهانه نعمل على نقطة د من خط د ه زاوية كزاوية ب آ ح بالشكل



المتقدم ونفصل د ح كآر
بالشكل الثالث ونصل بين
نقطتي د ح بخط مستقيم
وكذلك بين نقطتي ح ر بخط

مستقيم فلان ضلعي آ ب آ ح وزاوية ب آ ح تساوي ضلعي د ه د ر وزاوية
د ه ر كل لنظيره فقاعدة ب ح كقاعدة د ه بالشكل الرابع ولان كل
واحد من ضلعي د ح د ر يساوي ضلع آ ح تكون زاوية د ح ر التي هي
اعظم من زاوية د ح ر كزاوية د ح ر التي هي اصغر من زاوية د ح ر بالشكل
الخامس فزاوية د ح ر اعظم من زاوية د ح ر فضلع د ح اعظم من ضلع
د ه بالشكل التاسع عشر فقاعدة ب ح المساوية لضلع د ح اعظم من
قاعدة د ه وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قاعدة ح د اما ان تقع فوق قاعدة
ر د او تنطبق عليها او تقع تحتها اما الاول فقد بيناه واما الثاني
فظاهر واما الثالث فنخرج ضلعي د ر د ح على استقامتهما في جهة ر الي
نقطتي ط لا بغير نهاية ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم فلان زاوية
ط ح ر التي هي اصغر من زاوية د ح ر اعظم من زاوية د ح ر بالشكل



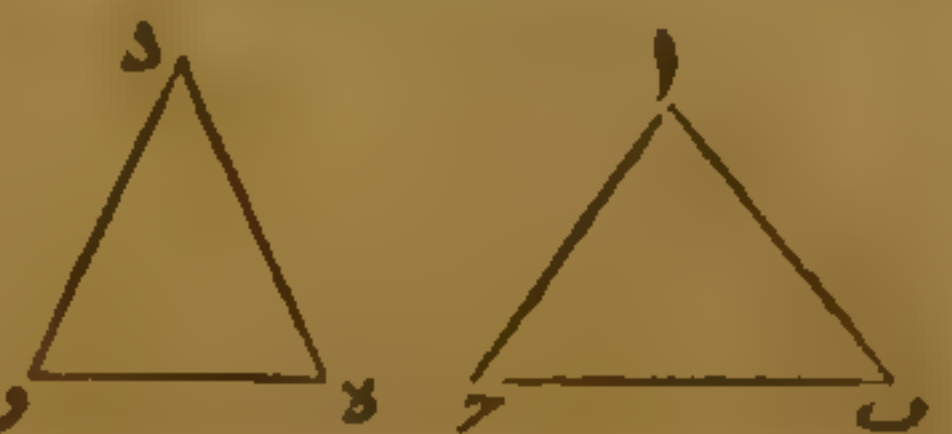
الخامس فقاعدة ح د المساوية
لقاعدة ب ح اعظم من قاعدة ر د
بالشكل التاسع عشر وهذه
صدور تـ

الـ

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان
منها ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و
كانت قاعدة الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان

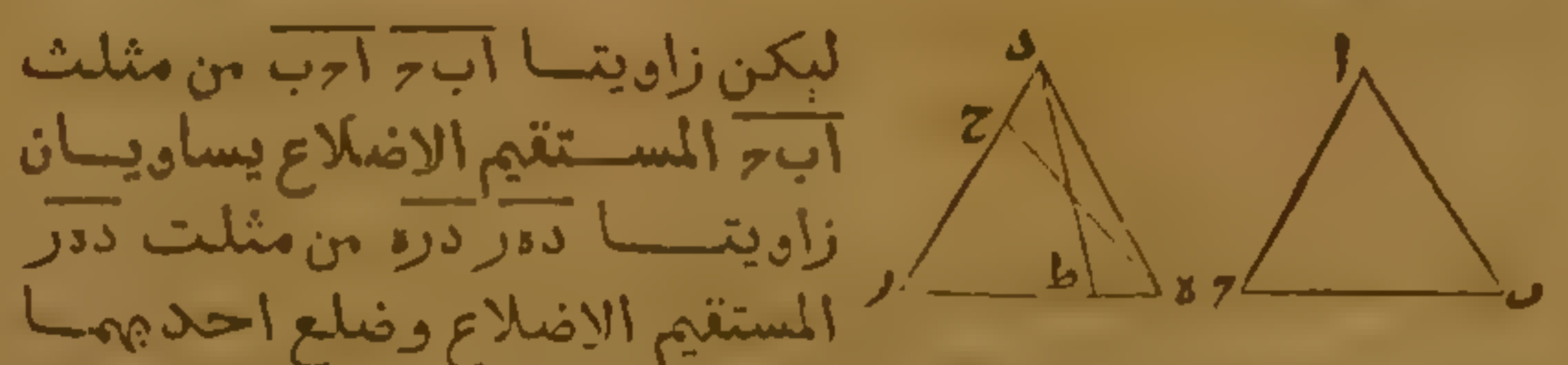
اعظم من قاعدة الزاوية التي تحيط بها الضلعان
الاخران فزاوية القاعدة العظمي اعظم من زاوية

قاعدة الصغرى



ليكن ضلعاً $أ ب$ من مثلث $أ ب ج$
المستقيم الاضلاع يساويان ضلعي $د ه$
من مثلث $د ه ر$ المستقيم الاضلاع وقاعدة $ب ج$ اعظم من قاعدة $ر ه$
فاقول ان زاوية $ب أ ج$ اعظم من زاوية $د ه ر$ برهانه لانه لو لم يكن كذلك
لكانت زاوية $ب أ ج$ مساوية لزاوية $د ه ر$ او اصغر منها فان كانت
مساوية لكانت قاعدة $ب ج$ كقاعدة $ر ه$ بالشكل الرابع وهي اعظم منها
هذا خلف وان كانت اصغر منها لكانت قاعدة $ر ه$ اعظم من قاعدة
 $ب ج$ بالشكل المتقدم وهي اصغر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نبين

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي زاويتان
وضلع زاويتين وضلعاً من مثلث اخر مستقيم
الاضلاع فان الاضلاع والزوايا الباقية المتناظرة
منهما متساوية وان الزاويتين الباقيتين
المتناظرة منهما ايضا متساويتين والمثلث كالمثلث



ليكن زاويتا $أ ب ج$ من مثلث
 $أ ب ج$ المستقيم الاضلاع يساويان
زاويتا $د ه ر$ من مثلث $د ه ر$
المستقيم الاضلاع وضلع احدهما
كضلع من الاخر سواء كانا $ب ج$ والواقعان بين الزاويتين المذكورتين
او كانا $أ ب$ او $أ ج$ فاقول ان الاضلاع الباقية المتناظرة منهما متساوية
وكذلك الزاويتين والمثلث كالمثلث برهانه وليكن اولاً ضلع $ب ج$
كضلع $د ه$ فتركب مثلث $أ ب ج$ على مثلث $د ه ر$ بحيث تقع نقطة $ب$
على نقطة $ه$ وضلع $ب ج$ على ضلع $د ه$ فتقع نقطة $ج$ على نقطة $ر$
لتساوي ضلعي $ب ج$ $د ه$ فينطبق ضلع $أ ج$ على ضلع $د ر$ لتساوي زاويتي
 $أ ب ج$

أ ب د رة فنقط $أ$ اما منطبق على نقطة $د$ او لا فان انطبقت فينطبق
ضلع $أ ب$ على ضلع $د ه$ ويثبت الحكم وان لم ينطبق فلينطبق على نقطة
بين نقطتي $د ر$ وليكن نقطة $ح$ ونصل بين نقطتي $ح$ $ه$ بخط مستقيم
فلان ضلعي $ح ر$ $ه ر$ وزاوية $ح ر ه$ من مثلث $ه ر ج$ يساوي ضلعي $أ ج$ $أ ب$
وزاوية $أ ب ج$ من مثلث $أ ب ج$ كل لنظيره فبالشكل الرابع يكون زاوية
 $ح ر ه$ كزاوية $أ ب ج$ وكانت زاوية $د ه ر$ كزاوية $أ ب ج$ فيكون زاوية $ح ر ه$
كزاوية $د ه ر$ فيكون جزء الشئ مثل كله هذا خلف ثم ليكن ضلع $أ ب$
كضلع $د ه$ فتركب مثلث $أ ب ج$ على مثلث $د ه ر$ بحيث ينطبق نقطه
 $ح$ على $ر$ وضلع $أ ج$ على ضلع $د ر$ فتنطبق نقطة $أ$ على نقطة $د$ لتساوي
ضلعي $أ ج$ $د ر$ وضلع $ب ج$ على ضلع $ه ر$ لتساوي زاويتي $أ ب ج$ $د ه ر$ فاما
ان ينطبق $ب$ على نقطة $ه$ او لا ينطبق فان انطبقت فلينطبق $ب$ على
ضلع $د ه$ ويحصل المطلوب وان لم ينطبق نقطة $ب$ على نقطة $ه$
فلينطبق على نقطة بين نقطتي $د ر$ وليكن نقطة $ط$ ونصل بين نقطتي
 $د ط$ بخط مستقيم فلان ضلعي $د ر$ $ه ر$ وزاوية $د ر ه$ من مثلث $د ر ه$
تساوي ضلعي $أ ج$ $أ ب$ وزاوية $أ ب ج$ من مثلث $أ ب ج$ كل لنظيره فتصير
زاوية $د ط ر$ كزاوية $أ ب ج$ بالشكل الرابع وكانت زاوية $د ه ر$ كزاوية $أ ب ج$
فزاوية $د ط ر$ الخارجة من مثلث $د ه ط$ كزاوية $د ه ر$ هذا خلف
بالشكل السادس عشر وكذلك تبين اذا كان ضلع $أ ب$ كضلع $د ه$ فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة $ح$ يمكن ان يقع بين نقطتي $د$
 $ر$ او خارجة عنهما في جهة $د$ ونقطة $ط$ يمكن ان تقع بين نقطتي $د$ $ر$
او خارجة عنهما في جهة $ه$ والبيان في الكل واحد

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط
مستقيم وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة
متساويتين فهما متوازيان

ليكن $أ ب$ $د ه$ خطين مستقيمين وقع عليهما
خط $ز$ المستقيم وقطعهما على نقطتي $ح$ $ط$
وصير زاوية $أ ح ط$ كزاوية $د ح ط$ المتبادلتين فاقول ان خطي $أ ب$ $د ه$
متوازيان برهانه والا فلينطبقا في احدي جهتيهما وليكن الالتقاء
على نقطة $ا$ في جهة $ب$ فيكون زاوية $أ ح ط$ الخارجة من مثلث $أ ح ط$
كزاوية $د ح ط$ الداخلة وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر هذا

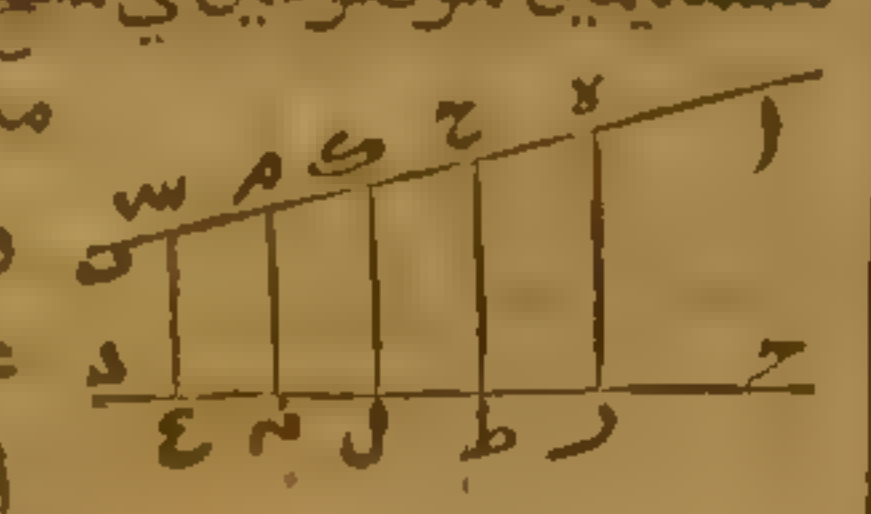
زاوية بين ضلعي $أ ب$ $د ه$ متساوية
فهما متوازيان

خلف وبمثله نبيين امتناع الالتقاء في جهة آء فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاوية الخارجة من الزوايا الحادته كالداخله المقابله لها والزاويتان الداخلتان في جهة من الخط الواقع علي الخطين كقائمتين فهما متوازيان

فلينكن خط هـ ر المستقيم وقع علي خطي آ ب و ج المستقيمين وقطعهم علي نقطتي ط ح وكانت زاوية هـ ج ب الخارجة كزاوية د ط ح الداخلة وزاويتا ب ح ط د ط ح كقائمتين فاقول ان خطي آ ب و ج متوازيان برهانه فلان زاوية آ ح ط كزاوية هـ ج ب بالشكل الخامس عشر وزاوية د ط ح كزاوية هـ ج ب فزاويتا آ ح ط د ط ح متساويتان فخطا آ ب و ج متوازيان بالشكل المتقدم ولان زاوية ب ح ط مع زاوية د ط ح كقائمتين وزاوية ب ح ط مع زاوية آ ح ط كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية آ ح ط كزاوية د ط ح فبالشكل المتقدم آ ب يوازي ج و ذلك ما اردنا ان نبين

اقول وههنا ذكر موضع البرهان لان الموعود ببيانه في اول المقالة وهو مبني علي ثلث مقدمات وثلاثة اشكال المقدمة الاولى كل خطين مستقيمين موضوعين في سطح مستوي كخطي آ ب و ج وقع عليهما خطوط مستقيمة كخطوط هـ ر ج ط ال م ن س ع كل واحد منها عمود علي خط هـ ر وقاطع خط آ ب علي زاويتي حادة ومنفرجة ويكون الزوايا المحوادة كلها في جهة ب د والمنفرجات في جهة آء فاقول ان خطي آ ب و ج موضوعان علي التقارب في جهة ب د ما دام لم يتقاطعا وعلي التباعد في جهة آء وتكون الاعمدة متصاغرة في جهة ب د الي التقاطع ومتعاطلة في جهة آء ويكون عمود هـ ر اعظم من عمود ح ط وهو من عمود ال وهو من عمود م ن وهو من عمود س ع ويكون عمود س ع اصغر من عمود م ن وهو من عمود ال الي اخره وايضا فان كان كل واحد من الخطوط المستقيمة الواقعة علي الخطين المستقيمين اعمدة علي احدهما وكانت متعاطلة ان اخذنا نعتبر بعضها الي بعض في احدي جهتي

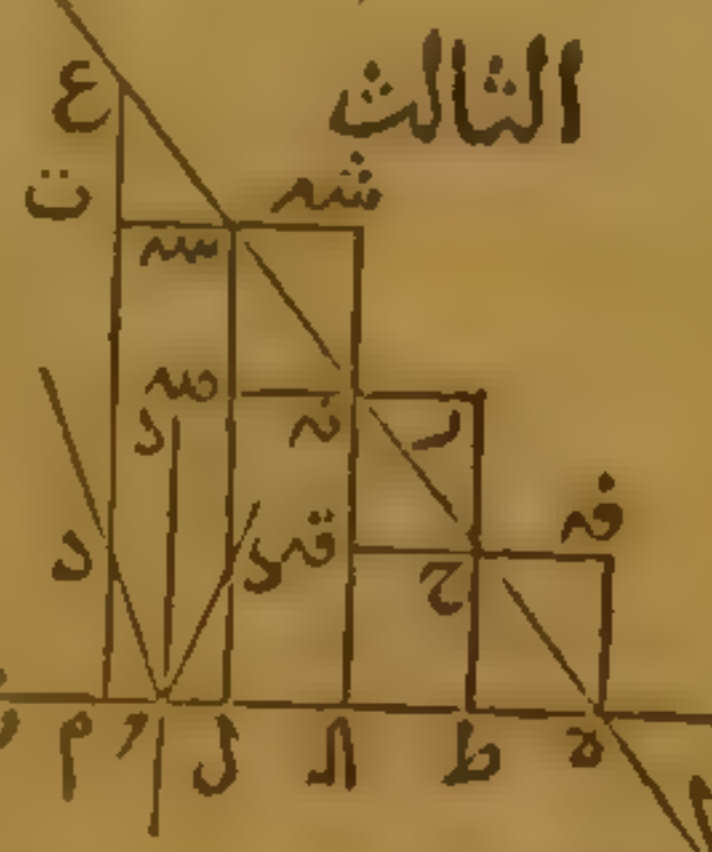


جهتي الخطين ومصاغرة ان اخذنا نعتبر في الجهة الاخرى من جهتي الخطين فان الخطين المستقيمين موضوعان علي التباعد في جهة تعاضل الاعمدة وعلي التقارب في الجهة الاخرى وهي جهة تصاغرة الاعمدة الي ان يتقاطع الخطان الماران كل واحد من الخطوط المستقيمة التي هي اعمدة علي احد الخطين قاطعا لذلك الخط علي زوايا قائمة لا يكون لذلك الخط ميل الي الاعمدة ولا عنها فيكون كل واحد من الاعمدة قاطعا للخط الاخر من الخطين المستقيمين علي زاويتين احدهما حادة والاخرى منفرجة ويكون جميع زوايا الحادة الي جهة تقارب الخطين وجميع زوايا المنفرجة الي جهة تباعدهما ويكون لذلك الخط ميل الي كل واحد من الاعمدة في جهة التقارب وميل عن كل واحد منها في جهة التباعد وهاتان القضيبتان بديهيتان استعملهما بعض المهندسون من المتقدمين والمتأخرين علي انهما بديهيتان والمقدمة الثانية كل خطين مستقيمين خارجا من طرفي خط مستقيم في جهة واحدة وعمودين عليه وكانا متساويين ووصل بين طرفيهما بخط مستقيم فكل واحدة من الزاويتين الحادتين من العمودين والخط المستقيم الواصل بين طرفيهما قائمة لبيكن الخط المستقيم آ ب والعمودان المتساويان آء ب د ووصل بين نقطتي د ب طرفيهما بخط مستقيم فاقول ان كل واحدة من زاويتي آء ب د ب د ب قائمة برهانه فلانه

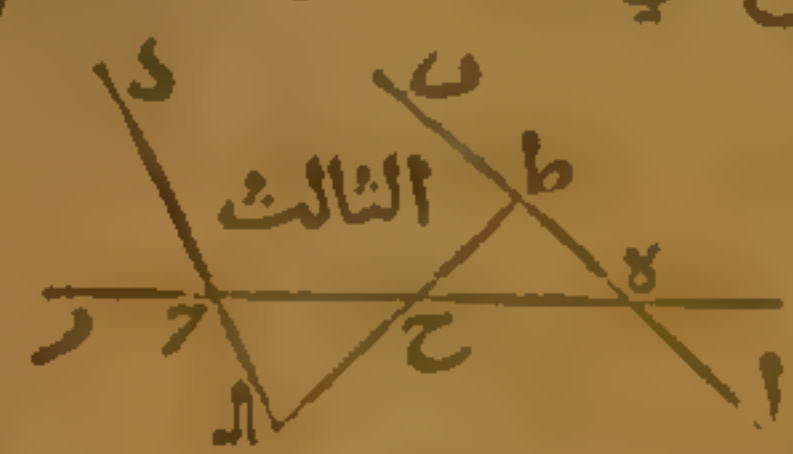
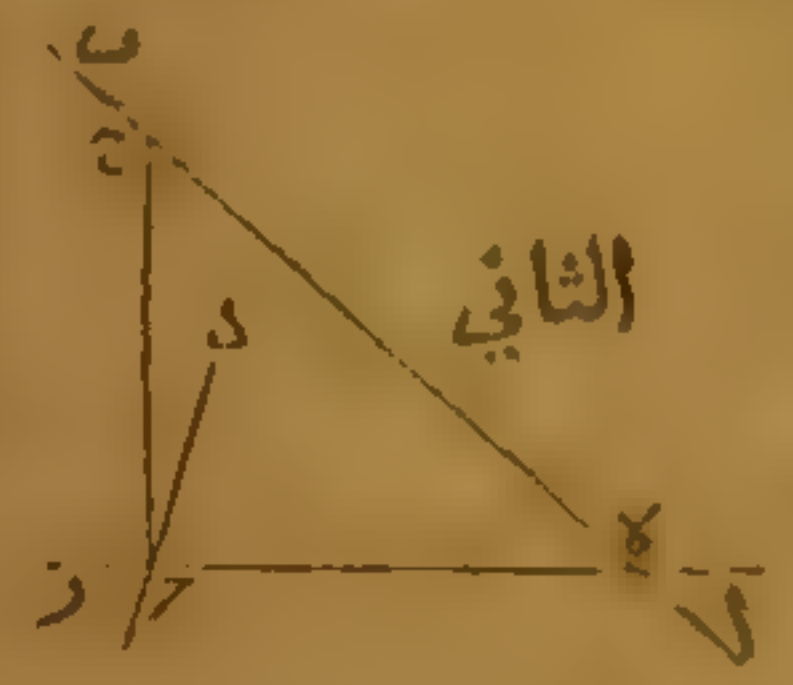


لولا يكن زاوية آء ب قائمة لكانت اما حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خطا آ ب و ج موضوعين علي التقارب في جهة د فبيكون عمود آء اعظم من عمود ب د بالمقدمة الاولى وهما متساويان هذا خلف وان كانت منفرجة كان خطا آ ب و ج موضوعين علي التباعد في جهة د فبيكون عمود آء اصغر من عمود ب د بالمقدمة الاولى وهما متساويان هذا خلف فزاوية آء ب قائمة وبمثله تبين ان زاوية ب د ب قائمة فاقول ايضا ان خطا آء ب و ج يساوي خطا آ ب برهانه فلان لو لم يكن كآ ب لكان اصغر منه او اعظم فان كان اصغر يلزم ان يكون خطا آ ب و ج موضوعين علي التقارب في جهة د وعلي التباعد في جهة ب فبيكون زاوية آء ب او ب آء حادة وزاوية د ب ب او زاوية آء ب منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولى وهما قائمتان هذا خلف وان كان د اعظم من آء كان خطا آء ب و ج موضوعين علي التقارب في جهة ب وعلي التباعد في جهة آء فبيكون زاوية د ب ب حادة او آء ب حادة وزاوية آء ب او ب آء منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولى وهما قائمتان هذا خلف المقدمة الثالثة كل مثلث مستقيم الاضلاع فان زواياه الثلث كقائمتين وليكن زاوية آء ب من مثلث آء ب قائمة فاقول ان ب آء ب قائمة برهانه نخرج من نقطة د عمود د علي ضلع ب آء

الثانية وكانت زاوية ط ح ق قائمة فخط ق ح على سمت خط ح ق بل
خط ق ح و اخذ بالشكل الرابع العشر ولما كانت زاوية ح ق د
قائمة تكون زاوية ح ق د قائمة بالشكل الثالث
عشر وزوايا ق ح د ق ح د المتقابلتان متساويتان
بالشكل الخامس عشر و ضلع ح ق من مثلث
ح ق د كضلع ح ق من مثلث ح ق د فبالشكل
السادس والعشرين ضلع ق ح كضلع ح ق
وكان ضلع ط د كضلع ح ق ف ضلع ط د كضلع ح ق
كضلع ط د فكان ضلع ح ق كضلع ح ق ف ضلع ح ق
كضلع ط د فعود ح ق على نقطة د من
خط د ر ونخرج من نقطة س عمود س د على ضلع د ر بالشكل الثاني
عشر ونفصل خط س د كخط د ر بالشكل الثالث لان خط س د اعظم
من د ر بالمقدمة الاولى ونصل بين نقطتي د ر بخط مستقيم فكل
واحد من زاويتي د ر س ل د ر س قائمة وضلع د ر كضلع د ر بالمقدمة
الثانية ونخرج عمود ح ط في جهة ح على استقامته الى غير النهاية
ونفصل منه ط ر مثل د ر بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ر د بخط
مستقيم فكل من زاويتي ط ر د د ر قائمة وضلع ط د كضلع د ر بالمقدمة
الثانية فلان زاوية ل د ر قائمة تكون زاوية د ر س قائمة بالشكل
الثالث عشر فكل واحد من زاويتي ح ر د د ر قائمة وزاويتي
ح د ر د ر متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلع د ر ح د ر
متساويان فبالشكل السادس والعشرين ضلع د ر من مثلث د ر س
كضلع د ر من مثلث د ر س فط د مثل د ر وكان د ر مثل د ر فط د
مثل د ر فعود س د واقع على نقطة ل من خط د ر ونخرج د ر في جهة
د على استقامته الى غير النهاية ونفصل منه د ر مثل ل د بالشكل
الثالث ونصل بين نقطتي د ر س بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي
د ر س ل د ر س قائمة وضلع د ر كضلع د ر بالمقدمة الثانية ونخرج
من نقطة ع عمود ع م على خط د ر بالشكل الثاني عشر ولان ع م اعظم من
ل د بالمقدمة الاولى فنفصل منه م ل كضلع ل د بالشكل الثالث
ونصل س د بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي ل س د م س د
قائمة فخط س د خط مستقيم بالشكل الرابع عشر وضلع ل م كضلع
س د بالمقدمة الثانية وزاوية م س د قائمة فزاوية س د ع قائمة
وزاويتي س د ع س د متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلع
د ر س ع متساويان فبالشكل السادس والعشرين ضلع س د كضلع
س د ف ضلع ل م كضلع ل م بمثل ما تقدم فعود ع م واقع على نقطة
م من خط د ر فخط د ر انحصر بين عمودي س د ع م فاذا اخرجناه في
جهة



جهة د على استقامته لا يمكن ان يلقي احد عمودي س د ع م والا فليكن
على نقطة د فيكون في مثلث د ح م او د ح ل زاويتان كفايتين وهما زاويتا
د ح ل او د ح م وكل زاويتي مثلث اقل منهما بالشكل السابع
عشر هذا خلف فخط د ر يلقي خط ا ب واما الثاني وهو ان يكون
كل واحد من زاويتي ب د ر د ر حادة فلان زاوية د ر ح حادة يكون
زاوية د ر ح منفرجة بالشكل الثالث عشر ونخرج من نقطة ح عمود
ح ر على خط د ر في جهة د باستبانة الشكل الحادي عشر فبقع بين
ضلعي د ر فاذا اخرجناه في جهة ح على استقامته يلقي خط ا ب
بالشكل المتقدم فليلقه على نقطة ح فاذا اخرجنا خط د ر في جهة
د على استقامته يلقي خط ا ب بين نقطتي
ح وذلك ظاهر لامتناع احاطة خطين
مستقيمين بسطح واما الثالث وهو ان يكون
زاوية ب د ر حادة وزاوية د ر ح منفرجة
فلان زاويتي ب د ر د ر اقل من قائمتين
وزاويتا د ر ح والمجاورة لهما معا كفايتين
بالشكل الثالث عشر فزاوية ح المجاورة لزاوية د ر اعظم من زاوية
ب د ر ونرسم على خط د ر نقطة ح كيف ما وقعت ونخرج منها عمود
ح ط الى خط د ب بالشكل الثاني عشر فلا يقع على نقطة د وذلك ظاهر
ولا على خط ا ب والا لكانت زاويتا مثلث
اعظم من قائمتين وقد بين في الشكل السابع
عشر انهما اقل منهما هذا خلف فليقع على
نقطة ط ونخرج خط ط ح على استقامته في
جهة ح الى ا فلان زاوية ح ط د القائمة مع زاوية ح ط ا اقل من
قائمتين بالشكل السابع عشر وزاوية ح ط د الحادة كزاوية ح ط ا بالشكل
الخامس عشر وزاوية ح المجاورة لزاوية د ر اقل من قائمة فكل واحد
من زاويتي ح ا د و ح المجاورة لزاوية د ر حادة فخط ح ا اذا
اخرجنا في جهة ا يتلاقبان بالشكل الثاني من الشكل المتقدم فليبقا
على نقطة ا ولان زوايا كل مثلث مستقيم الاضلاع كفايتين فزاويتي
ح ط ا ح ط ا متساويتان بالشكل الخامس عشر وزاوية ح ط ا اعظم من زاوية
ح ط د فزاوية ح ط ا القائمة اعظم من زاوية ح ط ا لان الزوايا الثالث
كل مثلث مستقيم الاضلاع كفايتين بالمقدمة الثالثة فهي حادة وزاوية
ب ط ا قائمة بالشكل الثالث عشر فاذا اخرجنا خط ا ب د في جهة ب د
فهما يتلاقبان بالشكل الاول من الشكلين في جهة واحدة من الخط الواقع
لقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين ونعود الى تقرير مسائل الكتاب



كل خط مستقيم وقع على خطين مستقيمين متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان والخارجة كالداخلة المتعابلة لها والداخلتان في

جهة من الخط كقائمتين

ليكن خط $د ر$ المستقيم وقع على خطي $ا ب$ و $ح ط$ المتوازيين على نقطتي $ح$ و $ط$ فاقول ان زاوية $ا ح ط$ كزاوية $د ط ح$ المتبادلة لها وان زاوية $د ح ب$ كزاوية $ح ط د$ الخارجة والداخلية وان داخليتي $ب ح ط$ و $د ط ح$ كقائمتين برهانه فلان زاوية $ا ح ط$ لو لم يكن كزاوية $د ط ح$ لكانت اعظم منها او اصغر فان كانت اعظم وهي مع زاوية $ب ح ط$ كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا $ب ح ط$ و $ح ط د$ يكونان اقل من قائمتين فخطا $ا ب$ و $د$ اذا اخرجا في جهة $د$ فانهما يتلاقيان بالفضبة التي برهنا عليها وهما متوازيين هذا خلف وان كانت زاوية $ا ح ط$ اصغر من زاوية $د ط ح$ فزاويتا $د ط ح$ و $ح ط د$ معا كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا $ح ط د$ و $ا ح ط$ معا اقل قائمتين فخطا $ا ب$ و $د$ ان اخرجا في جهة $ا$ فانهما يتلاقيان بالفضبة وهما متوازيان هذا خلف فزاويتا $ا ح ط$ و $ح ط د$ متساويتان وزاوية $د ح ب$ كزاوية $ا ح ط$ بالخامس عشر فزاويتا $د ح ب$ و $ح ط د$ متساويتان وزاوية $ب ح ط$ مع زاوية $ا ح ط$ كقائمتين بالشكل الثالث عشر فهي مع زاوية $ح ط د$ كقائمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين $هـ$ واستبان منه ان كل خطين مستقيمين في سطح مستو اما متوازيان واما متساويان لانه اذا وقع عليهما خط مستقيم فالزاويتان الحادتان الداخلتان في جهة واحدة من الخط الواقع اما قائمتان او اقل منهما فعلى التقدير الاول هما متوازيان وعلى التقدير الثاني يلتقيان اذا اخرجا في تلك الجهة فهما متساويان وهذا ما وعدنا التنبيه عليه $هـ$

جميع الخطوط الموازية لخط بعينه ولا يكون تلك الخطوط على سمت واحد فهي متوازية

ليكن خطا $ا ب$ و $د ر$ موازيين لخط $هـ$ فاقول انهما متوازيان برهانه لنقطع خط $ح ط$ المستقيم خطوط $ا ب$ و $د ر$ على نقطتي $ا$ و $د$ فلان زاوية

زاوية $ا ل ر$ كزاوية $د ل ر$ و زاوية $د ل ر$ كزاوية $ا ل ر$ بالشكل المتقدم وزاويتا $ا ل ر$ و $د ل ر$ متساويتان فخط $ا ب$ يوازي خط $د ر$ بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين $هـ$

لنا ان نخرج من اي نقطة في سطح خط موازيا لخط مستقيم مفروض في ذلك السطح مباين للنقطة المفروضة

ليكن النقطة $ا$ والخط $ب ر$ فاقول لنا ان نخرج من نقطة $ا$ خطا موازيا لخط $ب ر$ برهانه نرسم على خط $ب ر$ نقطة $ك$ ونصل بينها وبين نقطة $ا$ بخط مستقيم ونجعل على نقطة $ا$ من خط $ا د$ زاوية $د ا ب$ بالشكل الثالث والعشرين ونخرج $ا ر$ في جهة $ا$ على استقامته الى حيث شئنا فليبتئ الى $هـ$ فلان زاوية $د ا ر$ كزاوية $د ب ر$ فخط $ا ر$ موازي لخط $ب ر$ بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين $هـ$

كل مثلث مستقيم الاضلاع اخرج من احدي اضلاعه خط فالزاوية الخارجة تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين المتقابلتين لها وان الزوايا الثلاث من اي مثلث مساوية لقائمتين $هـ$

لنخرج ضلع $ب ر$ من مثلث $ا ب ر$ الى $د$ على استقامته فاقول ان زاوية $ا د ر$ كمجموع زاويتي $ا ب ر$ و $ب ا ر$ وان هاتين الزاويتين مع زاوية $ا د ب$ كقائمتين برهانه نخرج من نقطة $ر$ خط $هـ$ يوازي $ا ب$ بالشكل المتقدم فلان زاوية $ا د هـ$ كزاوية $د ا ب$ وزاوية $د ر هـ$

كزاوية \overline{AB} بالناسع والعشرين فزاوية
 \overline{AB} كزاويتي \overline{AB} \overline{BA} ولان زاويتي
 \overline{AB} \overline{BA} كزاويتي بالشكل الثالث عشر
 فزاوية \overline{AB} كزاويتي \overline{AB} \overline{BA} فهما
 مع زاوية \overline{AB} كزاويتي فالحكم ثابت



وذلك ما اردنا ان نبين

جميع الخطوط المستقيمة المتقابلة الواقعة بين
 اطراف الخطوط المتوازية المتساوية ومتوازية

ولنصل بين اطراف خطي \overline{AB} \overline{CD} المتوازيين
 المتساويين خطا \overline{AD} فاقول انهما متوازيان
 متساويان برهانه انا نصل بين نقطتي \overline{B} \overline{D}
 بخط مستقيم فلان زاويتي \overline{AB} \overline{BD} من
 مثلثي \overline{ABD} \overline{CDB} متساويتان بالشكل التاسع والعشرين لتوازي
 \overline{AB} \overline{CD} وضلعا \overline{BD} مشترك بينهما فبالشكل
 الرابع ضلع \overline{AD} كضلع \overline{BC} فزاوية \overline{AD} كزاوية \overline{BC} فبالشكل التاسع
 والعشرين \overline{AD} يوازي \overline{BC} فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



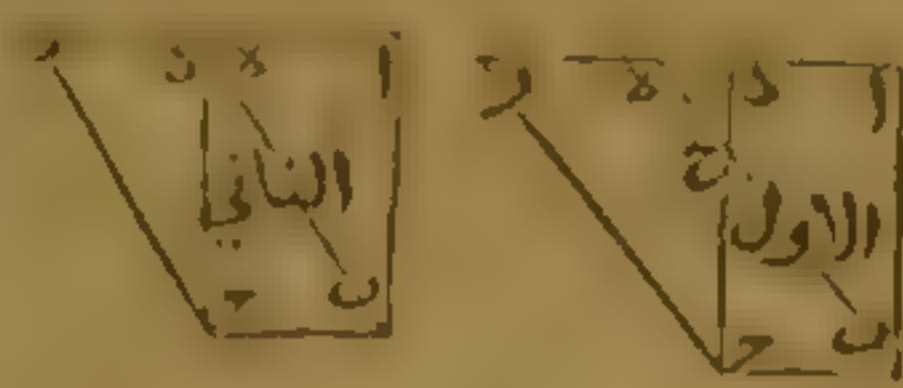
كل ضلعين متقابلين والزائتين المتقابلتين
 من اي السطوح المتوازية الاضلاع متساويان
 واقطارها تنصفها



ليكن \overline{AB} \overline{CD} متوازي الاضلاع فاقول كلا من ضلعي
 \overline{AD} \overline{BC} المتقابلين متساويان وكلا من زاويتي \overline{BAD}
 \overline{ACD} المتقابلتين متساويتين برهانه نصل \overline{AC} بخط
 مستقيم فلان زاويتي \overline{BAC} \overline{ACD} متساويتان زاويتا \overline{AB} \overline{CD} من مثلث
 \overline{ABC} \overline{DCB} كل لنظيرتها بالشكل التاسع والعشرين وضلع \overline{AC} مشترك فبالشكل
 السادس والعشرين الاضلاع والزوايا الباقية المناظرة منهما متساوية
 فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

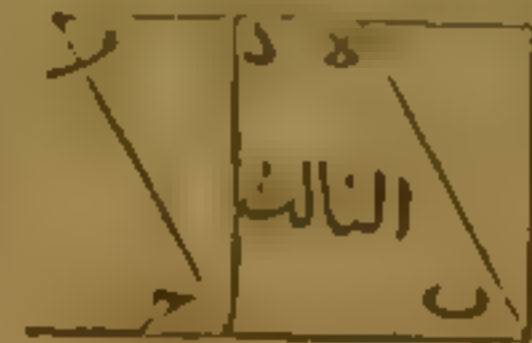
جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على

قاعدة واحدة في جهة واحدة بين خطين متوازيين



بعينهما متساوية

ليكن سطحا \overline{AB} \overline{CD} متوازيين
 الاضلاع كائنين على قاعدة \overline{BC} في جهة
 امر وبين خطي \overline{AB} \overline{CD} المتوازيين وخط \overline{BC} قاطع خط \overline{BC} على نقطة
 \overline{C} فاقول ان سطحي \overline{AB} \overline{CD} متساويان برهانه فلان سطحي \overline{AB} \overline{CD}
 متوازي الاضلاع فبالشكل المتقدم ضلع \overline{AB} كضلع \overline{CD} وكل من ضلعي
 \overline{AD} \overline{BC} كضلع \overline{BC} فهما متساويان ونجعل \overline{DE} مشتركا بينهما فضلعا
 \overline{AD} \overline{BC} متساويان وزاوية \overline{ADE} كزاوية \overline{BCD} بالشكل التاسع والعشرين
 فبالشكل الرابع مثلث \overline{ADE} كمثلث \overline{BCD} فاذا استقطنا منهما مثلث \overline{ADE}
 المشترك بينهما بقي منحرف \overline{AB} \overline{CD} كمنحرف \overline{BC} فاذا اضفنا الي كل من
 المنحرفين مثلث \overline{ADE} \overline{BCD} عاد سطحا \overline{AB} \overline{CD} متساويين



وذلك ما اردنا ان نبين
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة \overline{E} يمكن ان
 يقع بين نقطتي \overline{A} \overline{C} او على نقطة \overline{C} او فيما بين
 نقطتي \overline{A} \overline{C} هكذا وبيان كما ذكرنا والباقي ظاهر من

جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على
 قواعد متساوية في جهة واحدة وبين خطين



متوازيين بعينهما متساوية

ليكن سطحا \overline{AB} \overline{CD} متوازي الاضلاع كائنين
 على قاعدتي \overline{BC} \overline{DE} المتساويتين فاقول انهما
 متساويان برهانه فلان \overline{BC} \overline{DE} يساوي \overline{BC} \overline{DE} مساوي \overline{BC} \overline{DE} بالشكل
 الرابع والثلاثين فهما يساوي \overline{BC} \overline{DE} وهو يوازيه فنصل بين كل من
 نقطتي \overline{B} \overline{E} بخط مستقيم يتحصل سطح \overline{BC} \overline{DE} متوازي الاضلاع
 لتوازي خط \overline{BC} \overline{DE} لوقوعهما



بين خطي \overline{BC} \overline{DE} المتوازيين
 المتساويين بالشكل الثالث
 والثلاثين فلان كلا من سطحي \overline{AB}
 \overline{CD} يساوي سطح \overline{BC} \overline{DE} فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

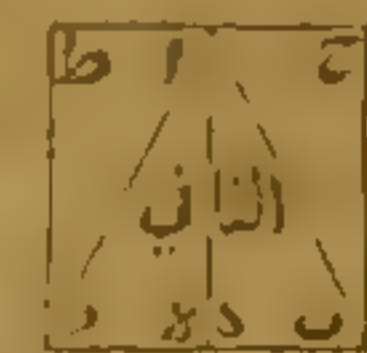
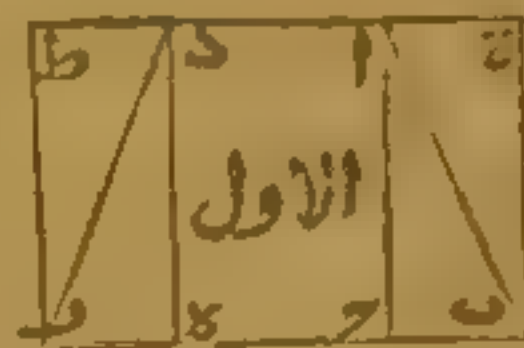
ولهذا الشك اختلاف وقوع فان نقطة \bar{a} اما ان تقع بين نقطتي \bar{d} و \bar{a} علي نقطة \bar{d} او فيما بين نقطتي \bar{a} و \bar{d} هكذا والبيان كالاول والباقي ظاهر منه

جميع المثلثات الكائنة علي قاعدة واحدة في جهة
واحدة ودين خطين متوازنين بعينها متساوية هـ

ليكن مثلثا $أ ب ح$ د ب ح علي قاعدة $ب ح$ وبين خطي
 $أ د ب ح$ المتوازيين فاقول انهما متساويان برهانه
 نخرج من نقطتي $ب ح$ خط $ب ه$ موازيا لخط $أ ح$ وخط
 $ح ر$ متوازيا ل $ب د$ بالشكل الواحد والثلاثين
 ونخرجهما في جهة $ه ر$ علي استقامتهما ونخرج $أ د$ علي استقامته في جهته
 الي نقطتي $ه ر$ فلان زاوية $ه أ ب$ مع الزاوية المجاورة لزاوية $أ ب ح$
 كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين لموازاة $أ د ب ح$ فزاويتا $أ ب ه$ باه
 اقل من قائمتين فخطا $أ ب ه$ يتلاقيان فليلتقيا علي نقطه $ه$ ومثله تبين
 التقاء $أ د ح ر$ علي نقطة $ر$ فسطحا $أ ه ب ح$ د ب ح المتوازي الاضلاع
 متساويان بالشكل الخامس والثلاثين وهما منصفان بخطي $أ ب ح$ د بالشكل
 الرابع والثلاثين فسطح $ه ر$ ضعف مثلث $أ ب ح$ وسط $ب ح$ وضعف مثلث
 د ب ح والسطحان متساويان فثلثا $أ ب ح$ د ب متساويان وذلك ما اردنا ان
 نبين

جميع المثلثات الكائنة على قواعد متساوية في جهة واحدة ودين خطين متوازيين بعينهما متساوية

ليهكن مثلثا $\overline{أ ب د}$ $\overline{د ه}$ علي قاعدتي $\overline{ب ح}$ و $\overline{ر}$ من خط
 $\overline{ب ر}$ المتساويين وبين خطي $\overline{أ د}$ $\overline{ب ر}$ المتوازيين
 فاقول انهما متساويان برهانه نخرج من نقطتي $\overline{ب}$
 $\overline{ر}$ في جهة $\overline{أ د}$ خط $\overline{ب ح}$ موازيا للضلع $\overline{أ ر}$ و $\overline{ر ط}$
 لضلع $\overline{د ه}$ بالشكل الواحد والثلاثين ونخرجهما علي استقامتهما ونخرج
 $\overline{أ د}$ علي استقامته في جهته الي نقطتي $\overline{ح ط}$ فلان زاوية $\overline{ح أ ب}$ مع زاوية
 المجاورة لزاوية $\overline{أ ب د}$ كفايتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويا $\overline{ح أ ب}$
 $\overline{أ ب ح}$ اقل من قائمتين فخطا $\overline{ب ح}$ $\overline{أ د}$ يتلاقبان فليتلاقبا علي
 نقطة $\overline{ح}$ ومثله تبين ان خطي $\overline{أ د}$ $\overline{ط ر}$ اذا اخرجا علي
 استقامتهما في جهة $\overline{ط}$ يتلاقبان فليتلاقبا علي نقطة $\overline{ط}$
 فسطحا $\overline{ح ر}$ و $\overline{ط ر}$ المتوازيين الاضلاع متساويان بالشكل
 السادس



السادس والثلاثين وهما ضعفاً مثلثي $\triangle ABC$ دهر بالشكل
الرابع والثلاثين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة e يمكن ان يقع
بين نقطتي \triangle ر او على نقطة \triangle او بين نقطتي \triangle ب
وهكذا والاول ببناء والباقي ظاهر من
ط

جميع المثلثات المتساوية الكائنة على قاعدة واحدة
في جهة واحدة كائنة بين خطين متوازيين بعينهما

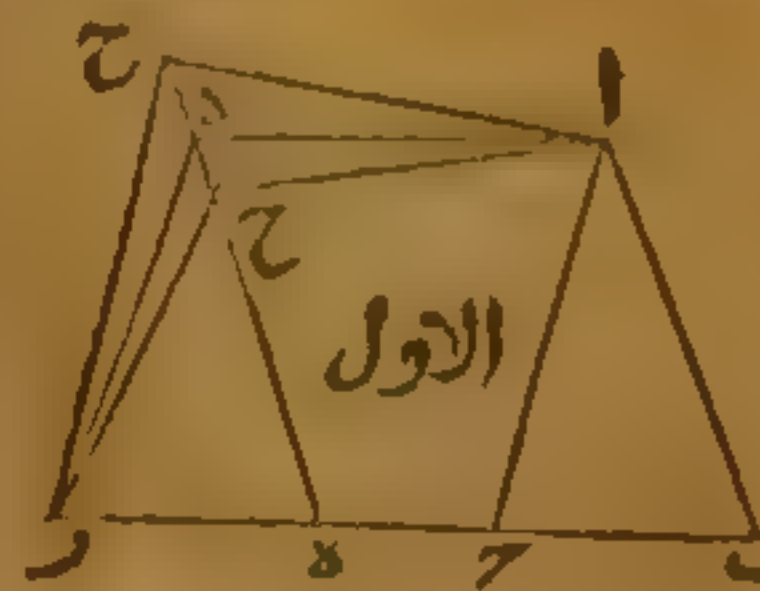
ليمكن مثلنا $\overline{أ ب}$ د $\overline{ب}$ الكيانان علي قاعدة
 $\overline{ب}$ في جهة $\overline{أ د}$ متساويين فاقول انهما بين
 خطين متوازيين بعينهما $\overline{ب هـ}$ فانه يصل بين
 نقطتي $\overline{أ د}$ بخط مستقيم فهو مواز لقاعدة
 $\overline{ب}$ والا لكان المتوازي لها خط $\overline{أ هـ}$ المنتهي
 الي خط $\overline{ب د}$ لكون زاويتي $\overline{أ ب د}$ $\overline{أ ب هـ}$ اقل من مجموع زاويتي
 $\overline{أ ب هـ}$ $\overline{أ ب د}$ كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فلينته علي نقطة $\overline{هـ}$ فنصل
 بين نقطتي $\overline{هـ د}$ بخط مستقيم فثلث $\overline{ب هـ د}$ كمثلث $\overline{أ ب د}$ بالشكل السابع
 والثلاثين وكان مثلث $\overline{ب د هـ}$ مساويا لمثلث $\overline{أ ب د}$ فثلث $\overline{ب هـ د}$ يساوي
 مثلث $\overline{ب د}$ فالجزء مثل الكل وذلك ما اردنا ان نبين
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة $\overline{هـ}$ اما ان تقع بين نقطتي $\overline{ب د}$ او
 خارجا عنهما في جهة $\overline{د}$ والبيان في الكل واحدا



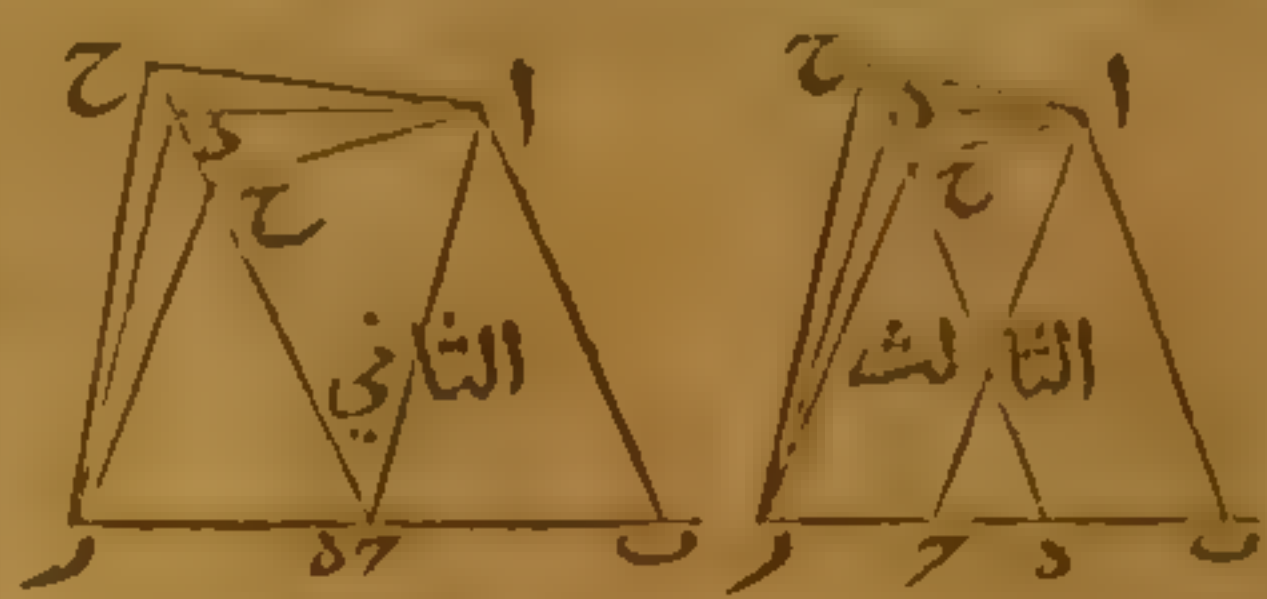
جميع المثلثات المتساوية الكائنة على قاعدة
متساوية من خط بعينه في جهة واحدة فهي بين

خطين متوازيين بعينهما هـ

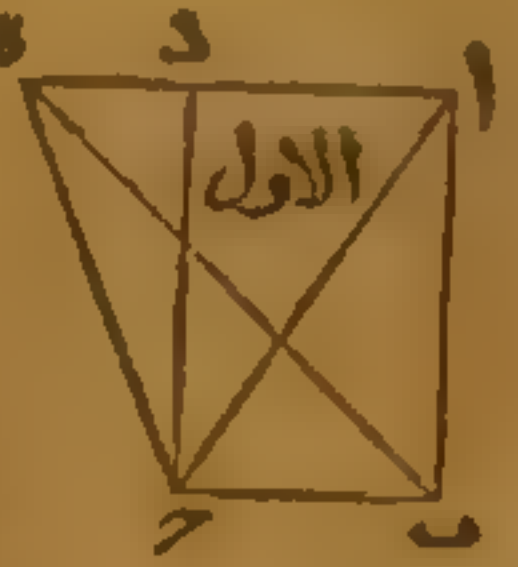
ليكن مثلثا ABC دهر علي قاعدتي BC
 دهر برهانه فصل بين نقطتي A و D بخط
 مستقيم فاقول انهما بين خطين متوازيين
 انه مواز لخط BC والا لكان الموازي له خط AC المنتهي الي خط DE وعلي
 نقطه E ونصل E بخط مستقيم فنثلث ABC دهر كمثلث ABC بالشكل
 الثامن والثلاثين وكان مثلث DE مساويا له فبكون مثلث E دهر كمثلث



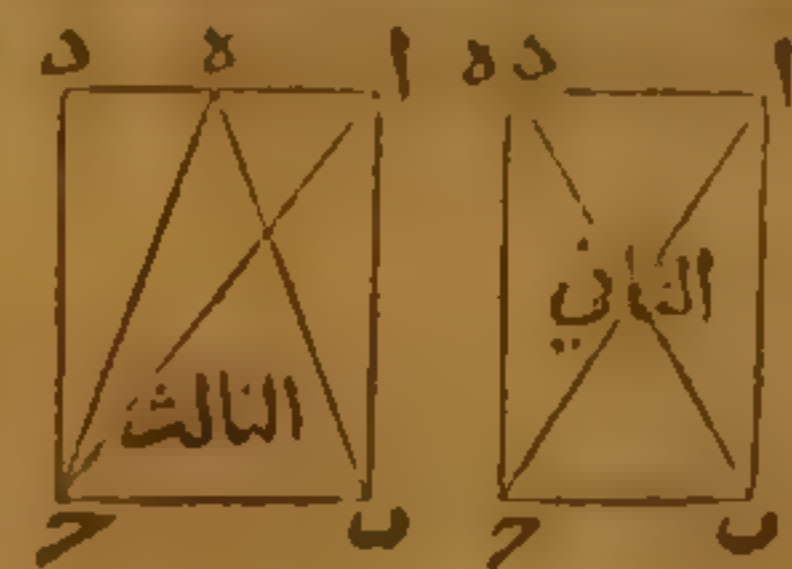
دور جز الشئ يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان
نبين ولهذا الشكل اختلاف
وقوع فان نقطة ح اما ان يقع
بين نقطتي د و ر او خارجا
عنهما في جهة د مع وقوع
نقطة د بين نقطتي ح و ر او
علي نقطة ح او بين نقطتي ب و ح هكذا والبيان في الكل واحد



جميع السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات الكائنة
على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين
متوازيين بعينهما فان اي سطح هو ضعف اي
مثلث من تلك المثلثات

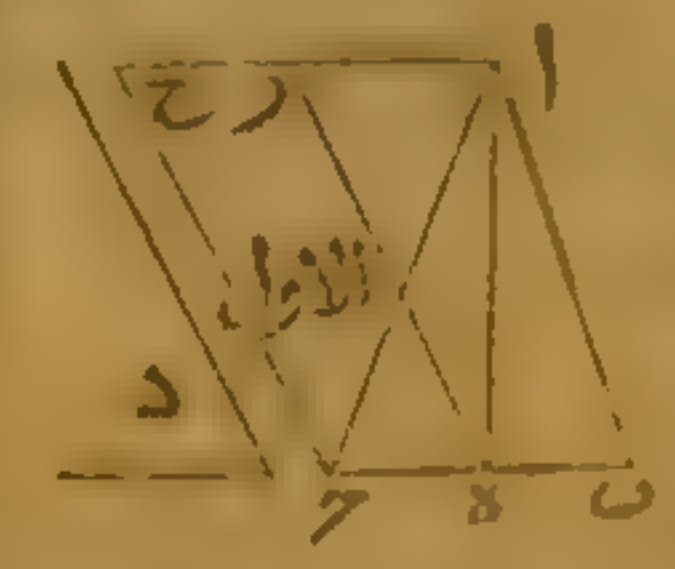


ليكن سطح ا ب ح د المتوازي الاضلاع ومثلث د ب ح
على قاعدة ب ح وبين خطي ب ح و ا ه المتوازيين
فاقول ان سطح ا ح ضعف مثلث ب ح د برهانه
نصل بين نقطتي ا ح بخط مستقيم فنلنا ا ب ح د متساويان بالشكل
السابع والثلاثين وسط ا ب ح د ضعف مثلث ا ب ح بالشكل الرابع
والثلاثين فهو ضعف مثلث ب ح د وذلك ما
اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف
وقوع فان نقطة د اما ان تقع خارجا عن
نقطتي ا د او على احدهما او فيما بينهما
هكذا والبيان في الكل واحد

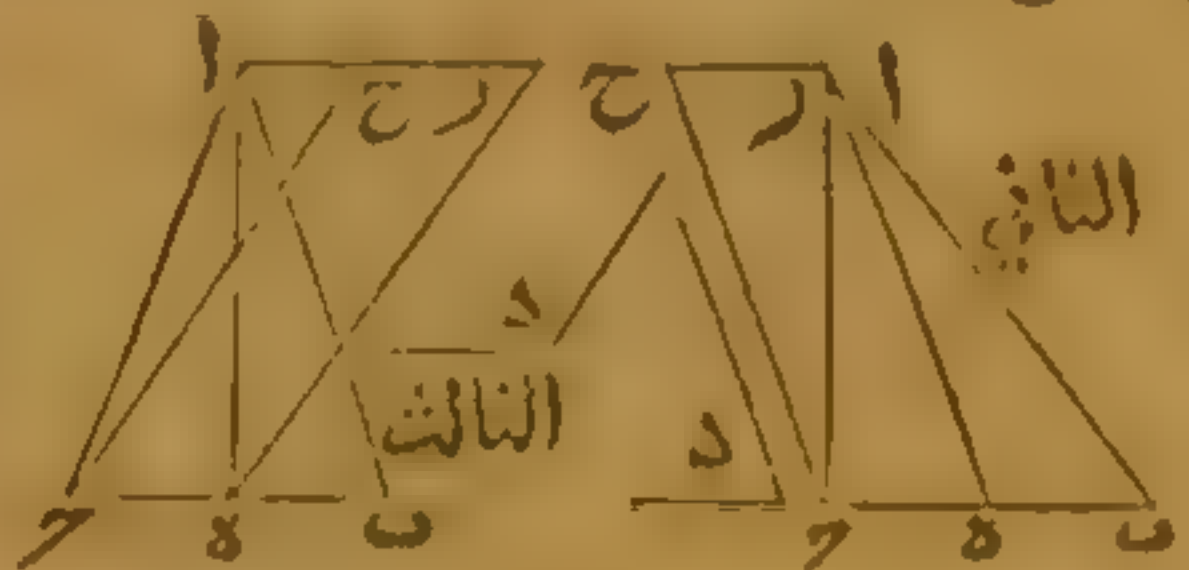


لنا ان نرسم سطح متوازي الاضلاع يساوي مثلث
مستقيم الاضلاع المفروض وتكون زاوية من زوايا
السطح كزاوية مفروضة مستقيم الخطين
ليكن المثلث ا ب ح والزاوية د فننصف ب ح على نقطة د بالشكل
العاشر ونصل بين نقطتي ا د بخط مستقيم ونرسم على نقطة د من خط

د زاوية ح د كزاوية د المفروضة بالشكل الثالث والعشرين ونخرج
من نقطة ح خط ح ج في جهة ا يوازي د ر ومن نقطة ا خط ا ح في
جهة ح يوازي ب د بالشكل الواحد والثلاثين
فلان زاوية ح ا د مع الزاوية المجاورة لزاوية
ا ح ب كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتنا
ح ا د اقل من قائمتين فخطي ا ح ح ج
يتلاقيان اذا اخرجنا علي استقامتهما في جهة ح

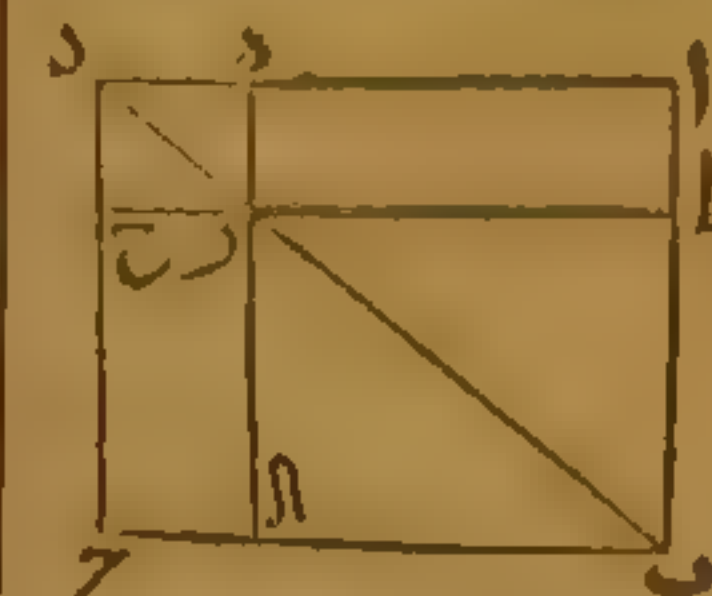


فليتلاقيا على نقطة ح ولنقطع خط ا ح خط د ر على نقطة ر لان زاويتي
ح ا د ا ه كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فاقول ان سطح د ح كمثلث
ا ب ح برهانه فلان مثلثي ا ب د ا ه متساويان بالشكل الثامن والثلاثين
فنلنا ا ب ح ضعف مثلث ا ه و سطح د ح ضعف مثلث ا ه بالشكل



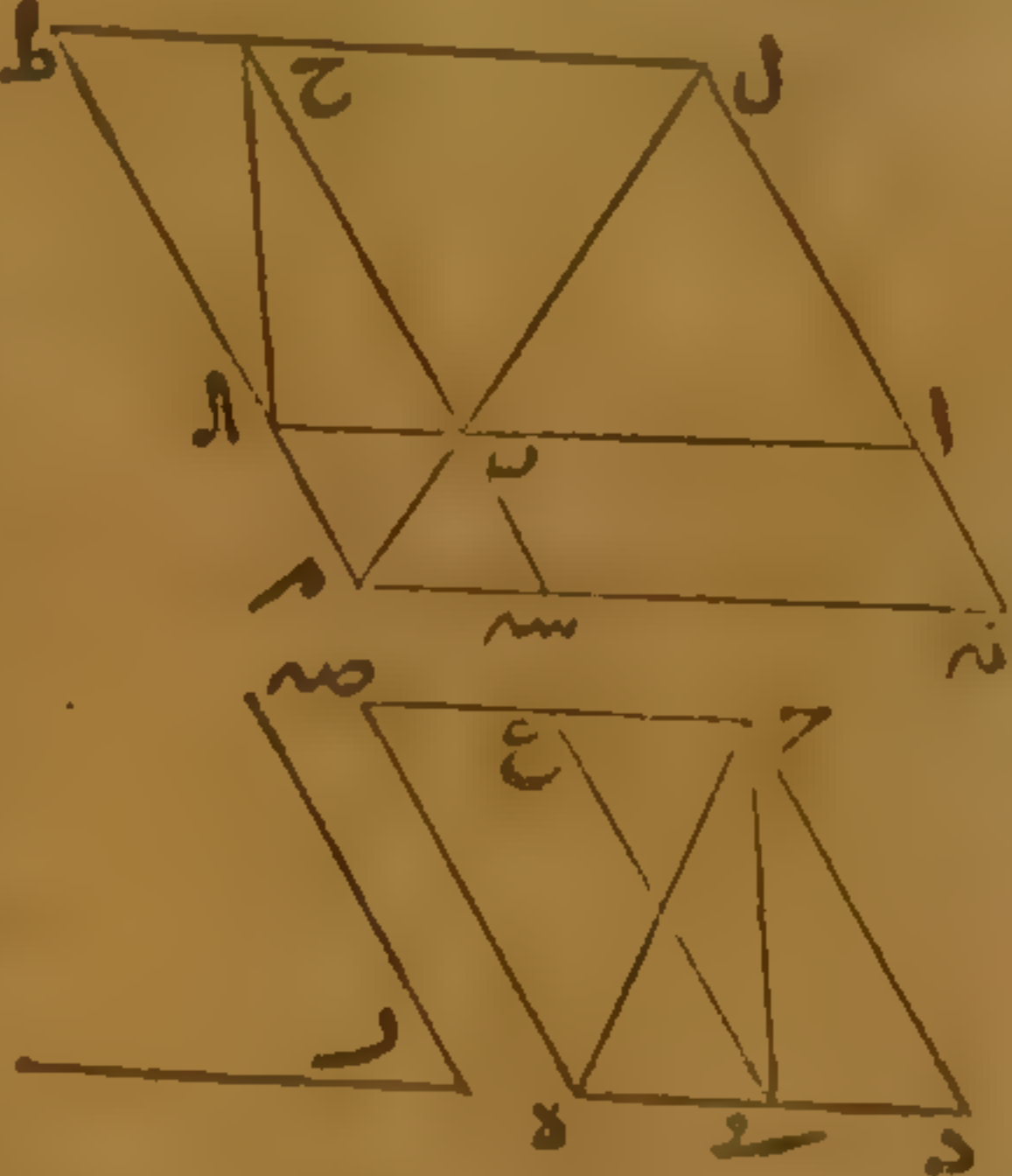
المتقدم فسطح د ح كمثلث ا ب ح
وزاوية د ه ح كزاوية د فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع
فان ضلع د ه اما ان يقع بين
ضلعي ا ه د او ينطبق على ضلع ا ه او يقطع ا ب هكذا والبرهان
في الكل واحد

كل سطحين متوازي الاضلاع يقعان في سطح
متوازي الاضلاع عن جنبتَي قطره يشاركانه في
زاويتين ويتصلان على نقطة من القطر فهما متساويان



ليكن سطح ا ه ر ط ح ر ا د المتوازي الاضلاع
يقعان في سطح ا ب ح د المتوازي الاضلاع
ويشاركانه في زاويتي ب ا د ب ح د ويتصلان على
نقطة ر من قطر ب د فاقول انهما متساويان
برهانه فلان مثلثي ب ا د ب ح د متساويان
وكذلك مثلنا ب ط ر ب ا ر ومثلنا د ه ر د ح ر بالشكل الرابع والثلاثين
فاذا القينا مثلثي د ه ر ب ط ر من مثلث ب ا د ومثلثي ب ا ر د ح ر من
مثلث د ح ب يبقى سطح ا ر كسطح ح ر وذلك ما اردنا ان نبين
ويقال لسطحي ا ر ح ر المتممان ولاي واحد منهما متمم
مد

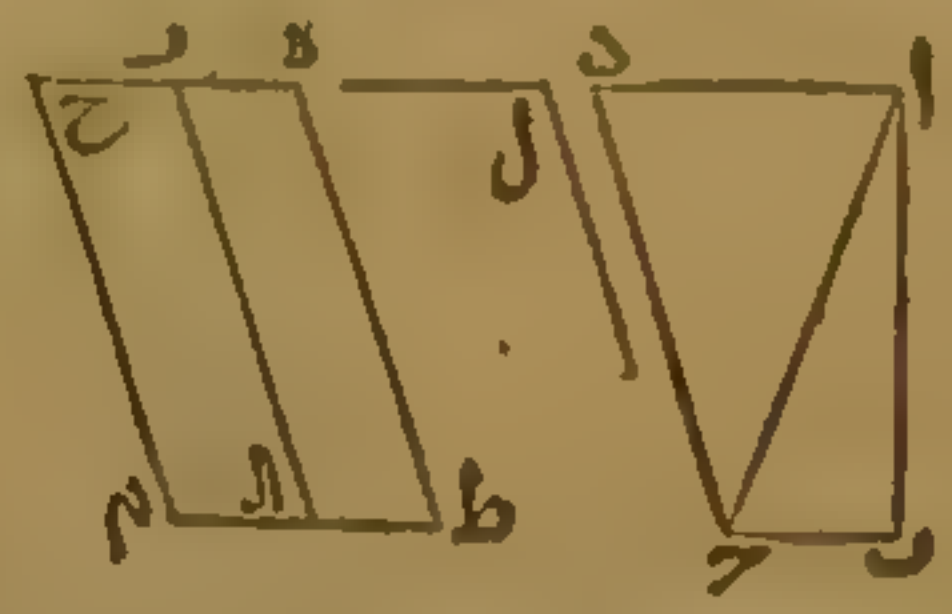
لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم محدود سطحاً
متوازي الاضلاع يساوي مثلثاً مفروضاً واحدي
ط زوايا كزاوية مفروضة



و ٢ سطح α و β مع المتوازي الاضلاع يساوي مثلث α و β وتكون
 زاوية α و β منه كزاوية α و β بالشكل الثاني والاربعين وتخرج α في
 جهة β على استقامته الى غير النهاية ونرسم على نقطة β من الخط
 الخارج زاوية α و β كزاوية α و β بالشكل الثالث والعشرين ونفصل
 من β خطا α و β ولكن β و α ونفصل β و α كخط α و β بالشكل
 الثالث وتخرج من نقطتي α و β خطي α و β في جهة β من خط
 α و β موازي لخطي β و α بالشكل الواحد والثلاثين فلانا اذا وصلنا
 بين نقطتي α و β بخط مستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية α و β مع
 زاوية α و β كزاويتي بالشكل التاسع والعشرين فزاويتي α و β اح
 اقل من قايمتين خطا α و β يتلاقيان فليتلاقيا على نقطة α و β فسطح
 α و β يساوي سطح α و β ويبين ذلك بانطابق واحداهما على الاخر بحيث
 ينطبق خط α و β على خط β و α ونقطة α و β على نقطة α و β على
 نقطة α و β فتطبق ضلع α و β على ضلع β و α لتساوي زاويتي α و β
 α و β فتطبق نقطة α و β على نقطة α و β لتساوي خطي α و β
 فبنطبق ضلع α و β على ضلع α و β لتساوي زاويتي β و α و β
 فبنطبق ضلع α و β على ضلع α و β لان كل واحدة من زاويتي α و β
 α و β و β و α كزاويتي بالشكل التاسع والعشرين وزاوية α و β
 كزاوية α و β و β و α فتطبق نقطة α و β على نقطة α و β لتساوي ضلعي α و β
 α و β فبنطبق ضلع α و β على ضلع α و β والا يلزم خطين مستقيمين
 بسطح هذا خلف وتخرج خط α و β في جهة α و β على استقامته الى غير
 النهاية

النهاية ونفصل منه $\overline{ح\ ل}$ يساوي $\overline{أ\ ب}$ بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي $\overline{ل\ ب}$ بخط مستقيم ونصل بين نقطتي $\overline{أ\ ل}$ بخط مستقيم فهو مواز لخط $\overline{أ\ ط}$ بالشكل الثالث والثلاثين فراويتا $\overline{أ\ ط}$ $\overline{أ\ ل}$ كفايتين بالشكل التاسع والعشرين فراويتا $\overline{أ\ ط}$ $\overline{ب\ ل}$ أقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي $\overline{ل\ ب}$ $\overline{أ\ ط}$ الي جهة $\overline{ب\ أ}$ فانهما يتلاقبان فليبتل قبا علي نقطة $\overline{م}$ ونخرج منها خط $\overline{م\ ن}$ موازيا لخط $\overline{ل\ ط}$ بالشكل الواحد والثلاثين فلان زاوية المجاورة لزاوية $\overline{م\ ل\ ط}$ مع زاوية $\overline{ل\ م\ ن}$ كفايتين بالشكل التاسع والعشرين فراويتا $\overline{أ\ م}$ $\overline{ل\ م}$ أقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطا $\overline{ل\ م}$ $\overline{ن}$ الي جهة $\overline{ن}$ فهما يتلاقبان فليبتل قبا علي نقطة $\overline{ن}$ ونخرج $\overline{ب\ ح}$ الي جهة $\overline{ب}$ علي استقامته الي ان ينتهي الي خط $\overline{م\ ن}$ فليبتنه الي نقطة $\overline{س}$ فلان $\overline{م\ م\ س}$ $\overline{أ\ س}$ $\overline{ك\ م}$ $\overline{ح\ أ}$ بالشكل المتقدم وسط $\overline{د\ ع}$ كسطح $\overline{ح\ أ}$ فقم $\overline{أ\ س}$ كسطح $\overline{د\ ع}$ وكان مثلث $\overline{أ\ س\ د}$ مثلث $\overline{أ\ س\ ع}$ فقم $\overline{أ\ س}$ كمثلث $\overline{أ\ س\ د}$ وزاوية $\overline{أ\ ب\ س}$ من $\overline{م\ م\ س}$ $\overline{أ\ س}$ كزاوية $\overline{ح\ ب\ أ}$ بالشكل الخامس عشر وكانت زاوية $\overline{ر\ ك\ زاوية}$ $\overline{ح\ ب\ أ}$ فزاوية $\overline{أ\ ب\ س}$ كزاوية $\overline{ر\ ف}$ بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين \square واستبان منه انه اذا كان سطح كثير الاضلاع المستقيم فان لنا ان نرسم علي خط مستقيم محدود سطح متوازي الاضلاع يساويه وتكون احدي زواياه كزاوية مفروضة لان كثير الاضلاع اذا كان ذا اربعة اضلاع ينقسم الي مثلثين واذا كان ذا خمسة اضلاع فالي ثلث مثلثات وان كان ذا ستة اضلاع فالي اربعة مثلثات وعلي هذا النسق ينقص اعداد المثلثات عن اعداد الاضلاع بعددين ثم اقول

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم مفروض محدود
سطحا تكون متوازي الاضلاع المستقيمة يساوي
سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع ويساوي احدي



علي خط $\overline{ط}$ سطحاً متوازي الاضلاع يساوي سطح $\overline{أ ب د}$ واحد
زوايا $\overline{ك ز اوية}$ $\overline{آ}$ برهانه نصل بين نقطتي $\overline{آ ح}$ بخط مستقيم ونرسم
علي $\overline{ط}$ سطح $\overline{ط آ ر}$ المتوازي الاضلاع يساوي مثلث $\overline{أ ب ح}$ وزاوية

روط منه كزاوية ل بالشكل المتقدم ونرسم على رآ المساوي لخط ط
بالشكل الرابع والثلاثين سطح رالم ح المتوازي الاضلاع مساويا لثلث
أرد وزاوية ح رآ منه كزاوية روط بالشكل المتقدم فلان زاويتي روط
رآ كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية ح رآ كزاوية روط
فزاويتا رآ ح رآ كقائمتين فخط همرح خط مستقيم بالشكل الرابع عشر
فزاوية ح رآ كزاوية رآ ط بالشكل التاسع والعشرين وبهذا الشكل
ايضا ح رآ مع زاوية رآ م كقائمتين فزاويتا رآ ط رآ م كقائمتين فخط
ط رآ م خط مستقيم بالشكل الرابع عشر ولان سطح رآ م كثلث آ ب ح فسطح
ه م كسطح آ ح وزاوية ح ه ط كزاوية ل وضلعا ه ط ح م موازيان ضلع
رآ فمهما متوازيان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
وهذا الشكل لم يذكره الحجاج في كتابه وقد وجد في نسخة ثابت
والحق انه لا يحتاج اليه بعد الشكل المتقدم وذلك لان طريقة اقليدس
في كتابه هذا انه اذا كان شكل او مقدمة شكل يستقيم من الاشكال
المتقدمة لم يجعله شكلا من اشكال كتابه ولا يخرج المقدمة من القوة الي
الفعل بل لم يذكر شيئا منها اعتمادا علي اذهان من يحاول حل كتابه
هذا لانه يتكلم علي الاصول اذ هي مضبوطة والفروع لانها لها وانا
استقطته ايضا من اصل الكتاب وجعلته استبانة من الشكل المتقدم
وان كنت ذكرته بالفعل لان طريقي في هذا الكتاب تقتضي ذلك

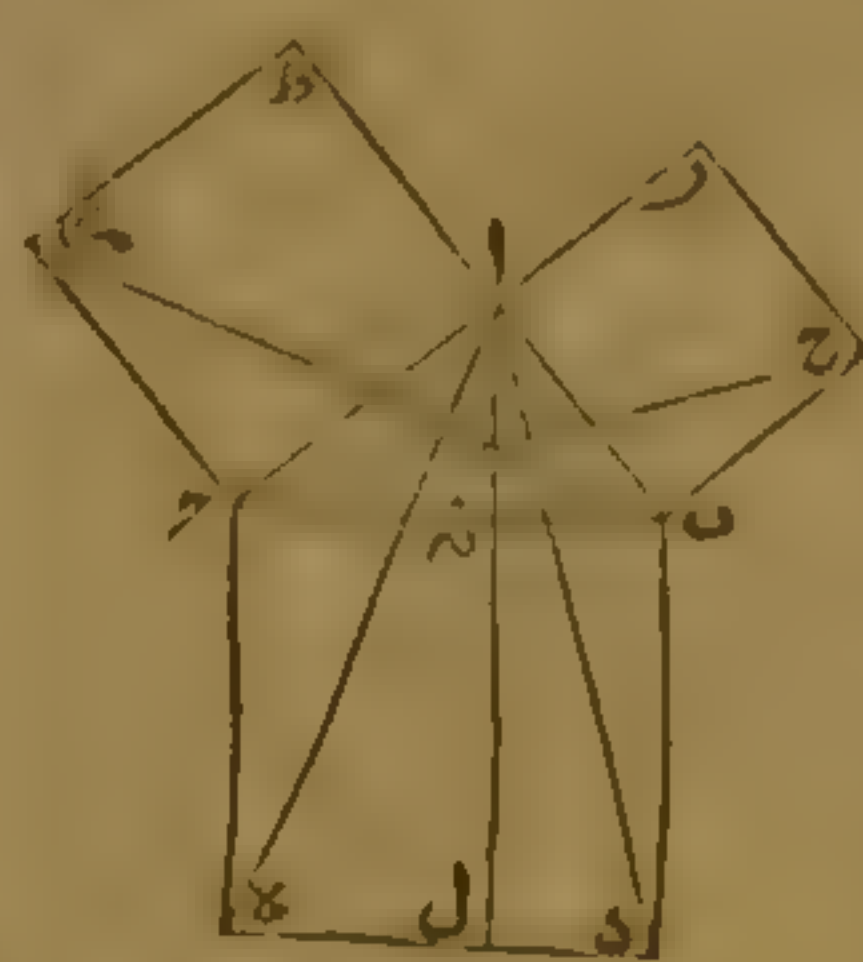
لنا ان نعمل علي كل خط مستقيم محدود مربعا

فلينكن الخط آ ب فنخرج من نقطة آ عليه عمود آ ح
باستبانة الشكل الحادي عشر ونصل منه خط آ ح
نخط آ ب بالشكل الثالث ونخرج من نقطتي ب ح في
جهة زاوية ح آ ب خطين موازيين لخطي آ ب
كل لنظيره بالشكل الواحد والثلاثين فمما يتلاقيان
لانا اذا وصلنا بين نقطتي ب ح بخط مستقيم كانت زاوية د ب ح مع
الزاوية المجاورة لزاوية آ ب ح كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا
د ب ح اقل من قائمتين فليلتقيا علي نقطة د فلان زاوية ح آ ب
قائمة فكل واحدة من زاويتي آ ب د ب ح قائمة بالشكل التاسع والعشرين
والاضلاع المتقابلة من سطح آ د متساوية بالشكل التاسع والثلاثين فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مثلث قائم الزاوية فان مربع وترها يساوي مجموع

مجموع

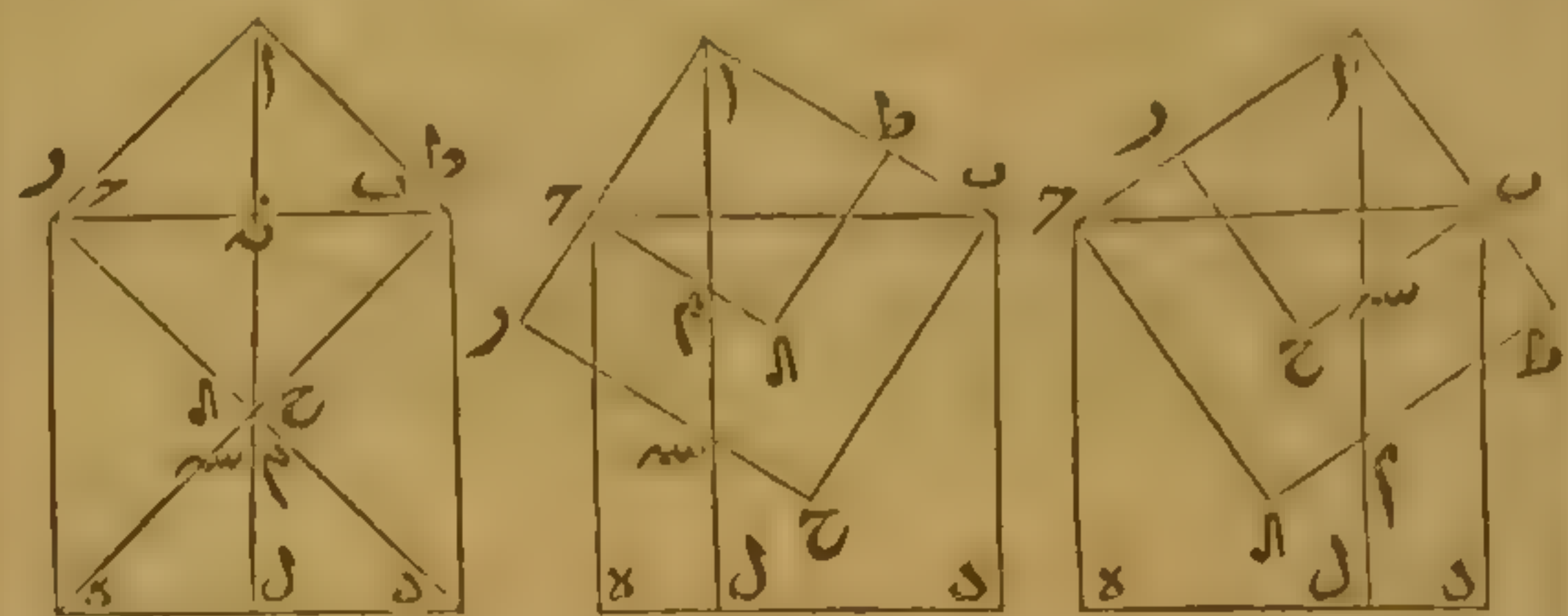
مجموع مربعي الضلعين المحيطين بها



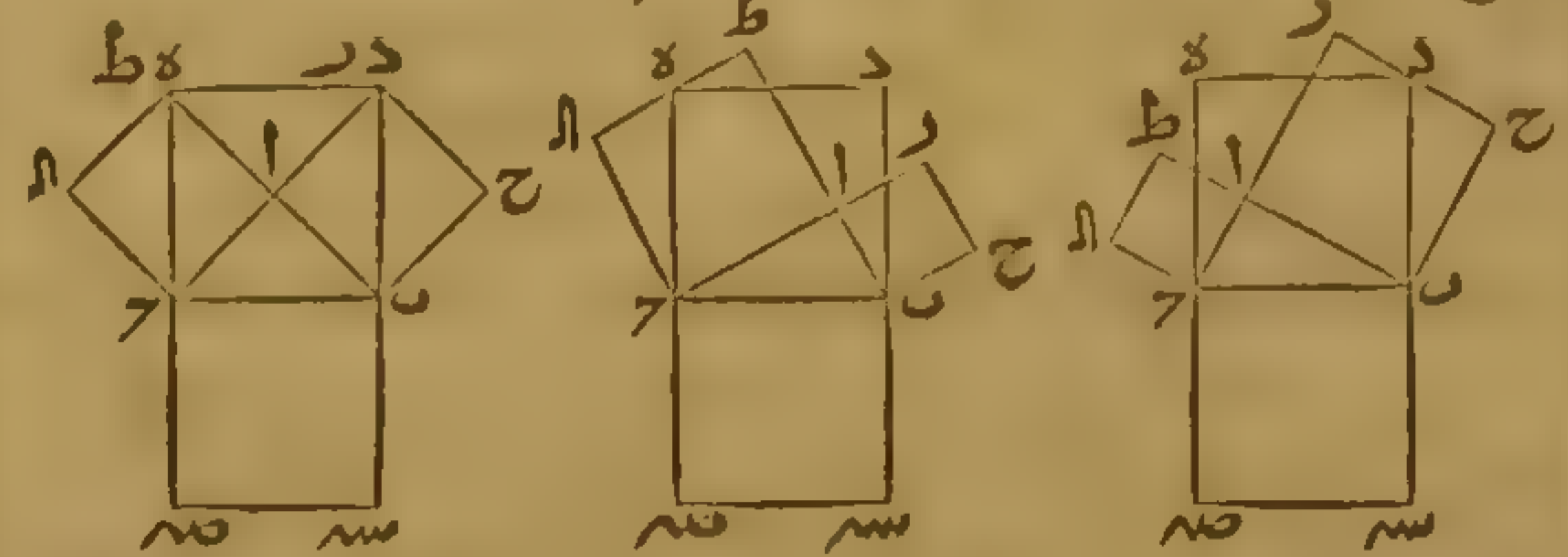
ليكن الزاوية ب آ ح من مثلث آ ب ح
قائمة فاقول ان مربع ب ح يساوي مجموع
مربعي آ ب آ ح برهانه نرسم علي اضلاع
مثلث آ ب ح مربعات ب د ه ح آ د ط
آ ب ح ر بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة آ
خط آل موازيا لخط ب د بالشكل الواحد
والثلاثين فلان زاويتي آ ب د ب آل كقائمتين
بالشكل التاسع والعشرين وزاوية آ ب د
اعظم من قائمة فزاوية ب آل د اصغر منها

فخط آل يقطع خط ب ح اذا اخرجناه علي استقامته في تلك الجهة
الي غير النهاية فليقع خط ب ح علي نقطة د وليتجه الي خط د ه علي
نقطه ل ونصل بين كل واحدة من نقطتي آ د ه ح ب آل بخط مستقيم
فلان كل واحدة من زوايا ب آ د ب آ ر قائمة فخطا آ ح آ ر خط
مستقيم وكذلك آ ب آ ط بالشكل الرابع عشر ولان كل واحدة من زاويتي
ح ب آ ب آ ر قائمة فخط آ ر يوازي خط ب ح ولان كل واحدة من زاويتي
آ د ه ح آ ط قائمة فخط آ ط يوازي ح آ بالشكل الثامن والعشرين واذا
اخذنا زاوية آ ب ح مع كل واحدة من زاويتي ح ب د آ ب ح يكون زاوية
آ ب د كزاوية ح ب د من مثلثي آ ب د ح ب ح وضلعا آ ب د كضلعي ب ح
ب د فبالشكل الرابع مثلث آ ب د كمثلث ح ب د لكن سطح ب آل المتوازي
الاضلاع ضعف مثلث آ ب د ومربع آ ح ضعف مثلث ح ب د بالشكل
الواحد والاربعين فربع آ ب كسطح ب آل وكل واحدة من زاويتي
ب د ه ح آ ط قائمة فناخذ زاوية آ ب ح مع كل واحدة منهما فتكون زاويتا
آ د ه ح آ ط متساويتين والاضلاع المحيطة بهما متساوية علي التناظر
فبالشكل الرابع مثلث آ د ه ح كمثلث آ ب د لكن مربع آ د ضعف مثلث
ب د ه ح وسطح ح آل ضعف مثلث آ د ه ح بالشكل الواحد والاربعين فربع
آ د كسطح ح آل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان مربع ب ه اما ان يقع في جهة القاعدة
من زاوية ب آ ح او ينطبق علي مثلث آ ب ح وعلي التقديرين فربعا
آ ح آ اما ان يقع غير منطبقين علي مثلث آ ب ح او منطبقين عليه او
يقع مربع آ ح منطبقا عليه ومربع آ د غير منطبق او بالعكس وهذه
ثمانية اوجه اما الاول فقد بيناه وله ثلثة اوضاع بحسب ضلعي آ ب آ ح
بالتساوي والصغر والكبر وذلك ظاهر واما الثاني فضلع آ ر اما ان يكون
مساويا لضلع آ ح او اعظم او اصغر منه فننظر آ اما ان ينطبق علي

نقطة α اوقع خارجا عن نقطي α و β فيما بينهما وكذلك نقول في
ضلعي $\alpha\beta$ ونقطة γ فنصل بين كل واحدة من نقطتي α و β بخط
مستقيم في الصور الثلث فلان كل واحدة من زوايا $\alpha\beta\gamma$ $\beta\gamma\alpha$ $\alpha\gamma\beta$
 $\beta\gamma\alpha$ قائمة فنلتي زاوية $\alpha\beta\gamma$ من زاويتي $\alpha\beta\gamma$ $\beta\gamma\alpha$ وزاوية $\beta\gamma\alpha$
من زاويتي $\alpha\beta\gamma$ $\alpha\gamma\beta$ في الصور الثلث تبقي زاوية $\alpha\beta\gamma$ كزاوية $\beta\gamma\alpha$
وزاوية $\alpha\gamma\beta$ كزاوية $\alpha\beta\gamma$ والاضلاع المحيطة بالاولين والاخرين
متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع كل من زاويتي $\beta\gamma\alpha$ $\alpha\gamma\beta$
 $\beta\gamma\alpha$ فكل منهما قائمة فخط $\gamma\alpha$ مستقيم وكذلك خط $\gamma\beta$ بالشكل الرابع
عشر ولنقطع خطي $\gamma\alpha$ و $\gamma\beta$ خط $\gamma\delta$ علي نقطتي γ و δ و ضلع $\alpha\beta$
يوازي خط $\gamma\delta$ و ضلع $\alpha\gamma$ يوازي خط $\gamma\delta$ بالشكل الثامن والعشرين
فبالشكل الخامس والثلاثين كل واحد من مربع $\alpha\beta\gamma$ و $\beta\gamma\alpha$ و $\alpha\gamma\beta$
يساوي سطح $\alpha\delta$ وكل من مربع $\alpha\beta\gamma$ و $\beta\gamma\alpha$ و $\alpha\gamma\beta$ يساوي سطح $\alpha\delta$ فمربع
 $\beta\gamma\alpha$ كـ مربع $\alpha\beta\gamma$ وهذه صورة

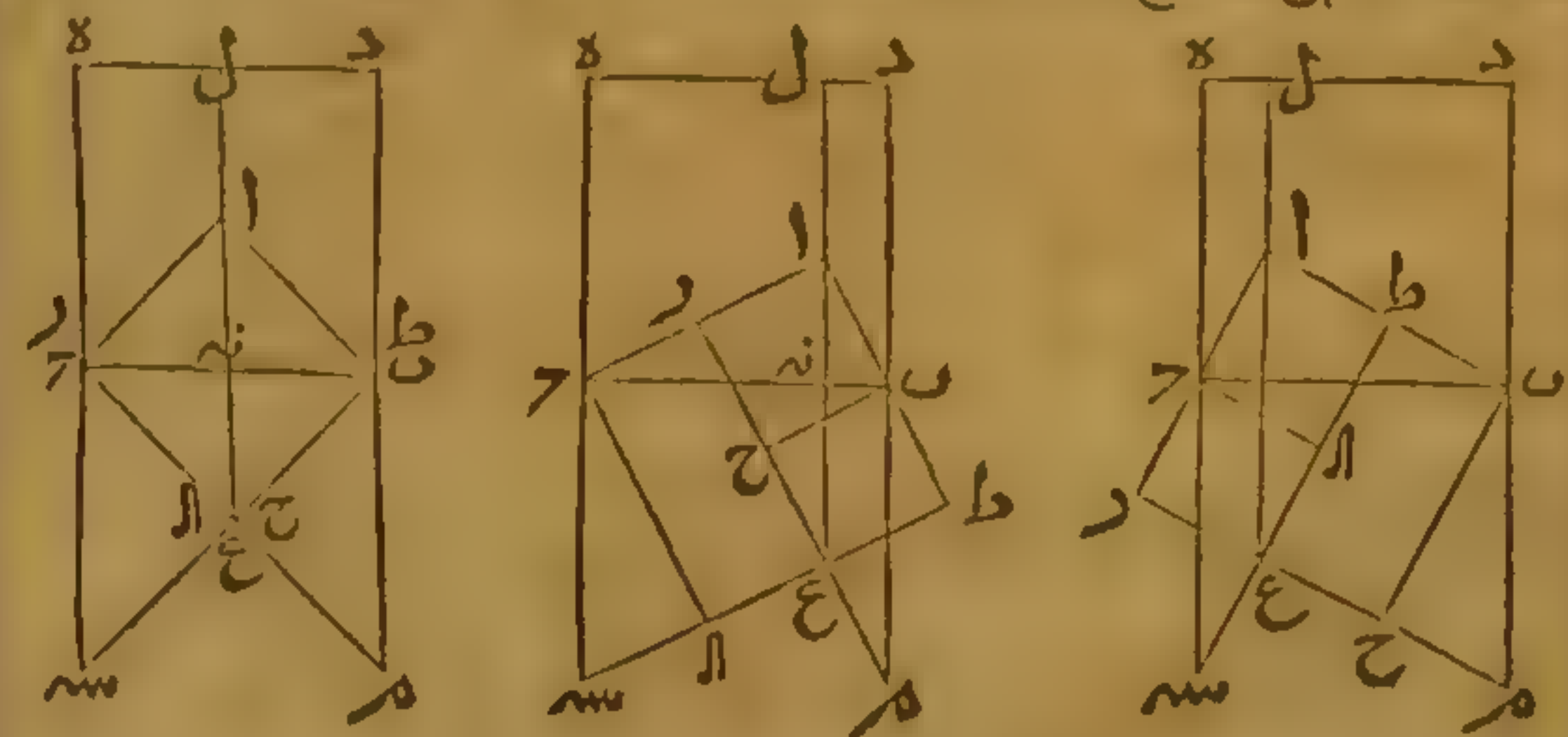


واما القسم الخامس يبين من القسم الاول لانا ان نعمل علي خط ب ح في
جهة الاخرى من جهته مربعا كربع ح ب س ص يكون مربع د ب د ه
مساوي لمربع ح ب س ص ومربعي أ ح آ مساويين لمربع ح ب س ص
فربع د ب د ه يساوي مربعي أ ح آ فالحكم ثابت

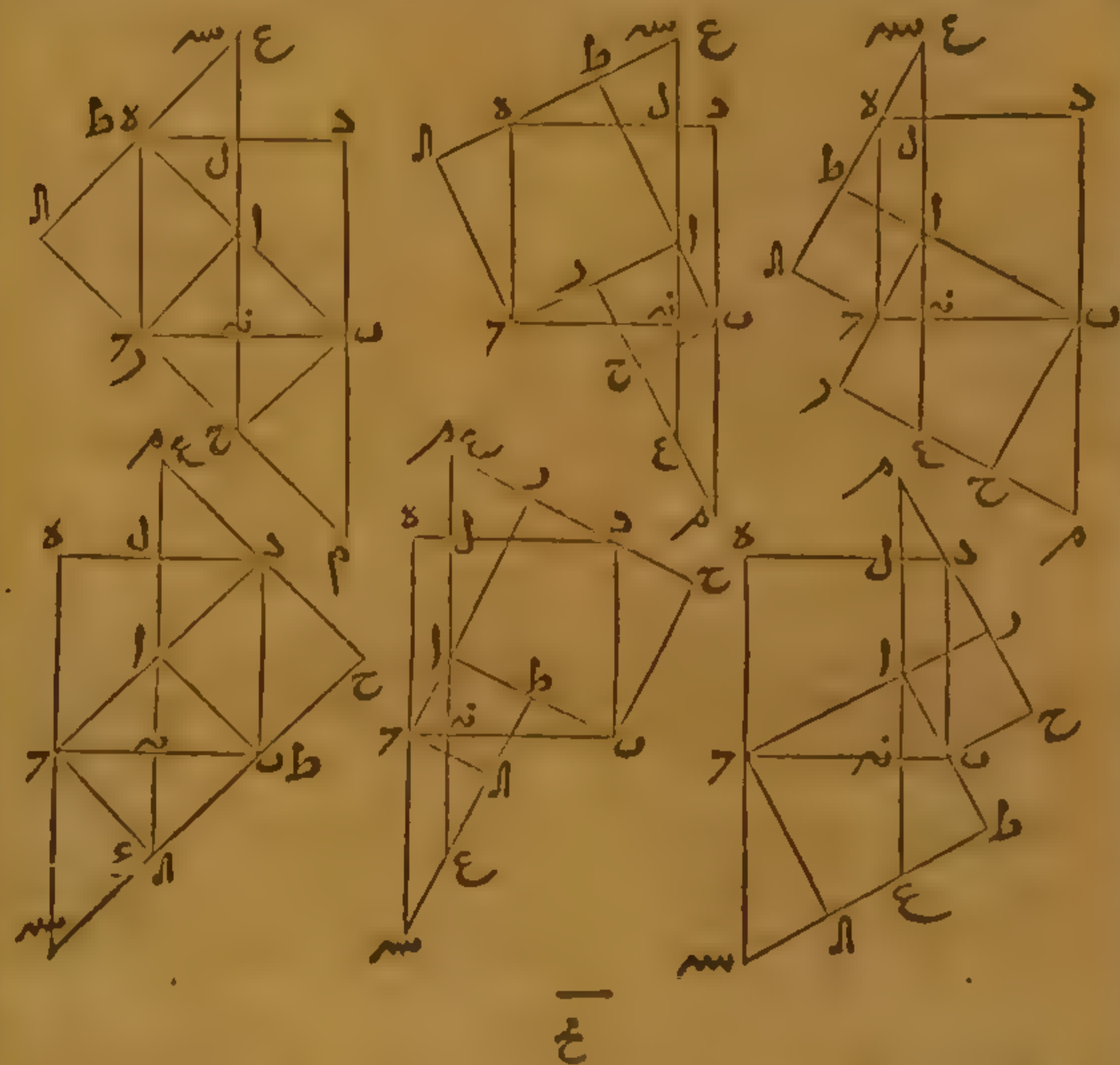


وَأَمَّا الْقِسْمُ السَّادِسُ فَخَرَجَ ضِلْعِي ب ح د فِي الصُّورَةِ الْأُولَى إِلَى نَقْطَتِي
م س فِي جِهَةِ ح أ وَإِلَى غَيْرِ النِّهَايَةِ وَخَرَجَ ضِلْعِي د ب ه إِلَى نَقْطَتِي
م س . فَلَا نِ زَاوِيَتِي د ب م ب ح س كَقَائِمَتَيْنِ بِالشَّكْلِ الثَّلَاثِ عَشَرَ فَرَاوِيَتِي
د ب م

ح ب م ب ح اقل من قائمتين وزاويتي ب ح س اقل ايضا من
 قائمتين فخط د ب م يلقي خط ح م وحط ه ح س خط ب س فليقترب
 علي نقطتي م س ونصل بين نقطتي ح ن بخط مستقيم فلان زاويتي ا ح ب
 ا ح ب متساويتين بالشكل الخامس وزاويتي ا د ب ا ه متساويتين وضلع
 ن ه مشترك فضلع ب ن ه كضلع ن ه بالشكل السادس والعشرين فلان
 ضلعي ب ن ه ن ح مساويين لضلعي ح ن ه ا كل لنظيره وخط ب ح كخط ح ا
 فزاوية ب ن ح كزاوية ح ن ا بالشكل الثامن فكل من زاويتي ب ن ح ح ن ا
 قائمة فخط ل ن ح خط مستقيم بالشكل الرابع عشر ولان كل واحدة من
 زاويا ا ب ح ح ب م ا ح ب ح س قائمة فاذا استقننا زاويتي ح ب ح ب ح ا
 تبقي زاوية م ب ح كزاوية ا ب ح وزاوية س ح ا كزاوية ا ح ب وزاوية
 ا ن ب كزاوية ا ن ه لان كل واحدة منهما قائمة وضلع ا ب كضلع ب ح
 فضلع م ب كضلع ب ه بالشكل السادس والعشرين وضلع د ب يساوي
 ضلع ب ح فضلع د ب كضلع ب م وبمثله نيين ان ضلع ه ح كضلع س ه
 فلان خط ح م يوازي خط ا ب فربع ا ب ح ح كشيبه بالمعين ا ب م ح
 بالشكل الخامس والثلاثين وسط د ب ن ل كشيبه بالمعين ا ب ح بالشكل
 السادس والثلاثين فربع ا ب ح ح كسطح د ب ن ل وبمثله نيين ان مربع
 ا ر ا ب كسطح ه ح ن ل فربع د ب ح ه كربعي ا ط ح ح ا ر ا ب ه وفي الصورة
 الثانية فخرج ضلع م ح في جهة ح الي غير النهاية وتخرج ضلع د ب
 في جهة ب الي ان يلتقي ضلع م ح لان زاويتي م ح م ح ب اقل من
 قائمتين فليقي علي نقطة م وتخرج ل ن ه في جهة ن ه الي ان يلتقي ضلع م ح
 علي نقطة ع ولان كل واحدة من زاويتي د ب ح ح ب ط قائمة وزاوية
 د ب ا كزاوية ط ب م بالشكل الخامس عشر فباقي زاوية م ب ح كزاوية
 ح ب ا وزاوية ب ا ح كزاوية ب ح م لان كل واحدة منهما قائمة وضلع
 ب ا كضلع ب ح فضلع م ب كضلع ب ه وضلع ب د كضلع ب ه فضلع
 د ب كضلع ب م ولان خط م ح يوازي خط ا ب فربع ا ب ح ح كشيبه
 بالمعين ا ب م ح وسط ل د ب ن كشيبه بالمعين ا ب م ح فربع ا ب ح ح كسطح



لدبته ونخرج ضلع هـ في جهة حـ الى غير النهاية ونخرج ضلع طـ الى ان يلقي ضلع هـ على نقطة سـ فلان كل واحدة من زاويتي ا د ا ب ح سـ قائمة فادا اسقطنا منها زاوية ب د ا تبقى زاوية ا د ب كزاوية ا ح سـ وزاوية ب ا ح تساوي زاوية سـ ا ح لان كل واحدة منهما قائمة وضلع ا ح كضلع ا د فضلع ب ح كضلع ح سـ بالشكل السادس والعشرين فخط هـ كخط ح سـ فربع ا ط ا ح كشبيه بالمعين ا ع سـ والشكل الخامس والثلاثين وسط ل ن د هـ كشبيه بالمعين ا ع سـ بالشكل السادس والثلاثين فربع ا ط ا ح كوسط ل ن د هـ فربع د ب ح كربعي ا ب ح ر ا ط ا ح ومثله ندين في الصورة الثالثة فالحكم ثابت واما القسم السابع والثامن فبتيين من الخامس والسادس وهذا صورها



كل ضلع مثلث مربعه يساوي مربعي الضلعين
الباقدين فان الزاوية التي يوترها ذلك الضلع قائمة

وليك مربع ضلع $\overline{ب\gamma}$ من مثلث $\overline{أ\beta\gamma}$
يساوي مربعي ضلعي $\overline{أ\beta}$ $\overline{أ\gamma}$ فاقول ان زاوية
 $\overline{أ\beta\gamma}$ قائمة برهانه نخرج من نقطة $\overline{أ}$ عمود
 $\overline{أ\delta}$ علي خط $\overline{أ\gamma}$ باستبانة الشكل الحادي عشر
ونفصل



ونفصل منه $\overline{آه}$ كآب بالشكل الثالث فيكون مربعاً $\overline{آه}$ $\overline{آب}$ متساويين
ونصل $\overline{حـه}$ بخط مستقيم فربيع $\overline{حـه}$ مربعي $\overline{آه}$ $\overline{آب}$ كربعي $\overline{آه}$ $\overline{آب}$ بالشكل المتقدم وكان
مربع $\overline{بـح}$ كربعي $\overline{آب}$ $\overline{آه}$ فربعا $\overline{بـح}$ $\overline{حـه}$ متساويان فوتر $\overline{بـح}$ $\overline{حـه}$ كوتر $\overline{حـه}$
فاضلاع مثلثي $\overline{آب}$ $\overline{آه}$ المتناظرة متساوية فمثلث $\overline{آب}$ $\overline{آه}$ $\overline{حـه}$ مثلث $\overline{حـه}$
وساير الزوايا كساير الزوايا المتناظرة بالشكل الثامن فزاوية $\overline{بـح}$
المساوية لزاوية $\overline{حـه}$ القائمة قائمة وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الاولى

المقالة الثانية عشرة

المصادرات

المصادرات يسمى كل ضلعين يحيطان بزاوية من اي سطح متوازي الاضلاع
القائم الزوايا المحيطان بذلك السطح ويسمى مجموع المثلثين مع احد
السطحين المتوازي الاضلاع الكائنين علي قطر السطح المشاركون له بزاوية
والمثلثين بضلعين العلم وانا اذا قلت سطح الخط في الخط امر يد به سطحا
متوازي الاضلاع قائم الزوايا حاصلان من احاطة الخطين به

الاشكال

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان
فانه يساوي سطوح احد الخطين في جميع اقسام الاخر

ليكن احد الخطين \bar{A} والاخر \bar{B} مقسوما على نقطة \bar{D} كيف ما
انفق فاقول ان سطح \bar{A} في \bar{B} يساوي مجموع سطوح \bar{A} في \bar{D} و \bar{D} في \bar{B}
برهانه تخرج من نقطة \bar{B} عمود \bar{B} على \bar{B} باستبانة الشكل الحادي
عشر من الاولي ونفصل منه خط \bar{B} كخط \bar{A} بالشكل الثالث من الاولي



ونخرج من نقطتي ر ح خطي ر ح في جهة ر
 موازيين لخطي ب ح ب ر كل لظهوره بالشكل الواحد
 والثلاثين من الاولي فلا بد وان يتلاقيا لانا اذا وصلنا
 بين نقطتي ر ح بخط مستقيم كانت زاوية ح ر مع
 الزاوية المجاورة للزاوية ر ب قائمتين بالشكل التاسع والعشرين من
 الاولي فزاويتي ح ر ح ر ا ق من قائمتين فليتلاقيا علي نقطة ح ونخرج

من نقطتي د ه خطي د ط ه في جهة ح ر على استقامتها موازيين لخط
 ب ر بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فيكونان متوازيين وموازيين
 لخط ح ر بالشكل الثلاثين من الاولي الى ان ينتهيا الى خط ح ر ولينتهيا الى
 نقطتي ط ه فلان زاوية ر ب ح قائمة وخطا ح ر ب ر متوازيان
 وخطوط ب ر د ط ه ح متوازية فكل من الزوايا التي عند نقط د ه
 ط ه ح قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي
 وكل من خطوط د ط ه ح يساوي عمود ب ر بالشكل
 الرابع والثلاثين من الاولي فكل منها يساوي خط آ
 فسقط ب ح المساوي لسقط ب ر في ب ح يساوي سقط آ
 في ب ح وسقط ب ط الحاصل من سقط ب ر في ب ح يساوي سقط آ في ب ح
 وسقط د ه الحاصل من سقط د ط في د ه يساوي سقط آ في د ه وسقط ح ر
 الحاصل من سقط ه آ في ه ر يساوي سقط آ في ه ر ومجموعها يساوي سقط ب ح
 فسقط آ في ب ح يساوي مجموع سطوح آ في اقسام ب ح وذلك ما اردنا ان
 نبين واستبان منه ان جميع سطوح كل واحد من اقسام الخطين
 المحدودين في كل واحد من اقسام الخط الاخر يساوي سطح احد الخطين
 في الاخر



كل خط مستقيم محدود مقسوم على نقطة او
 اكثر فان مربعه يساوي مجموع سطوحه في كل
 واحد من قسميه او اقسامه



ليكن خط آ ب خطا مستقيما محدودا مقسوما على نقطة
 ح فاقول ان مربع آ ب يساوي مجموع سطحي آ ب في آ
 ب برهانه نرسم على خط آ ب مربع آ د ب بالشكل السادس
 والاربعين من الاولي فكل من زواياه قائمة واضلاعه متساوية ومتوازية
 ونخرج من نقطة ح خط ح ر في جهة د يوازي آ د بالشكل الواحد
 والثلاثين من الاولي ونخرجه على استقامته الى ان ينتهي الى خط د ه على
 نقطة ر فهو مواز لخط ب ه بالشكل الثلاثين من الاولي ولان كل من آ ب د ه
 قد وقعا على آ د ح ر ب المتوازية وكل من زوايا د ه ب آ قائمة فكل من
 الزاويتين الواقعتين عند نقطة ر ونقطة ح قائمة بالشكل التاسع
 والعشرين من الاولي فسقطا آ ر ب متوازيان اضلاع قائم الزوايا
 وسقط آ ر حاصل من سقط آ ب في آ ح وسقط ب ر حاصل
 من سقط ب ه المساوي لخط آ ب في ب ح فسقطا آ ر ب المساويان لمربع
 آ ه يساويان لمجموع سطحي آ ب في آ ح ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
 ان

ان نبين وبمثله تبين لو كانت الاقسام اكثر من اثن

كل خط مستقيم محدود مقسوم على نقطة فان
 سطحه في احد قسميه يساوي مربع ذلك القسم



وسطحه في القسم الاخر منه

ليكن الخط آ ب مقسوما على نقطة ح فاقول ان سطح
 آ ب في ب ح يساوي مربع ب ح وسقط ب ح في آ
 برهانه نرسم على ب ح مربع ب ح د ه بالشكل السادس والاربعين من
 الاولي فاضلاعه المتقابلة متوازية وزواياه قوائم ونخرج من نقطة آ خط
 آ ر في جهة د موازيا لخط ب ه بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فهو
 مواز لخط ح د بالشكل الثلاثين من الاولي ونخرج آ ر د في جهة ر على
 استقامتهما الى ان يتلاقيا لانا اذا وصلنا بين نقطتي آ ه بخط مستقيم
 كانت زاويتا ر ه آ اقل من قائمتين لكون زاوية ب ه د قائمة وخط آ ر
 مواز لخط ب ه فيكون زاوية ر آ ب قائمة بالشكل التاسع والعشرين من
 الاولي فليتلاقيا على نقطة ر فسقط آ د متوازي الاضلاع وقائم الزوايا
 ولان سطح آ ه حاصل من سطح آ ب في ب ه وب ح يساوي ب ه فسقط آ ب
 في ب ح كسطح آ ه وسقط آ د حاصل من سطح آ ح في ح د وب ح يساوي ح د
 فسقط آ ح في ح ب يساوي سطح آ د ومربع ح د هو مربع ح ب فسقط آ ه
 يساوي مجموع مربع ب د وسقط آ د فسقط آ ب في ب ح يساوي مربع ب ح
 وسقط آ ح في ح ب وذلك ما اردنا ان نبين



في الاخر

ليكن الخط آ ب مقسوما على نقطة ح فاقول ان مربع
 آ ب كمجموع مربعي آ ح ح ب وضعف سطح آ ح في ح ب برهانه
 نرسم على خط آ ب مربع آ د ب بالشكل السادس والاربعين من الاولي
 فاضلاعه متوازية متساوية وزواياه قوائم ونخرج قطر ب د ومن نقطة
 ح خط ح ر موازيا لاضلع آ د بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي وضع

بـ يوازي ضلع آد فخط حـ يوازي بـ بالشكل الثلثين من الاول فخط
 حـ يقطع القطر وينتهي الي ضلع دـ اذا اخرجناه علي استقامته في جهة
 هـ فليقطع علي نقطة حـ ولينته علي نقطة رـ ونخرج من
 نقطة حـ خط آحـ موازيا لضلع آبـ بالشكل
 الواحد والثلثين من الاول فهو مواز لضلع دـ بالشكل
 الثلثين من الاول فاذا اخرجناه في جهته ينتهي الي
 ضلعي آد بـ فلينته علي نقطتي آ طـ ولان الاشكال الواقعة في مربع آهـ
 متوازية الاضلاع وزوايا المربع قوائم فكل من زوايا تلك الاشكال قائمة
 بالشكل التاسع والعشرين من الاول ولان ضلعي آبـ آد متساويان فزاويتا
 آبد آدب متساويتان بالشكل الخامس من الاول وزاوية حـ بـ كزاوية
 آدحـ بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاويتا حـ بـ حـ
 متساويتان فضلع حـ كضلع حـ بالشكل السادس من الاول ولان
 ضلع طـ آ يوازي ضلع آبـ فزاوية طـ حـ دـ كزاوية آد بـ بالشكل السادس
 والعشرين من الاول فزاويتا طـ دـ حـ دـ متساويتان فضلع طـ حـ
 كضلع طـ دـ بالشكل السادس من الاول والاضلاع المتقابلة من السطوح
 المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاول فسطحا
 طـ رـ حـ آ مربعان ومتم آحـ حاصل من سطح آ رـ في حـ وحـ كسطح بـ رـ
 فتم آحـ يساوي سطح آ رـ في حـ ومتم آحـ حـ متساويان بالشكل
 الثالث والاربعين من الاول فهما يساويان ضعف سطح آ رـ في حـ وضلع
 آحـ كضلع طـ حـ بالشكل الرابع والثلثين من الاول فربع آحـ كربع طـ رـ
 فربع ضلعي آ رـ حـ يساويان مربعي طـ رـ حـ وهما مع متممي آحـ حـ
 يساوي مربع آد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
 واستبان منه ان جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة علي اقطار
 المربعات اذا كانت اضلاعها موازية لاضلاع المربعات النظير للنظير
 وان المربعات الكائنة في المربعات المشاركة لها في زاوية من زواياها انما
 يقع علي اقطارها

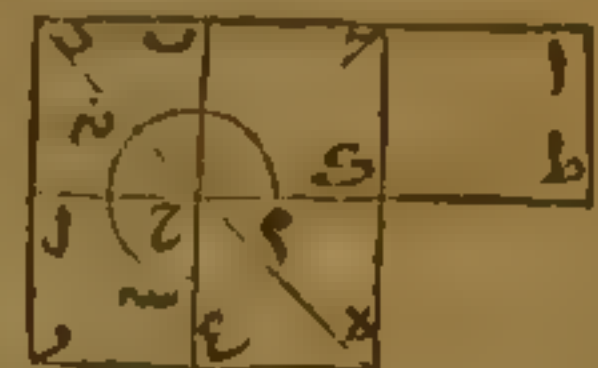


كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين
 فسطح احد القسمين في القسم الاخر مع مربع الفصل
 بين نصف الخط وقسم نصف الاخر يساوي مربع
 نصف
 ليكن

ليكن الخط آبـ منصف علي حـ ومقسوما علي دـ فاقول ان سطح آد في
 دبـ مع مربع حـ دـ يساوي مربع بـ حـ برهانه نرسم علي بـ مربع
 حـ دـ ربـ بالشكل السادس والاربعين من الاول
 ونخرج قطر بـ دـ ومن نقطة دـ خط دـ عـ في
 جهة هـ موازيا لضلع حـ دـ بالشكل الواحد
 والثلثين من الاول فهو مواز لضلع بـ رـ
 بالشكل الثلثين من الاول ونخرج هـ في جهته الي ان ينتهي الي ضلع حـ دـ
 فليقطع علي نقطة حـ ولينته الي نقطة عـ ونخرج من نقطة حـ خط آلـ
 موازيا لخط آبـ بالشكل الواحد والثلثين من الاول فهو مواز لضلع حـ دـ
 بالشكل الثلثين من الاول ونخرجه في جهته الي ان ينتهي الي ضلع بـ رـ
 علي نقطة آـ ويقطع ضلع حـ دـ علي نقطة لـ ونخرجه في تلك الجهة الي
 غير النهاية ونفصل منه لـ طـ كخط آحـ بالشكل الثالث من الاول ونصل
 بين نقطتي آ طـ بخط مستقيم فهو مواز لضلع حـ دـ بالشكل الثالث
 والثلثين من الاول فكل من سطحي دـ آ لـ عـ مربع باستبانة الشكل المتقدم
 ولان خط آحـ كخط حـ بـ فسطح آلـ كسطح لبـ بالشكل السادس والثلثين
 من الاول ومتم حـ رـ كتمم حـ بالشكل الثالث والاربعين من الاول باحد
 مربع دـ مشترك بينهما فسطح دـ رـ كسطح دـ آ لـ فسطح آلـ كسطح دـ رـ فاذا
 اخذنا متمم حـ مشترك بين سطحي آلـ دـ رـ كان سطح آحـ كسطح مـ نـ هـ وسطح
 آحـ حاصل من سطح آد في دـ وضلع دبـ كضلع دـ حـ فسطح آد في دبـ
 كسطح آحـ وكان علم مـ نـ هـ كسطح آحـ فسطح آد في دبـ كسطح مـ نـ هـ ولان
 خط حـ دـ كخط لـ حـ بالشكل الرابع والثلثين من الاول فربع حـ دـ يساوي
 مربع لـ عـ وهو مع علم مـ نـ هـ كربع حـ رـ فسطح آد في دبـ مع مربع حـ دـ
 يساوي مربع حـ بـ وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط مستقيم محدود نصف وزيد عليه
 خط اخر مستقيم محدود علي استقامته فسطح الخط
 مع الزيادة في الزيادة ومربع النصف معا يساويان
 مربع نصف الخط مع الزيادة
 ليكن الخط آبـ منصف علي حـ والمزيد عليه خط
 بـ دـ علي استقامته فاقول ان سطح آد في دبـ مع مربع
 حـ دـ كربع حـ دـ برهانه نرسم علي حـ دـ بالشكل السادس



والاثنين من الاول وتخرج قطر دة وتخرج من نقطة ب خط ب ع في
جهة ر موازيا لضع دة بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فهو مواز
لضع دة بالشكل الثلاثين من الاول وتخرجه على استقامته الى ان يقطع
القطر وينتهي الى ضلع دة فليقطع على نقطة ح
ولبنته الى نقطة ع وتخرج من نقطة ح خط ح ل
موازيا لضع اب بالشكل الواحد والثلاثين من
الاول فهو مواز لضع دة بالشكل الثلاثين من الاول
فينتهي الى ضلع دة ويقطع ضلع دة فلينته الى نقطة ل ولليقطع على
نقطة ا وتخرجه على استقامته في جهة ا الى غير النهاية ونفصل منه
الط مساويا لخط ا بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي ا ط
بخط مستقيم فهو مواز لخط ا بالشكل الثالث والثلاثين من الاول ولان
ا ح ب متساويان فسطح ا ك سطح ا ب بالشكل السادس والثلاثين من
الاول ومتم ح ر مكم ح ج بالشكل الثالث والاثنين من الاول فسطح
ا ك مكم ح ر وناخذ سطح د ا مشترك بين سطحي ا ح ر فبكون علم م ن دة
مساويا لسطح ا ل وكل من سطحي ب ل ا ع مربع باستبانة الشكل الرابع
فضلع ب د كضلع د ل فسطح ا د في د ب يساوي سطح ا ل فعلم م ن دة
يساوي سطح ا د في د ب وضلع ح ب كضلع ا ح بالشكل الرابع والثلاثين
من الاول فربع ح ب يساوي مربع ا ع وهو مع علم م ن دة يساوي مربع
ح ر فسطح ا د في د ب مع مربع ح ب يساوي مربع ح د وذلك ما اردنا
ان نبين



كل خط مستقيم محدود مقسوم على نقطة فان
مربعه مع مربع احد قسميه يساوي ضعف
سطح الخط كله في ذلك القسم مع مربع القسم الاخر

ليكن الخط المستقيم ا ب مقسوما على نقطة ح كيف اتفق فاقول ان
مربعي ا ب ب ح يساويان ضعف سطح ا ب في ب ح مع مربع ا ح برهانه
نرسم على خط ا ب مربع ا د ب بالشكل السادس والاثنين من الاول
وتخرج قطر ب د ومن نقطة ح خط ح ج موازيا لضع ا د بالشكل
الواحد والثلاثين من الاول فهو مواز لضع ب د بالشكل الثلاثين من
الاول فليقطع القطر وينتهي الى ضلع دة فليقطع على نقطة ر ولينته الى
نقطة ح وتخرج من نقطة ر خط ا ر ط يوازي ا ب بالشكل الواحد
والثلاثين من الاول فهو مواز لضع دة بالشكل الثلاثين من الاول فهو
ينتهي

فينتهي الى ضلعي ا د ب فلينتهي على نقطتي ط ا فكل من سطحي ط ح ا
مربع باستبانة الشكل الرابع فلان متمم ا ر دة متساويان بالشكل
الثالث والاثنين من الاول وناخذ مربع ح ا مشترك بينهما فبكون
سطح ا ك سطح ح د وسط ا ل حاصل من سطح ا ب في ب ل لكن ب ح يساوي
ب ل لان سطح ح ا مربع فسطح ا ب في ب ح كسطح ا ل
وكان سطح ح د كسطح ا ل فضعف سطح ا ب في ب ح
يساوي علم م ن دة مع مربع ح ا وضلع ا ح يساوي
ضلع ط ر بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فربع
ا ح يساوي مربع ط ح فاذا اضفناه الى علم م ن دة
يحصل مربع ا ح فربع ط ح اذا اضفناه الى علم م ن دة ومربع ح ا يحصل
ضعف سطح ا ب في ب ح ومربع ا ح اذا اضفناه اليها يحصل مربع ا
ا ح فضعف سطح ا ب في ب ح مع مربع ا ح يساويان مربعي ا ح ا
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط مستقيم محدود مقسوم على نقطة ما
فان سطحه في احد قسميه اربع مرات مع مربع قسمه
الاخر يساوي مربع الخط كله اذا ازيد عليه خط
اخر مستقيم على استقامته مساويا للقسم الذي

ضرب الخط كله فيه



ليكن الخط ا ب مقسوما على نقطة ح ونريد
عليه خط ب د المستقيم على استقامته مساويا
لخط ب ح فاقول ان سطح ا ب في ب ح اربع
مرات مع مربع ا ح يساوي مربع ا د برهانه
نرسم على ا د مربع ا د ب بالشكل السادس
والاثنين من الاول وتخرج قطر ب د ومن نقطتي ح ب خطي ح ب ط
في جهة د موازيين لخط ا د بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فهما
متوازيان وموازيان لخط د ر بالشكل الثلاثين من الاول وتخرجهما على
استقامتهما في تلك الجهة الى ان ينتهيا الى خط د ر فلينتهيا الى نقطتي ح ط
فليقطعان القطر فليقطعاه على نقطتي ل ا وتخرج منهما خطي ع ل سة
ن د ا م في جهتهما موازيين لضع ا د بالشكل الواحد والثلاثين من الاول

فهما متوازيان وموازيان لخط $هـ ر$ بالشكل الثلثين من الاول فلينتهبا
الى خطي $ا هـ$ $د ر$ علي نقط $س هـ ع م$ نه فيقطعان خطي $ح ب$ $ط$
فليقطعاهما علي نقطتي $ق هـ$ فباستبانة الشكل الرابع يكون سطوح
سح $ق هـ$ $ب هـ$ $د ر$ $ا هـ$ $ل ع$ مربعات فضلع $د ر$ كضلع $د ع$ وب $ر$



يساوي $ب ا$ فجميع سطوح $ب هـ$ $د ر$ $ا هـ$ $ل ع$
ق هـ مربعات متساويات ولان $ب ر$ كخط $ب ا$
فسطح $ا ب$ في $ب ر$ يساوي مقيم $ا ل$ ولان
مقيم $ا ل$ $ر$ متساويان بالشكل الثالث
والاربعين من الاول فهما معا يساويان
ضعف سطح $ا ب$ في $ب ر$ ولان سطحي $ا هـ$ $م ل$
متساويان وكذلك $ل ط$ $هـ ر$ بالشكل السادس

والثلثين من الاول ومتهما $م ل$ $ل ط$ متساويان بالشكل الثالث والاربعين
من الاول فالسطوح الاربعة وهي $ا هـ$ $م ل$ $ل ط$ $هـ ر$ متساويان فادا
ضيف مربع ق هـ الى سطح $م ل$ حصل سطح $م هـ$ مساويا لسطح $ا ل$
بالشكل السادس والثلثين من الاول واذا اضيف مربع $ب هـ$ الى سطح $ل ط$
يكون الحاصل منها سطحا مساويا لسطح $ا ر$ بالشكل السادس والثلثين
من الاول فعلم ق هـ $س هـ$ يساوي اربعة امثال سطح $ا ل$ المساوي لاربعة
امثال سطح $ا ب$ في $ب ر$ وخط $ا ر$ يساوي خط $س ل$ بالشكل الرابع
والثلثين من الاول وسطح $س ح$ مربع $س ل$ فربع $ا ر$ يساوي مربع
 $س ح$ وعلم ق هـ $س هـ$ مع مربع $س ح$ يساويان سطح $ا ر$ اعني مربع $ا د$ وهما
يساويان اربعة امثال سطح $ا ب$ في $ب ر$ مع مربع $ا ر$ فاربعة امثال سطح
 $ا ب$ في $ب ر$ مع مربع $ا ر$ يساويان مربع $ا د$ وذلك ما اردنا ان نبين

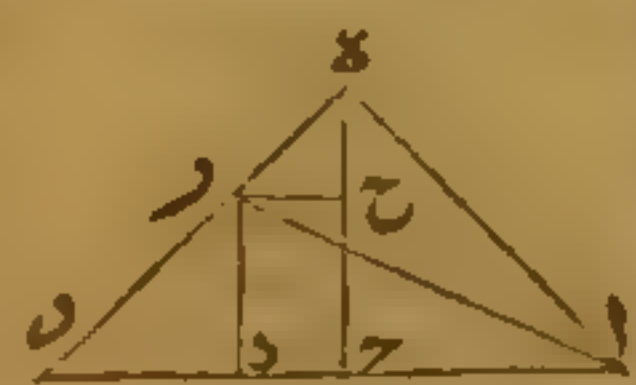
ط

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين

فان مربعي قسميه كضعف مربع النصف مع

ضعف مربع الفصل بين النصف وكل واحد

من قسميه



ليكن الخط $ا ب$ منصف $ا ج$ ومتسوما بمختلفين
علي $د$ فاقول ان مربعي $ا د$ $د ب$ معا كضعف مربع
 $ا ر$ مع ضعف مربع $د ر$ برهانه نخرج من نقطة $ر$ عمود $هـ$ علي خط
 $ا ب$ بالشكل الحادي عشر من الاول ونفصل منه $د هـ$ مثل $ا ر$ بالشكل
الثالث

من الاول ونصل بين كل من نقطتي $ا هـ$ $ب هـ$ بخط مستقيم فلان كل واحد
من ضلعي $ا ر$ $هـ ر$ $د ر$ $ح ر$ متساويان فكل من زاويتي $هـ ا ر$ $هـ ب ر$ $د ر$ $ح ر$
متساويتان بالشكل الخامس من الاول وكل من زاويتي $ا هـ$ $ب هـ$ قائمة
فكل من زوايا $ا هـ$ $ا ر$ $هـ ر$ $ب هـ$ $ب ر$ $د ر$ $ح ر$ نصف قائمة بالشكل الثاني والثلثين من
الاول فزاوية $ا هـ$ قائمة ونخرج من نقطة $د$ في جهة $هـ$ خط $د ر$ موازيا
لخط $هـ ر$ بالشكل الواحد والثلثين من الاول فلينتهبا الي ضلع $ب هـ$ بين
نقطتي $ب هـ$ $د هـ$ والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح او كون المزاوي
ملاقبا لما هو مواز له هذا خلف فلينتهبا علي نقطة $ر$ فزاوية $د ر ب$
كزاوية $ب هـ ر$ القائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاوية $د ر ب$
قائمة وكانت زاوية $ح ر ب$ نصف قائمة فزاوية $د ر ب$ نصف قائمة بالشكل
الثاني والثلثين من الاول فضلع $د ر$ كضلع $د ب$ بالشكل السادس من
الاول فنصل من $هـ ر$ $ح ر$ مثل $د ر$ بالشكل الثالث من الاول ونصل بين
نقطتي $ر ح$ $ر ع$ بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي $ا ر$ $ر ح$ $ر ع$ $ر هـ$ $ر د$
لخط $د ر$ بالشكل الثالث والثلثين من الاول ولان زاويتي $هـ ر د$ $هـ ر ح$
كزاويتي $هـ ر ب$ $هـ ر د$ بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية $هـ ر ب$
قائمة وزاوية $ح ر ب$ نصف قائمة فزاوية $هـ ر د$ قائمة وزاوية $هـ ر ح$ نصف
قائمة وكانت زاوية $ح ر د$ نصف قائمة فضلع $ح ر$ كضلع $ح ر$ بالشكل
السادس من الاول ولان كل واحد من زوايا $ا هـ$ $ا ر$ $هـ ر$ $د ر$ $ح ر$ $ب هـ$
قائمة ومربع $ا ر$ $هـ ر$ كربع $ا هـ$ بالشكل السابع والاربعين من الاول وهما
ضعف مربع $ا ر$ لتساوي $ا ر$ $هـ ر$ ومربع $ا هـ$ $ح ر$ كربع $هـ ر$ بالشكل
السابع والاربعين من الاول وهما ضعف مربع $ح ر$ لتساوي $ح ر$ $ا هـ$ $هـ ر$ $ب هـ$
مربع $ح ر$ لتساوي $ح ر$ $د ر$ ومربع $ا ر$ يساوي مربعي $ا هـ$ $هـ ر$ بالشكل
السابع والاربعين من الاول فضعف مربع $ا ر$ مع ضعف مربع $ح ر$
يساويان مربع $ا ر$ ومربع $ا د$ $د ر$ المتساويان لمربعي $ا د$ $د ب$ يساويان
مربع $ا ر$ بالشكل السابع والاربعين من الاول فمربعي $ا ر$ $ح ر$ معا
يساويان ضعف مربعي $ا ر$ $ح ر$ معا وذلك ما اردنا ان نبين

٢

كل خط مستقيم محدود نصف ويريد عليه خط

مستقيم علي استقامته فربع الخط مع الزيادة ومربع

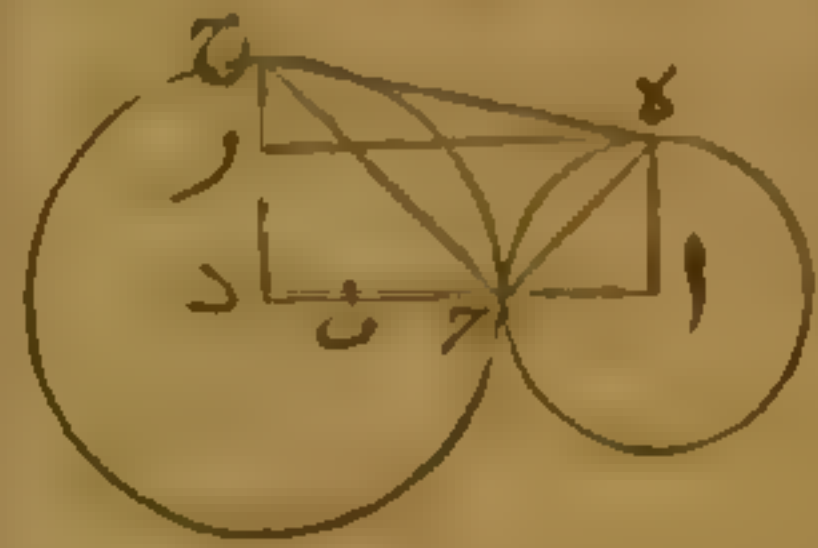
الزيادة معا يساويان ضعف مربع النصف وضعف

مربع النصف مع الزيادة معا

ليكن الخط $أ ب$ منصفاً على $ح$ ونريد عليه $ب د$ المستقيم على استقامته
 فاقول ان مربع $أ د$ مع مربع $ب د$ يساويان ضعف مربع $أ ح$ وضعف
 مربع $ح د$ معا برهانه نخرج من نقطة $ح$ عمود $هـ$ على $أ ح$ بالشكل
 الحادي عشر من الاول ونفصل منه $هـ د$ كـ $أ ح$ بالثالث من الاول ونصل بين
 $هـ$ وكل من نقطتي $أ ب$ بخط مستقيم ونخرج من
 نقطتي $د هـ$ في جهتي $د ر$ خط $د ر$ موازياً لخط $هـ د$
 وخط $هـ ر$ موازياً لخط $أ ح$ بالشكل الواحد و
 الثلثين من الاول فهما يتلاقيان لان زاوية $هـ د ر$
 قائمة فكل واحدة من زاويتي $هـ د ر$ $هـ ر د$ قائمة بالشكل التاسع والعشرين
 من الاول فاذا وصلنا بين نقطتي $هـ د$ بخط مستقيم تكون زاويتا $هـ د ر$ $هـ ر د$
 اقل من قائمتين فليبتل قبا على نقطة $ر$ ولان زاوية $هـ د ر$ قائمة فزاوية $هـ ر د$
 قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فزاويتا $ب د ر$ $د ر هـ$ اقل من
 قائمتين فاذا اخرجنا خطي $ب ر$ $د ر$ في جهة $د$ فليبتل قبا على
 نقطة $ح$ ونصل بين نقطتي $أ ح$ بخط مستقيم ولان اضلاع $أ ح$ $هـ د$ $ح ب$
 متساوية فكل من زاويتي $أ هـ د$ $أ د هـ$ $هـ د ب$ $هـ ب د$ متساويتان بالشكل
 الخامس والثلثين من الاول ولان كلا من زاويتي $أ هـ د$ $هـ د ب$ قائمة فكل من
 زوايا $أ هـ د$ $هـ د ب$ $هـ ب د$ $ب د هـ$ نصف قائمة بالشكل الثاني والثلثين من الاول
 ان بين فيه ان جميع زوايا مثلث كقائمتين فزاوية $أ هـ ب$ قائمة ولان زاوية
 $ب د ر$ قائمة فزاوية $ب د ح$ قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول ولان زاوية
 $ح ب د$ نصف قائمة فزاوية $د ب ح$ المقابلة لها نصف قائمة بالشكل
 الخامس والعشرين من الاول ولان زاوية $هـ د ر$ قائمة وزاوية $هـ د ب$ نصف
 قائمة فزاوية $ح د ر$ نصف قائمة وزاوية $هـ د ر$ قائمة فزاوية $هـ د ب$ نصف
 قائمة بالشكل الثاني والثلثين من الاول فضلعاً $هـ ر$ $م ر$ متساويان ولان
 كل واحدة من زاويتي $د ب ح$ $ب د ح$ نصف قائمة يكون ضلعاً $ب د$ $د ح$
 متساويين بالشكل السادس من الاول ولان $د ر$ يساوي $هـ ر$ بالشكل
 الرابع والثلثين من الاول ومربع $هـ د$ مربعي $هـ د$ $م ر$ بالشكل السابع
 والامربعين من الاول وهما ضعف مربع $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 تبين ان مربع $أ هـ$ ضعف مربع $أ ح$ فضعف مربع $أ ح$ مع ضعف مربع
 $ح د$ مربع $أ ح$ ومربعاً $أ د$ $د ح$ المساويان لمربعي $أ د$ $د ب$ مربع $أ ح$ بالشكل
 السابع والامربعين من الاول فربما $أ د$ $د ب$ معا يساويان ضعف مربع
 $أ ح$ مع ضعف مربع $ح د$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
 وانما بينت هذا الشكل بمقدومات اقل مما في الاصل فاقول نخرج من
 نقطتي $أ د$ عمودي $أ هـ$ $د ح$ على $أ د$ في جهة واحدة منه باستقامة الشكل
 الحادي عشر من الاول ونخرجهما على استقامتهما في تلك الجهة وندير
 على نقطة $أ$ وببعد $أ ح$ دائرة $هـ د$ فليقطع محيطها عموداً $هـ د$ فليقطع على
 نقطة



نقطة $د$ وندير على نقطة $د$ وببعد $د ح$ دائرة $هـ د$ فليقطع محيطها عموداً
 $د ح$ فليقطع على نقطة $ح$ ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي $هـ د$
 بخط مستقيم ونصل بين نقطتي $هـ د$ بخط مستقيم ونفصل من $ح د$ $د ر$
 مثل $أ هـ$ بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي $هـ د$ $ر د$ بخط مستقيم
 فلان زاويتي $أ د ح$ $أ د ر$ قائمتين خطاً $أ هـ$ $د ر$
 متوازيان بالشكل الثامن والعشرين من الاول
 خطاً $هـ د$ $ر د$ متوازيان ومتساويان بالشكل
 الثالث والثلثين من الاول فلان $د$ مركز
 دائرة $ح د$ فـ $د ح$ $د ر$ يساوي $د ح$ وكان $د ر$



متساويان لبـ $ح ر$ يساوي $ب د$ وكل واحدة من زاويتي $د ح ر$ $د ر ح$
 متساويتان بالشكل الخامس من الاول وزاوية $د ح ر$ قائمة فكل من زاويتي
 $د ح ر$ $د ر ح$ نصف قائمة بالشكل الثاني والثلثين من الاول وبمثله تبين ان
 زاوية $أ هـ$ نصف قائمة وزاوية $أ ح$ مع زاوية $ح د ر$ كقائمتين بالشكل
 الثالث عشر من الاول فزاوية $ح د هـ$ قائمة وزاوية $هـ د ر$ كزاوية $أ د ر$
 القائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فهي قائمة ولان كل واحدة
 من زوايا $أ هـ د$ $هـ د ر$ $هـ ر د$ $د ر هـ$ قائمة فربما $أ هـ$ $أ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 السابع والامربعين من الاول ومربعاً $أ د$ $د ح$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 والامربعين من الاول ومربعاً $أ د$ $د ح$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 وضعف مربع $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 وضعف مربع $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 تبين ان مربع $أ هـ$ ضعف مربع $أ ح$ فضعف مربع $أ ح$ مع ضعف مربع
 $ح د$ مربع $أ ح$ ومربعاً $أ د$ $د ح$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$ $هـ د$ $م ر$
 السابع والامربعين من الاول فربما $أ د$ $د ب$ معا يساويان ضعف مربع
 $أ ح$ مع ضعف مربع $ح د$ وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه قسمة
 يكون سطحه في احد قسميه مربع قسمة الاخر



ليكن الخط $أ ب$ فنرسم عليه مربع $أ د ب$ بالشكل
 السادس والامربعين من الاول وننصف ضلع $أ د$ على
 نقطة $هـ$ بالشكل العاشر من الاول ونصل $ب هـ$ بخط
 مستقيم فلان زاوية $ب هـ د$ قائمة وهي مع زاوية $أ هـ د$ اقل
 من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول فضلع $ب هـ$ من
 مثلث $أ هـ ب$ اعظم من ضلع $أ هـ$ بالشكل التاسع عشر من
 الاول ونخرج $أ هـ$ في جهة $أ$ على استقامته الى غير النهاية ونفصل منه

وَيَسَاوِي $\overline{ب\delta}$ بالشكل الثالث من الاول فلان ضلعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ معا اعظم من $\overline{ب\delta}$ بالشكل العشرين من الاول وبه يساوي $\overline{د\epsilon}$ فضلا $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ معا اعظم من $\overline{د\epsilon}$ فاذا القينا $\overline{أ\delta}$ المشترك بقي $\overline{أ\epsilon}$ اعظم من $\overline{أ\delta}$ ونرسم على خط $\overline{أ\delta}$ في جهة مربع $\overline{أ\delta}$ مربع $\overline{أ\delta}$ بالشكل السادس والاربعين من الاول فنقطة $\overline{ط}$ يقع بين نقطتي $\overline{أ\delta}$ فلان اضلاع المربع متوازية بالشكل الخامس والاربعين من الاول فضلع $\overline{ح\delta}$ يوازي ضلع $\overline{د\epsilon}$ فبوازي ضلع $\overline{ب\delta}$ بالشكل الثلثين من الاول فاذا اخرجنا $\overline{ح\delta}$ في جهة $\overline{ط}$ على استقامته ينتهي الى ضلع $\overline{د\epsilon}$ فلينته على نقطة $\overline{آ}$ فاقول ان سطح $\overline{أ\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ كربع $\overline{أ\delta}$ برهانه فلان خط $\overline{أ\delta}$ نصف على $\overline{د}$ ونزيد عليه خط $\overline{أ\delta}$ المستقيم المتناهي على استقامته يكون سطح $\overline{ح\delta}$ في $\overline{أ\delta}$ مع مربع $\overline{أ\delta}$ مساوي مربع $\overline{د\epsilon}$ والشكل السادس لكن خط $\overline{ب\delta}$ مساو لخط $\overline{د\epsilon}$ فسطح $\overline{ح\delta}$ في $\overline{أ\delta}$ مساوي سطح $\overline{ح\delta}$ مع مربع $\overline{أ\delta}$ يساويان مربع $\overline{ب\delta}$ ومربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ معا يساويان مربع $\overline{ب\delta}$ بالشكل السابع والاربعين من الاول فسطح $\overline{ح\delta}$ مع مربع $\overline{أ\delta}$ يساويان مربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ معا فاذا القينا مربع $\overline{أ\delta}$ المشترك بينهما بقي مربع $\overline{أ\epsilon}$ مساويا لسطح $\overline{ح\delta}$ فاذا القينا سطح $\overline{أ\delta}$ المشترك بين سطحي $\overline{ح\delta}$ $\overline{ب\delta}$ بقي مربع $\overline{أ\epsilon}$ مساويا لسطح $\overline{ط\delta}$ وهو حاصل من سطح $\overline{ب\delta}$ المساوي لخط $\overline{أ\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ فسطح $\overline{أ\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ يساوي مربع $\overline{أ\epsilon}$ الذي هو مربع خط $\overline{أ\delta}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



يَب
كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع الضلع الذي يوترها اعظم من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدها فيما وقع منه بعد اخراجه في جهة المنفرجة بينها وبين طرف العمود الخارج من طرف الضلع الاخر على الضلع الخارج ليكن المثلث $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ وزاوية $\overline{أ\delta}$ من زواياه منفرجة ونخرج من احد طرفي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ عمودا على الاخر فليخرج من نقطة $\overline{ب}$ عمود $\overline{ب\delta}$ على ضلع $\overline{أ\delta}$ بالشكل الثاني عشر من الاول فلا يقع على نقطة $\overline{آ}$ والا لكانت القائمة كالمنفرجة ولا على نقطة $\overline{ح}$ والا لكانت زاوية $\overline{ب\delta}$ قائمة وهي

وهي حادة لان زاويتي $\overline{ب\delta}$ $\overline{أ\delta}$ معا اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول وزاوية $\overline{ب\delta}$ منفرجة فزاوية $\overline{أ\delta}$ حادة فالزاوية المجاورة لزاوية $\overline{أ\delta}$ منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول ولا يقع فيما بين نقطتي $\overline{أ\delta}$ ولا خارجا عنهما في جهة $\overline{ح}$ والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاول فبقع على ضلع $\overline{أ\delta}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{آ}$ فاقول ان مربع $\overline{ب\delta}$ اعظم من مربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ بضعف سطح $\overline{أ\delta}$ في $\overline{أ\delta}$ برهانه فلان مربع $\overline{ب\delta}$ يساوي مربعي $\overline{ب\delta}$ $\overline{د\epsilon}$ بالشكل السابع والاربعين من الاول ومربع $\overline{أ\delta}$ مع ضعف سطح $\overline{أ\delta}$ في $\overline{أ\delta}$ يساوي مربع $\overline{د\epsilon}$ بالشكل الرابع عشر من الاول فسطح $\overline{ب\delta}$ يساوي مربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ معا بضعف سطح $\overline{أ\delta}$ في $\overline{أ\delta}$ لكن مربع $\overline{أ\delta}$ يساوي مربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ معا بالشكل السابع والاربعين من الاول فمربع $\overline{ب\delta}$ يساوي مربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ بضعف سطح $\overline{أ\delta}$ في $\overline{أ\delta}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



مربع كل ضلع يوتر الزاوية الحادة من اي مثلث كان اصغر من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدها فيما يقع منه بين الزاوية الحادة والعمود الخارج من طرف الضلع الاخر عليه

ليكن المثلث $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ والزاوية الحادة $\overline{أ\delta}$ ونخرج من احد طرفي احد ضلعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ عمودا على الاخر فليخرج من نقطة $\overline{ب}$ عمود $\overline{ب\delta}$ على ضلع $\overline{أ\delta}$ بالشكل الثاني عشر من الاول فلا يقع على احدتي نقطتي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ ان كانت زاوية $\overline{أ\delta}$ ايضا حادة لانه حينئذ تكون الحادة قائمة هذا خلف ولا خارجا عنها لان الزاوية المجاورة للحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول فليلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاول فتقع فيما بين نقطتي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ وان كانت زاوية $\overline{أ\delta}$ قائمة فعمود $\overline{ب\delta}$ ينطبق على ضلع $\overline{أ\delta}$ ونقطة $\overline{د}$ على نقطة $\overline{ح}$ وان كانت منفرجة فالعمود يقع على ضلع $\overline{ب\delta}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ح}$ بمثلث ما يبناه في الشكل المتقدم فاقول ان مربع $\overline{أ\delta}$ اصغر من مربعي $\overline{أ\delta}$ $\overline{أ\epsilon}$ بضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ برهانه اما القسم الاول فلان



مربعي $\overline{ب\delta}$ يساويان ضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ مع مربع $\overline{د\delta}$ بالشكل السابع فإذا اخذنا مربع $\overline{آد}$ مشتركا يكون مربعات $\overline{ب\delta}$ و $\overline{د\delta}$ مساوية لضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ مع مربعي $\overline{د\delta}$ و $\overline{د\delta}$ لكن مربع $\overline{آب}$ يساوي مربعي $\overline{ب\delta}$ و $\overline{د\delta}$ بالشكل السابع والامربعين من الاول يكون زاوية $\overline{آد\delta}$ قائمة فربعا $\overline{آب}$ و $\overline{ب\delta}$ يساويان ضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ مع مربعي $\overline{د\delta}$ و $\overline{د\delta}$ لكن مربع $\overline{آ\delta}$ مربعي $\overline{آد}$ و $\overline{د\delta}$ بالشكل السابع والامربعين من الاول لان زاوية $\overline{آد\delta}$ قائمة فربعا $\overline{آب}$ و $\overline{ب\delta}$ معا يساويان ضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ مع مربع $\overline{آ\delta}$ فمجموع مربعي $\overline{آب}$ و $\overline{ب\delta}$ اعظم من مربع $\overline{آ\delta}$ بضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ فالحكم ثابت وأما القسم الثاني فلان نقطة $\overline{د}$ منطبقه على نقطة $\overline{د}$ يكون سطح $\overline{ب\delta}$ في ضلع $\overline{ب\delta}$ مربع $\overline{ب\delta}$ وزاوية $\overline{آد\delta}$ قائمة فيكون مربع $\overline{آب}$ مربعي $\overline{آد}$ و $\overline{د\delta}$ بالشكل السابع والامربعين من الاول فيكون مربع $\overline{آ\delta}$ اصغر من مربعي $\overline{آب}$ و $\overline{ب\delta}$ بضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ اعني ضعف مربع $\overline{ب\delta}$ وأما القسم الثالث فلان مربع $\overline{آب}$ المساوي لمربعي $\overline{آد}$ و $\overline{د\delta}$ بالشكل السابع والامربعين من الاول اعظم من مربعي $\overline{آد}$ و $\overline{د\delta}$ بضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ بالشكل المتقدم يكون زاوية $\overline{آد\delta}$ منفرجة ومربع $\overline{آ\delta}$ مربعي $\overline{آد}$ و $\overline{د\delta}$ بالشكل السابع والامربعين من الاول فربعا $\overline{آب}$ و $\overline{ب\delta}$ بضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ مع $\overline{ب\delta}$ لكن سطح $\overline{د\delta}$ في $\overline{د\delta}$ مع $\overline{ب\delta}$ كسطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ بالشكل الثالث فربعا $\overline{آب}$ و $\overline{ب\delta}$ اصغر من مربعي $\overline{آ\delta}$ و $\overline{ب\delta}$ بضعف سطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{ب\delta}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل شكل مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان نرسم

مربعاً يساوياً



ليكن الشكل المفروض المستقيم الاضلاع شكل $\overline{آ}$ فنرسم شكلاً متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي شكل $\overline{آ}$ باستبانة الشكل الرابع والامربعين من الاول وهو شكل $\overline{ب\delta}$ فان كان ضلع $\overline{د\delta}$ كضلع $\overline{ب\delta}$ وهما يساويان ضلعي $\overline{ب\delta}$ و $\overline{د\delta}$ بالشكل الرابع والنلثين من الاول فشكل $\overline{ب\delta}$ مربع فقد رسمنا المربع والا فليكن احدهما اطول من الاخر وليكن ضلع $\overline{ب\delta}$ اطولهما فنخرجه على استقامته في جهة $\overline{د}$ الى غير النهاية ونفصل منه $\overline{د\delta}$ كضلع $\overline{د\delta}$ بالشكل الثالث من الاول وننصف $\overline{ب\delta}$ على نقطة $\overline{ح}$ بالشكل العاشر من الاول ونرسم

ونرسم على $\overline{ب\delta}$ نصف دائرة $\overline{ب\delta}$ ونخرج $\overline{د\delta}$ على استقامته الى ان ينتهي الى محيط $\overline{ب\delta}$ فلينته الى نقطة $\overline{ط}$ ونصل $\overline{ح\delta}$ بخط مستقيم فاقول ان $\overline{ح\delta}$ ضلع مربع يساوي شكل $\overline{آ}$ برهانه فلان $\overline{ب\delta}$ نصف على نقطة $\overline{ح}$ وقسم بمختلفين على نقطة $\overline{د}$ فسطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ مع مربع $\overline{ح\delta}$ يساوي مربع $\overline{ح\delta}$ بالشكل الخامس لكن $\overline{ح\delta}$ يساوي $\overline{ح\delta}$ فسطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ مع مربع $\overline{ح\delta}$ يساوي مربع $\overline{ح\delta}$ لكن زاوية $\overline{د\delta\delta}$ قائمة فزاوية $\overline{ب\delta\delta}$ المجاورة لها قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول فربعا $\overline{ح\delta}$ و $\overline{ب\delta}$ يساويان مربع $\overline{ح\delta}$ بالشكل السابع والامربعين من الاول فسطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ مع مربع $\overline{ح\delta}$ يساويان مربعي $\overline{ح\delta}$ و $\overline{ب\delta}$ فاذا القينا مربع $\overline{ح\delta}$ المشترك يبقى مربع $\overline{ب\delta}$ مساويا لسطح $\overline{ب\delta}$ في $\overline{د\delta}$ المساوي له فيكون مساويا لسطح $\overline{ب\delta}$ وكان سطح $\overline{آ}$ كسطح $\overline{ب\delta}$ فربعا $\overline{ح\delta}$ و $\overline{ب\delta}$ كسطح $\overline{آ}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وبهذا الشكل يخرج حدود الصم تمت المقالة الثانية والحمد لله بلائنه

المقالة الثالثة في خمسة عشر كتابا

الحدود

الدوائر المتساوية هي التي اقطارها وانصاف اقطارها متساوية كل خط مستقيم يلقي الدائرة ولا يقطعها وان اخرج في جهته فهو مماس لتلك الدائرة والدوائر الخماس هي المتلافة الغير المتقاطعة بعدد الوتر من المركز هو العود الخارج من المركز الى الوتر الاوتار المتساوية الابعاد عن مركز الدائرة هي الاوتار التي تكون الاعمدة الخارجة من المركز اليها متساوية والاوتار التي هي ابعد من المركز هي التي اعمدتها اطول وزاوية القطعة زاوية يحيط بها الوتر وقوس ذلك الوتر ويقال للوتر قاعدة القطعة والزاوية التي في القطعة هي التي يحيط بها خطان مستقيمان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة وينتهيان الى نقطة ما على قوس تلك القطعة كل خطين مستقيمين يخرجان من نقطة ما على محيط دائرة وينتهيان الى طرفي قوس من محيطها فالزاوية التي يحيط بها ذلك الخطان يقال لها انها على تلك القوس وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطان مستقيمان يخرجان من مركزها وقوس ينفر من ههما من محيط ذلك المركز والقطع المتشابهة هي التي تقبل زوايا متشابهة

الاشكال

١

كل دائرة مفروضة لنا ان نجد مركزها

لتكن الدائرة المفروضة دائرة AB ونفرض على محيطها نقطتي C و D متباعدتين ونصل بينهما بخط مستقيم وننصفه على نقطة E بالشكل العاشر من الاول ونخرج منها عمود AE على خط CD بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهته الى ان ينتهي الى المحيط فليكنه الى نقطتي A و B وننصف خط AB على نقطة H بالشكل العاشر من الاول فاقول انها مركز دائرة AB برهانه فان لم تكن في المركز



لكانت نقطة اخري اما على خط AB او على سطح الدائرة فان كانت على خط AB وليكن بين نقطتي A و H مثلاً وفي نقطة R فيكون AR نصف AB وكان AR نصف AB فيكون AR يساوي AH فالجزء يساوي

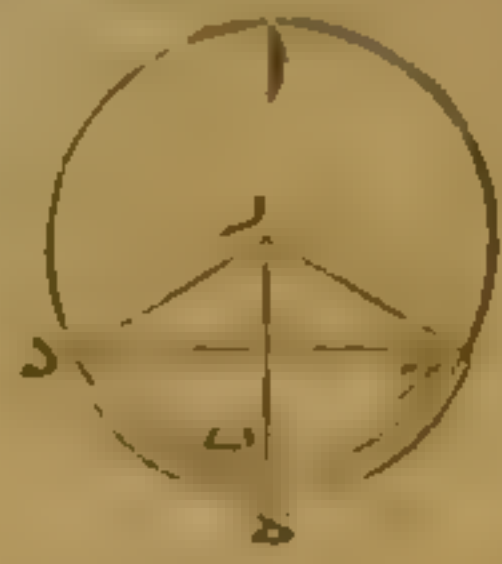
كله هذا خلف وان كانت على سطح الدائرة وليكن نقطة T فنصل بينها وبين كل واحد من نقطتي C و D بخط مستقيم فلان نقطة T مركز الدائرة AB يكون خطا CT و DT متساويين وخط TE كخط DE وخط TE مشترك بين مثلثي CTE و DEE فالزوايا المتناظرة منها متساوية بالشكل الثامن من الاول فزاوية CTE كزاوية DEE فزاوية CTE قائمة وكانت زاوية AED قائمة فيكون جزء الشيء مساوياً لـ TE هذا خلف فالمركز هو نقطة H وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه كل وتر نصف وتر اخر من دائرة وقام عليه على زوايا قائمة فانه يمر بالمركز

كل خط مستقيم واصل بين نقطتين على محيط

اي دائرة كانت فانه واقع داخل تلك الدائرة

ليكن على محيط دائرة AB نقطتي C و D ونصل بينهما بخط CD المستقيم فاقول انه يقع داخل دائرة AB برهانه فلانه لو لم يقع خط CD داخلها لوقع خارجها او على محيطها اما الاول فنجد مركز الدائرة بالشكل المتقدم وليكن نقطة O ونرسم على خط CD نقطة E كيف ما اتفق ونصل بين المركز وكل واحدة من نقطتي C و D بخط مستقيم فخط OE لابد ان يقطع المحيط فليقطعه على نقطة F فلان زاويتي COE و DOE متساويتان بالشكل

بالشكل الخامس من الاول لتساوي ساقي CO و DO وزاوية COE الخارجية من مثلث COE اَعْظَم من زاوية DOE بالشكل السادس عشر من الاول



فليكون زاوية COE التي هي اعظم من زاوية DOE فيكون المساوية لزاوية DOE اعظم من زاوية COE فيكون CO المساوي لخط DO اعظم من ضلع CO بالشكل التاسع عشر من الاول لخط CO يكون اعظم من ضلع CO فيكون جزء الشيء اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فيكون زاويتي COE و DOE متساويتان بالشكل الخامس من الاول ويكون زاوية COE كزاوية DOE بالشكل الخامس من الاول فيكون مساوية لزاوية DOE فيكون زاوية COE كزاوية DOE من مثلث COE زاوية COE هي اعظم



منها بالشكل السادس عشر من الاول هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه انه لا شيء من الخطوط المستقيمة يمكن ان ينطبق على محيط دائرة وبالعكس

كل خط مستقيم خرج من مركزي دائرة وانتهي

الى اي وتر كان فيها فان كان عمودا على الوتر فهو

ينصفه وان كان ينصفه فهو عمود عليه

ليكن خط CD وتر في دائرة AB ونخرج من نقطة O المركز لدائرة AB خط OE المستقيم وانتهي الى وتر CD على نقطة E فاقول ان كان OE عمودا على وتر CD فهو ينصف CD وان كان ينصفه فهو عمود عليه برهانه نصل بين كل واحدة من نقطتي C و D وبين المركز بخط مستقيم اما الاول فلان زاويتي COE و DOE من مثلثي COE و DOE متساويتان وكذلك زاويتي COE و DOE بالشكل الخامس



من الاول وضلع CO مشترك بين المثلثين فبالشكل السادس والعشرين من الاول ضلع CO كضلع DO واما الثاني فلان الاضلاع المتناظرة من مثلثي COE و DOE متساوية فزاوية COE كزاوية DOE بالشكل الثامن من الاول فخط OE عمود على وتر CD وذلك ما اردنا ان نبين

كل وترين في اي دائرة قطع احدها الاخر على
غير المركز فلا يمكن ان يتناصفا

ليكن دائرة AB قد تقاطع فيها وتر DE على نقطة H غير المركز
فاقول لا يمكن ان يتناصفا برهانه فان امكن فليتناصفا
على نقطة G ونجد مركزها بالشكل الاول وهو
نقطة P ونصل HP بخط مستقيم فلان PH نصف
كل واحد من وترين DE و DE على نقطة H يكون عمودا
عليها بالشكل المتقدم فيكون كل واحدة من زاويتي
 HPH قائمة فيكون جزء الشيء يساوي كله هذا خلف بالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل دائرتين متقاطعتين في سطح واحد فلا يمكن
ان يكون مركزاهما واحدا

ليكن دائرتا AB و AC قد تقاطعتا على نقطتي A و C فاقول لا يمكن ان
يكون مركزاهما واحدا برهانه فان امكن فليكن
نقطة E مركزاهما فنصل بينهما وبين كل واحدة
من نقطتي A و C بخط مستقيم فخط DE يقطع قوس
 AC على نقطة F وليكن نقطة F فلان E مركز دائرة
 AB يكون EF مساويا لخط AF ولان E مركز دائرة
 AC يكون EF مساويا لـ CF فيكون EF مساويا
لهذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل دائرتين متماستين لا يمكن ان يكون
مركزاهما واحدا

ليكن دائرتا AB و AC متماستين على نقطة A فاقول
لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا في الوضع
برهانه فان كان التماس من خارج فهو ظاهر انه لا
يمكن ان يكون مركزاهما واحدا واما اذا كان من
داخل



داخل فان امكن فليكن نقطة D ونصل بينها وبين كل واحدة من
نقطتي A و B بخط مستقيم فخط DB يقطع دائرة AC فليقطع على
نقطة E فلان كل واحد من خطي DB و DE يساوي DA فهما متساويان
فخط DE يساوي DB فالجزء يساوي كله هذا خلف بالحكم ثابت وذلك
ما اردنا ان نبين

اطول الخطوط المستقيمة المختلفة الاوضاع الخارجة
من اي نقطة مفروضة في اي دائرة غير مركزها
في الوضع المنتهية الى محيطها هو المار بالمركز
واقصرها الباقي منه والاقترب الى الاطول اطول من
الابعد واي خط يفرض من احد جنبي الخط الاطول
من الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة
الى المحيط فانه لا يوجد ما يساويه من الخطوط
المستقيمة الخارجة منه الى المحيط في الجانب
الاخر من الخط الاطول الا خط واحد فقط او خطوط
مستقيمة متحدة الوضع



ليكن في دائرة AB نقطة E غير مركزها في
الوضع ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن
نقطة P ونصل بينها وبين E بخط مستقيم ونخرجه
في جهته على استقامته الى ان ينتهي الى المحيط ولينته الى نقطتي C و D
ونخرج من نقطة E الى المحيط خطوط EF و EG المستقيمة ونصل بين
نقطة P وبين كل واحدة من نقطتي C و A الكائنه على المحيط بخط
مستقيم فاقول ان اطول الخطوط الخارجة من نقطة E الى المحيط خط EC
واقصرها خط ED و EF اطول من EG وهو من A واي خط يفرض من
خطوط EF و EG في جهة A من خط ED الا خط واحد او خطوط

مستقيمة متحدة الوضع متساوية برهانه فلان ضلعي ط ر طه معا اعظم من ضلع هـ بالشكل العشرين من الاولي و ط ر يساوي ط هـ نأخذ طه معا وهما اعظم من هـ ر فخط هـ ر اعظم من خط هـ ر ويمثله تبيين ان خط هـ ر اعظم من كل واحد من خطي ح هـ آ هـ ولان ضلعي ط ر طه يساويان ضلعي ط هـ ح طه وزاوية ر طه اعظم من زاوية ح طه فقاعدة هـ ر اعظم من قاعدة ح هـ بالشكل الرابع والعشرين من الاولي ويمثله تبيين ان خط هـ ر اعظم من خط هـ آ ولان ضلعي طه دا معا اعظم من ضلع ط آ المساوي لخط ط د بالشكل العشرين من الاولي فاذا القينا طه المشترك بين ط د وخطي طه دا يمتد دا اعظم من هـ د ويمثله تبيين ان كل واحد من خطي هـ ر ح اعظم من هـ د فخط هـ ر اعظم كثيرا من خط هـ د واي خط مستقيم يخرج من نقطة هـ الي المحيط ولترسم علي نقطة ط من خط هـ ط زاوية هـ ط ب كزاوية هـ ط آ بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خط ط ب علي استقامته الي جهة ب الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ب ونصل بين نقطتي ب هـ بخط مستقيم فضلعا ط ب طه يساويان ضلعي ط آ طه والزاوية التي بين الاولين يساوي الزاوية التي بين الآخرين فقاعدة ب هـ كقاعدة آ هـ بالشكل الرابع من الاولي ولا يمكن ان يكون خط اخر مستقيم ما يخرج من هـ الي المحيط دائرة ا ب ح في جهة ب من خط هـ د مساويا لخط هـ آ ومباينا لخط ب هـ في الوضع والا فليكن خط هـ آ مساويا لخط هـ آ ونصل ط آ بخط مستقيم فيكون اضلاع م ثا طه آ هـ ط آ المتناظرة فيكون زاوية آ طه كزاوية آ طه بالشكل الثامن من الاولي وكانت زاوية ب طه كزاوية آ طه بالشكل الثامن والثلاثين من الاولي فزاوية آ طه الكل يساوي زاوية ب طه الذي هو جزء هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

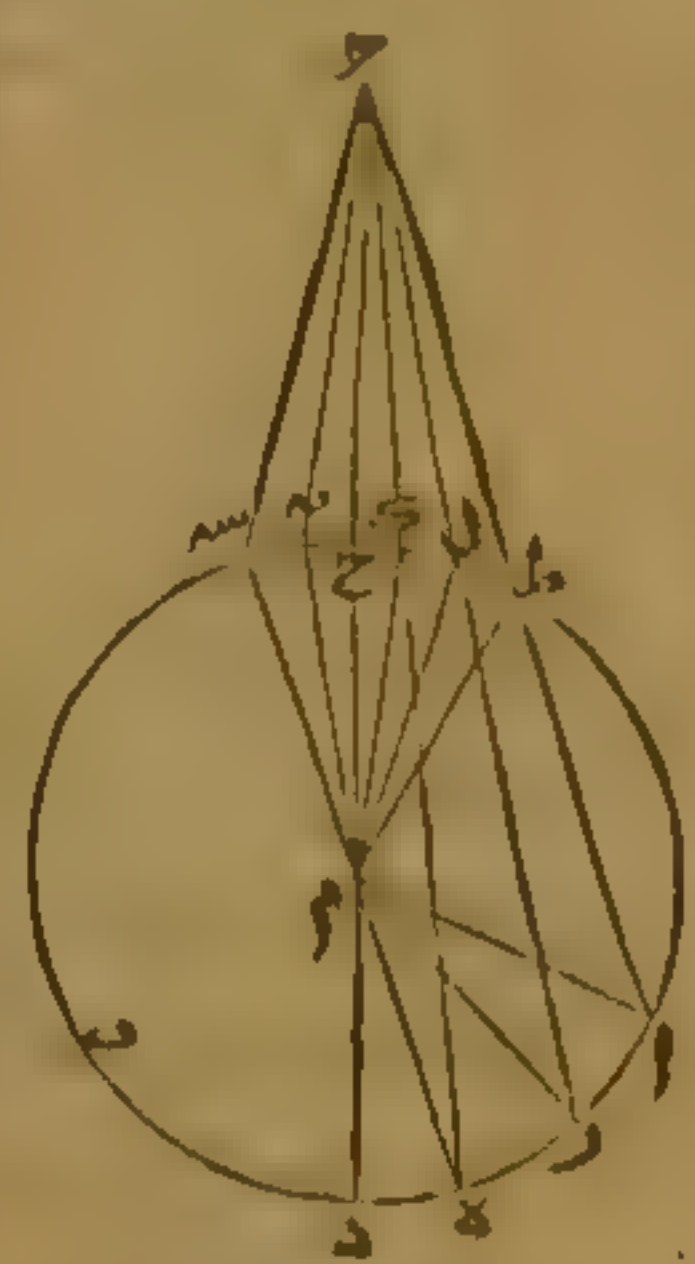
واستبان منه ان الاوتار الخارجة من نقطة علي محيط اي دائرة كانت فان اطولها المار بالمركز والاقرّب الي الاطول من الابعّد وكل وتر منها الكاين في احد جانبي الوتر الاطول لا يساويه في الجانب الاخر من الوتر الاطول الاوتر واحد او فوق واحد متحد الوضع



اطول جميع الخطوط المستقيمة المختلفة الازضاع الخارجة من كل نقطة خارجة من اي دائرة

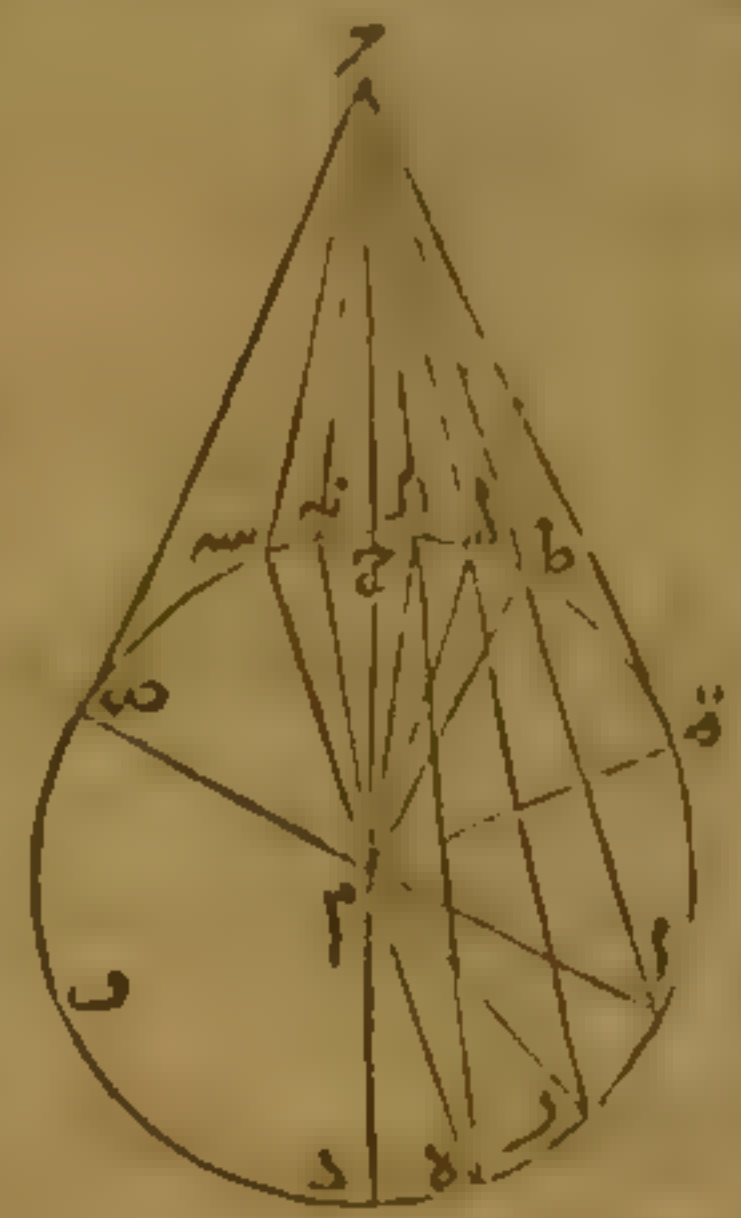
القاعدة

القاطعة اياها هو المار بالمركز والاقرّب اليه اطول من الابعّد عنه واقصر جميع المنتهية اليها الغير القاطعة هو الذي على مسامته المركز والاقرّب اليه اقصر من الابعّد عنه واي خط يفرض منها في احد جهتي المسامت للمركز لا يوجد لها هو مساو له من الخطوط المستقيمة الخارجة من النقطة الخارجة من الدائرة عن الجهة الاخرى من الخط المسامت اياه قاطعة كانت الخط او منتهية الاخط واحد فقط او خطوط متحدة الوضع



ليكن الدائرة ا ب والنقطة الخارجة عنها هـ ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن النقطة م ونصل بينها وبين نقطة هـ بخط مستقيم ونخرج هـ علي استقامته في جهة م الي ان ينتهي الي المحيط فلينته علي نقطة د وليقطع المحيط الادني علي نقطة ح ونخرج من نقط هـ ر ح ر المستقيمة في جهة الدائرة الي ان يقطع محيطها الادني علي نقطة آ ل ط وينتهي الي المحيط الاقصى علي نقطة ر آ وليكن الخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة هـ لمتجهة الي الدائرة غير قاطعة اياها خطوط

ح ر آ ل ح ط فاقول ان خط هـ ر اطول القاطعة هـ ر الاقرّب منه اطول من ح ر وهو من ح ر وان خط ح ر اقصر من ح ر وهو من ح ر وهو من ح ط برهانه نصل بين المركز وبين كل واحدة من نقط هـ ر آ بخط مستقيم فلان ح م اعني ح د معا اطول من هـ ر بالشكل العشرين من الاولي فخط هـ ر اطول من خط هـ د ويمثله تبيين ان خط هـ ر اطول من كل واحد من خطي ح ر ح آ ولان ضلعي ح م هـ كضلعي ح م ر كل



لنظروا زاوية ح م اعظم من زاوية ح م ر ف قاعدة ح م أطول من قاعدة ح م ر
 بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط ح م أطول من خط
 ح م ر ونصل بين المركزين كل واحد من نقطة ح م بخط مستقيم فلان
 ضلعي ح م أطول من ح م ر بالشكل العشرين
 من الاولي و م ح يساوي م ح ر اقصر من كل واحد من
 ح م ر وبمثله تبين ان ح م ر اقصر من كل واحد من
 خطي ح م ر ولان ح م ر مع اقصر من
 ح م ر ل م مع بالشكل الواحد والعشرين من
 الاولي و م ح يساوي م ح ر ف خط ح م ر اقصر من
 ح م ر وبمثله تبين ان خط ح م ر اقصر من ح م ر
 ونرسم على نقطة م من خط ح م زاوية ح م ر
 كزاوية ح م ر بالشكل الثالث والعشرين من
 الاولي ونخرج خط م ر في جهة م ر الى ان ينتهي
 الى المحيط على نقطة ر ونصل ح م بخط
 مستقيم فلان زاوية ح م ر كزاوية ح م ر والاضلاع المحيطة بالزاويتين
 المتناظرة متساوية ف قاعدة ح م كقاعدة ح م ر بالشكل الرابع من الاولي
 ولا يمكن ان نخرج من نقطة ح م خط اخر مستقيم ينتهي الى المحيط الدائرة
 ولا يقطعها في جهة م من خط ح م ويباين وضعه وضع ح م ويكون
 مساويا لخط ح م والا فبكن خط ح م كخط ح م ونصل م ر بخط
 مستقيم فلان اضلاع ح م ر كاضلاع ح م ر مثلث ح م ر المتناظرة
 بالشكل الثامن من الاولي فزاوية ح م ر كزاوية ح م ر وكانت زاوية
 ح م ر كزاوية ح م ر فزاوية ح م ر كزاوية ح م ر فالجزء يساوي كله هذا
 خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
 واستبان منه اذا خرج من نقطة ح م خط مماس دائرة ح م كخط ح م مثلا
 لنا ان نخرج خطا اخر مستقيما ينتهي الى الدائرة مساويا لخط ح م
 في الجهة الاخرى من خط ح م وذلك بان نصل بين نقطتي م ر بخط
 مستقيم فيحدث زاوية ح م ر ونرسم على نقطة م من خط ح م زاوية
 مساوية لزاوية ح م ر في الجهة الاخرى من خط ح م بالشكل الثالث
 والعشرين من الاولي ولبكن في زاوية ح م ر ولنخرج ضلع م ر الى ان
 ينتهي الى المحيط فليكنه الى نقطة ر منه ونصل بينها وبين نقطة ح م بخط
 مستقيم فخط ح م ر يساوي خط ح م ر بالشكل الرابع من الاولي فاذا ركبنا
 نصف دائرة ح م ر على نصف دائرة ح م ر فبنطبق قوس ح م ر على
 قوس ح م ر لما بيننا في صدر المقالة الاولي فبنطبق نقطة م على نقطة
 م والا لانطبق على نقطة بين نقطتي م ر او خارجة عنهما في جهة
 م فبكون ح م اما اقصر من ح م او أطول وكان مساويا له هذا خلف
 فبنطبق

فبنطبق نقطة م على نقطة م وخط ح م على ح م والا لا حاطا
 بسطح مستويا خلف فاذا يخرج خط ح م في جهة م لا يقطع الدائرة
 لان ح م المنطبق على خط ح م اذا يخرج في تلك الجهة لا يقطعها لانه
 مماس الدائرة فخط ح م مماس دائرة ح م ولا يمكن ان مماسها خط اخر
 مستقيم يخرج من نقطة ح م على نقطة بين نقطتي م ر او خارجة عنهما
 لانه لو وجد مماسا فاذا خرج مع احد خطي ح م ر في جهة الدائرة
 فلا بد وان يحيط بسطح هذا خلف اذا الخط مماس للدائرة لا يقطعها
 او لا يلقي الدائرة وفرض انه مماسها هذا خلف فكل نقطة خارجة عن
 دائرة فلا يمكن ان مماسها من الخطوط المستقيمة الخارجة منها الى الدائرة
 الا خطان مستقيمان فقط احدهما من احد جانبي الخط المسامة
 لمركزها والاخر من الجانب الاخر منه

كل نقطة في اي دائرة خرج منها الى محيطها
 خطوط مستقيمة متساوية فوق اثنين فان النقطة



مركزها
 لبيكن الدائرة ح م والنقطة الكائنة فيها ح والخطوط
 المستقيمة المتساوية الخارجة منها الى المحيط ح م ر
 ح م فاقول ان نقطة ح م مركز دائرة ح م برهانه نصل
 بين نقطة د وبين كل واحدة من نقطتي ب ر بخط مستقيم وننصف
 ب د على نقطة ر و د على نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين
 نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي ر ح بخط مستقيم فلان اضلاع
 مثلي ب ح ر و ح م ر المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاوية
 ب ح ر كزاوية ح م ر وبمثله تبين ان زاوية ح م ر كزاوية ح م ر من
 مثلي د ح ر و ح م ر فخط ح م ر عمود على خط ب د وخط ح م ر عمود على خط
 د ح فخرج من خطي ح م ر في جهتيه الى ان ينتهي الى المحيط فليكنه خط
 ح م ر الى نقطتي ح م وخط ح م ر الى نقطتي ح م ر فبالاستبانة الشكل الاولي
 كل من خطي ح م ر الى المركز فنقطة ح الفصل المشترك بينهما مركز
 لدائرة ح م وذلك ما اردنا ان نبين
 واورد ثابت بن قرة برهانا اخر لهذا الشكل في كتابه وحكي انه وجد
 في بعض النسخ اليونانية تركت ذكره لان برهان الكتاب البسط
 والبراهين على اشكال الكتاب كثيره استنبطها المتقدمون والمتأخرون
 والاليف بالايراد من البراهين في كتاب الاصول ليس الا ما هو لا يسقط

لا يمكن ان تقطع دائرة اخري على اكثر من نقطتين
سوا كانتا في سطح واحد او في سطحين متقاطعين

والا فليقطع دائرة AB دائرة CD على نقطتي E و F فاقول ان هذا غير
ممكّن برهانه نصل بين نقطة C وبين كل واحدة من نقطتي E و F بخط
مستقيم وننصف CF على نقطة G ونخرج AG على
نقطة H بالشكل العاشر من الاول ونخرج من
نقطة A على DE عمود AK ومن نقطة L على خط
 CF عمود LN بالشكل الحادي عشر من الاول
ونخرج كل منهما في جهته الى ان ينتهي الى المحيط



فليبت AK الى محيط دائرة CD على نقطتي C و D والى محيط دائرة AB
على نقطة S من قوس CD و LN الى محيط دائرة AB على نقطتي A و B والى
محيط دائرة CD على نقطة M من قوس CF فلانا اذا وصلنا بين نقطتي
 AK بخط مستقيم كانت كل واحدة من زاويتي AKL و LNK اقل من قائمة
لان كلا من زاويتي AKL و LNK قائمة فمجموعهما اقل من قائمتين خطيا
لان AK و LN يتلاقيان فليبتقيا على نقطة N فلان AK و LN و KL واحد من
قوسي CD و RS فباستبانة الشكل الاول خط CD يمر بكل واحد من
مركزي دائرتي AB و CD وبمثلتي AK و LN ان خط AB يمر بكل واحد من مركزي
دائرتي AB و CD فالفصل المشترك بين خطي AB و CD الذي هو نقطة N
مركز لكل واحد من دائرتي AB و CD فليكون للدائرتين المتقاطعتين
مركز واحد هذا غير ممكن بالشكل الخامس واما اذا كانت في السطحين
المتقاطعين وذلك ظاهر انها لا يتقاطعان الا على نقطتين فالحكم ثابت

وذلك ما اردنا ان نبين
وقد اوردنا ثابت بن قمر برهانا اخر لهذا الشكل تركناه كما ذكرناه
في اخر الشكل المتقدم

كل دائرتين متماستين احاطت احدهما
بالاخرى اولم يحيط فان الخط المستقيم المار بمركزيهما
يمر بنقطة التماس

ليكن دائرة AB مماس دائرة AC على نقطة A ومركز دائرة AB و C ومركز
دائرة

دائرة AC وليكن دائرة AB هي المحيط فاقول ان الخط المستقيم الواصل
بين نقطتي A و C يمر بنقطة A برهانه اما الاول فلانه
لولي يمر بنقطة A لقطع خط AC و AB بعد اخراجه في جهة
 AC محيط دائرة AC على نقطة C ومحيط AB على نقطة
 A ونصل بين نقطة A وبين كل واحدة من نقطتي C و A
بخط مستقيم فلان خطي AC و AB المساويين لخط AC يكون



ار AC متساويين اعظم من AB بالشكل العشرين من الاول و AB
يساوي AC لخط AC المساوي لخطي AC و AB
اعظم من خط AC فالجزء اعظم من كله هذا
خلف واما برهان الثاني فلان AC و AB معا
اعظم من AC بالشكل العشرين من الاول



وخط AC يساوي AC وخط AB يساوي AC لخط AC معا اعظم من
خط AC فالجزء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان
نبين

كل دائرتين وقع بينهما تماس من داخل او من
خارج فانه لا يكون على نقطة واحدة فقط

ليكن دائرة AB تماس دائرة CD فاقول ان تماسهما على نقطة واحدة فقط
برهانه فان امكن على اكثر منها فليكن على نقطتي C و D من داخل او على
نقطتي A و B من خارج اما الاول فلان دائرتي AB و CD
متماستان فيكون مركزاهما مختلفي الوضع بالشكل
السادس فتجددما بالشكل الاول وليكونا نقطتي C و D
ونصل بينهما بخط CD المستقيم ونخرجه في جهته على
استقامته فيمر على نقطتي C و D اعني موضع تماسهما بالشكل
المتقدم فلان C مركز دائرة AB فله CD مثل CD فله CD
اطول من CD لان CD اطول منه ولان C مركز دائرة CD
فله CD مثل CD وكان CD اطول من CD فهو اطول من CD



فجزء الشيء اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فلان كلا من نقطتي A و B
على كل واحد من محيطي دائرتي AB و CD فالخط المستقيم الواصل بينهما
يكون وترا في كل واحدة منهما بالشكل الثاني وكل وتريكون في احديهما
فهو خارج عن الاخرى فليكون خط AB داخلا في كل واحدة من دائرتي
 AB و CD وخارجا عنهما هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

جميع الاوتار الواقعة في الدائرة الواحدة ان كانت
متساوية كانت ابعادها عن مركزها وبالعكس *

ليكن في دائرة $أ ب$ وتر $أ د$ و $د$ فوجد مركزها بالشكل الاول وليكن $ح$ ونخرج منه على وتر $د$ عمودي $ح ط$ $ح$ بالشكل الثاني عشر من الاول فاقول ان $كان د$ مساويا لهر فعمود $ح ط$ كعمود $ح$ وبالعكس برهانه اما الاول فنصل بين $ح$ وكل واحدة من نقط $د$ ونخط مستقيم فلان اضلاع مثلثي $د ح$ و $ح$ المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاول زاوية $ط ح$ كزاوية $أ ح$ ولان $ح ط$ نصف وتر $د$ و $أ$ نصف وتر $د$ بالشكل الثالث ووتر $أ د$ و $د$ متساويان فضلعا $ح ط$ $ح$ وزاوية $ط ح$ من مثلث $ح ط$ يساوي ضلعي $أ ح$ وزاوية $أ ح$ من مثلث $أ ح$ فقاعدة $ط ح$ كقاعدة $أ ح$ بالشكل الرابع من الاول واما الثاني وهو بين ان عمودي $ح ط$ $ح$ ان كانا متساويين كان وتر $د$ كوتر $د$ فلان كلا من زاويتي $ح ط ح$ و $أ ح$ قائمة فربع $ح ط$ يساوي مربعي $ح ط$ و $ح$ وكذلك مربع $أ ح$ المساوي لمربع $ح ط$ يساوي مربعي $أ ح$ و $أ$ بالشكل السابع والاربعين من الاول فاذا اسقطنا من مربع $ح ط$ مربع $أ$ ومن مربع $أ ح$ مربع $ح ط$ يكون الباقي من مربع $ح ط$ هو مربع $أ$ ومن مربع $أ ح$ مربع $ح ط$ و $أ$ فربع $ح ط$ يساوي مربع $أ$ فخط $ح ط$ يساوي $أ$ و $د$ و $أ$ ضعفاهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين $د$ واستبان منه ان كل وتر في دائرة فان بعد اصغرها عن مركزها اعظم من بعد اعظمها

一

قطر كل دائرة أطول الأوتار الواقعة فيها قطرها
والأقرب إليه أطول من الأبعد منه *

ليكن خط $\overline{ح د}$ قطر دايرة $\overline{أ ب}$ ووتر $\overline{ه ر}$ اقرب اليه
 من وتر $\overline{ح ط}$ فاقول ان قطر $\overline{ح د}$ اطول منهما وان $\overline{ه ر}$
 اطول من $\overline{ح ط}$ برهانه نصف $\overline{ح د}$ علي نقطة $\overline{ا}$
 بالشكل العاشر من الاول وفي المركز ونخرج منها
 عمودي $\overline{ا ل}$ عمودي $\overline{ا م}$ علي وتر $\overline{ه ر}$ $\overline{ح ط}$ بالشكل الثاني عشر
 من الاول ولان وتر $\overline{ه ر}$ اقرب الي المركز من وتر $\overline{ح ط}$ يكون $\overline{عمود ا م}$ اطول
 من $\overline{عمود ا ل}$ باستنباط الشكل المتقدم فنحصل من $\overline{عمود ا م}$ انه مثل $\overline{عمود ا ل}$ بالشكل



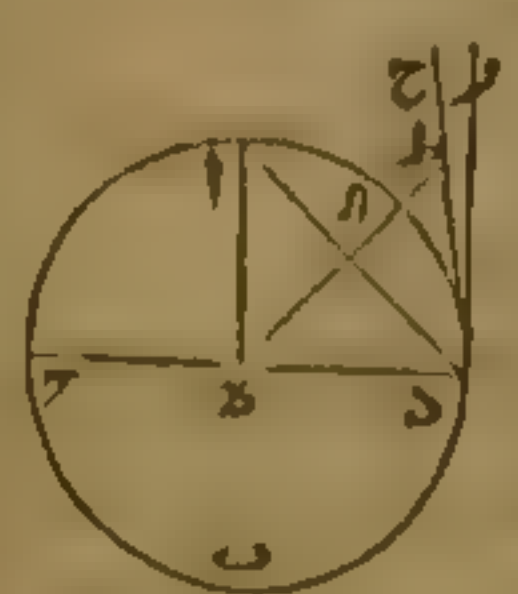
الثالثة

الـ بالشكل الثالث من الاول وتخرج من نقطة نـ وتر سـ عـ يوازي قطر
 حـ دـ في جهته على الاستقامته الى ان ينتهي الى المحيط بالشكل الواحد
والثلثين من الاول فوتر سـ عـ و رـ مـ متساويان بالشكل المتقدم ونصل
بين نقطة اـ وكل من نقط سـ حـ عـ طـ بخط مستقيم فلان ضلعي اـ سـ عـ اـ حـ
معاني حـ دـ اعظم من سـ عـ بالشكل العشرين من الاول فقطر حـ دـ اطول
من كل واحد من وتر سـ عـ و رـ مـ ولان ضلعي اـ سـ عـ اـ حـ يساويان ضلعي
 اـ حـ طـ وزاوية سـ اـ عـ اعظم من زاوية حـ اـ طـ قوس سـ عـ المساوي لهر
اطول من وتر حـ طـ بالشكل الرابع والعشرين من الاول فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين

4

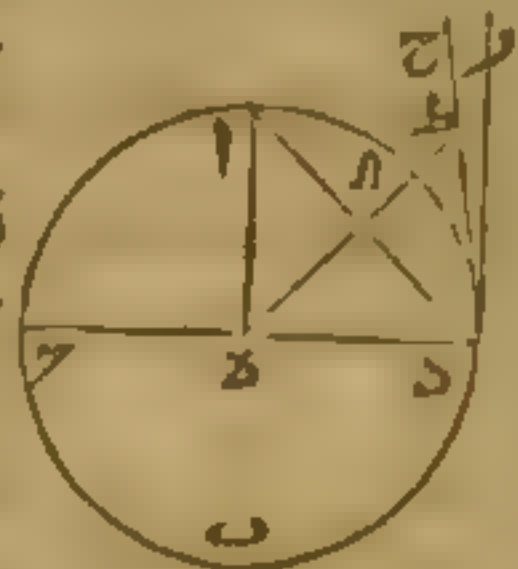
كل خط مستقيم خرج من طرف اي قطر دائرة
عمودا عليه فانه يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه
وبين محيطها خط اخر مستقيم وكل زاوية حادة
مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية نصف الدائرة
واعظم من الزاوية التي يحيط بها العمود والمحيط

ليكن دائرة AB قطرها AD وقد خرج من نقطة D أعني طرفه عمود DE
 فاقول انه يقع خارج دائرة AB ولا يقع بينه وبين محيط AD خط آخر
 مستقيم وكل زاوية حادة مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية AD
 التي في زاوية قطعة AD واعظم من الزاوية التي يحيط
 بها العمود ومحيط AD برهانه والا فليقع العمود داخل
 دائرة AB ونخرجه حتي يقطع المحيط وليقطعه علي
 نقطة A وننصف قطر AD علي نقطة E بالشكل العاشر
 من الاول في هي المركز ونصل بينهما وبين نقطة A بخط
 مستقيم فلان ضلعي AE ED متساويان يكون زاويتا EAD



٥٥٠ متساويتين بالشكل الخامس من الاولى وزاوية δ قائمة فزاوية δ آد
 قائمة فزاويتنا مثلث يساويان قائمتين وهما اصغر منهما كما بين في الشكل
 السابع عشر من الاولى هذا خلف فعمود δ يقع خارج الدائرة وايضا
 فليقع بينه وبين محيط δ خط مستقيم ان امكن وليكن هو خط δ ح
 فنخرج من نقطة δ عليه عمود δ ط بالشكل الثاني عشر من الاولى فلا يقع
 على نقطة δ والا يلزم ان يكون جزء δ الذي مساويا لكله لانه حينئذ

تكون زاوية ح د ر التي هي المحادة قائمة هذا خلف ولا على خط د ح بعد
اخراج ح على استقامته في جهة د لان الزاوية المجاورة لزاوية ح د ر
المحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فليزمن ان يكون زاوية ح
مثلث اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بما يبين في الشكل السابع عشر
من الاولي فليقع عمود ه ط على خط د ح في جهة ح وليقطع المحيط على
نقطة آ فزاوية ه د ط حادة لانها اصغر من زاوية د ر آ القائمة فبالشكل
الثامن عشر من الاولي يكون ضلع ه د اعني ه آ اعظم من
ه ط فيكون جزء الشئ اعظم من كله هذا خلف وايضا
فان زاوية آ د ه اعني زاوية القطعة لو لم يكن اعظم من
كل زاوية حادة مستقيمة الخطين لكانت اما مساوية
لها او اصغر منها فان كان الاول ينطبق خط مستقيم
على قوس د آ وهو محال باستبانة الشكل الثاني وان كان
الثاني فليقع بين عمود د ر ومحيط آ د خط مستقيم لان الزاوية المحادة
المستقيمة الخطين قد فرضت انها اعظم من زاوية آ د ح اعني زاوية
القطعة وهي اصغر من زاوية د ر القائمة هذا خلف وايضا فان زاوية
آ د ر اصغر من اي زاوية حادة مستقيمة الخطين والا لكانت مساوية لها
فيصح انطباق الخط المستقيم على محيط آ د على تقدير التساوي وقد
بيننا استحالة او يقع بين عمود د ر ومحيط آ د خط مستقيم على تقدير
ان يكون اعظم وقد تبين استحالة ايضا بالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نبين



واستبان منه ان كل خط مستقيم خرج من طرف قطري دائرة عمودا عليه
فانه يماس الدائرة وان لنا ان نرسم على نقط غير متناهية نفرض على
خط ه ح قبل اخراجه او بعد اخراجه في جهته د دواير غير متناهية
نصف قطر كل منها بقدرها يقع من خط د ح وما يتصل به بين النقطة
التي نرسم عليها الدواير وبين نقطة د ويكون عمود د ر عمودا على قطر كل
دائرة منها ومحيط كل دائرة منها يقع بين عمود د ر ومحيط دائرة آ د
وان نرسم على نقط غير متناهية نفرض على خط د ه دواير غير متناهية
قطر كل منها بقدرها يقع من خط د ه بين النقطة التي نرسم عليه
الدائرة وبين نقطة د ويكون عمود د ر عمودا على قطر كل دائرة منها
ومحيط دائرة آ د يقع بين عمود د ر وبين كل واحد من محيط تلك الدوائر
يو

كل نقطة ودائرة هما في سطح واحد والنقطة
خارجة عن الدائرة فان لنا ان نخرج منها خطا

مستقيما

مستقيما يماس تلك الدائرة



ليكن النقطة آ والدائرة ح ومركزها د فنصل
بين نقطتي آ د بخط مستقيم فليقطع محيطها على
نقطة ر ونرسم على نقطة د وببعد آ د دائرة آ ح
ونخرج من نقطة ر طرف قطر د ر عمودا على ح عليه
بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرج العمود على استقامته الى ان ينتهي
الى محيط آ ح ولينته على نقطة ح ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم
فليقطع محيط ب ح على نقطة ط ونصل بين نقطتي آ ط بخط مستقيم
فاقول ان خط آ ط يماس دائرة ح برهانه فلان ضلعي د آ د ط من مثلث
آ د ط يساويان ضلعي د ح د ر من مثلث د ح ر كل لنظرة وزاوية د
مشتركة بين كل واحد من الضلعين فبالشكل الرابع من الاولي زاوية
آ د ط تساوي زاوية ح د ر العامة فزاوية آ د ط قائمة خط آ ط عمودا على
قطر ط د فهو يماس دائرة ب ح باستبانة الشكل المتقدم بالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان كل زاوية يحيط بها الخط المستقيم المماس للدائرة
الخارج من نقطة خارجة عنها ونصف قطرها الواصل بين مركزها
ونقطة التماس قائم

ير

كل خط مستقيم واصل بين مركزي دائرة
يماسها خط مستقيم وبين نقطة التماس فهو عمود



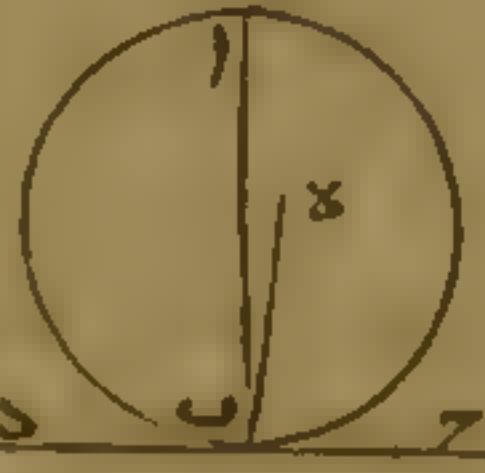
على الخط المماس
ليكن الدائرة آ ب ومركزها نقطة ه وخط د ر
المستقيم يماسها على نقطة ب ووصل بين نقطتي ب ه
بخط مستقيم فاقول ان خط ب ه عمودا على خط د ر
برهانه فان لم يكن ه ب عمودا على د ر فليكن العمود عليه خط ه ر وليكن
قد قطع محيط دائرة آ ب على نقطة ح فلان زاوية ه ر ب قائمة فزاوية ه ب ر
حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فليضع ب ه المساوي لخط ه ح اطول
من ه ر بالشكل التاسع عشر من الاولي فخط ه ح اعظم من ه ر فالجزء اعظم
من كله هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ج

كل خط مستقيم يماس دائرة وخرج من نقطة

التماس خط مستقيم عمودا على الخط المماس فهو مركز

بمركز الدائرة ان اخرج فيها



ليكن خط \overline{CD} المستقيم يماس دائرة \overline{AB} على نقطته \overline{B} وخرج من نقطة \overline{B} خط \overline{AB} المستقيم عمودا على خط \overline{CD} في جهة الدائرة فاقول انه يمر بمركز دائرة \overline{AB}

برهانه فلانه ان لم يمر بمركز الدائرة لم يكن نقطة اخرى وليكن مركز دائرة \overline{AB} نقطة \overline{E} فنصل بينها وبين نقطة \overline{B} بخط مستقيم فهو عمود على خط \overline{CD} بالشكل المتقدم فتكون زاوية \overline{EBD} مساوية لزاوية \overline{ABD} فجزء الشيء يساوي كله هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل زاوية على مركز دائرة فهو ضعف الزاوية التي

على محيطها ان كانتا على قوس واحدة من محيطها

ليكن زاوية \overline{BAD} على مركز دائرة \overline{ABD} وزاوية \overline{BCD} على محيطها فاقول ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية برهانه نصل بين \overline{A} و \overline{D} بخط



مستقيم ونخرجه على استقامته في جهة \overline{D} الى ان ينتهي الى المحيط على نقطة \overline{E} فلان اضلاع \overline{AB} و \overline{BD} و \overline{DE} متساوية فكل من زاويتي \overline{ABD} و \overline{BDE} من الاول زاويتي \overline{BAD} و \overline{BDE} ضعف زاوية \overline{BAD} و زاوية \overline{BCD} ضعف زاوية \overline{BAD}

زاوية \overline{BAD} ولان زاوية \overline{BAD} تساوي زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} تساوي زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} بالتساوي من الاول زاويتي \overline{BAD} ضعف زاوية \overline{BAD} وذلك ما اردنا ان نبين

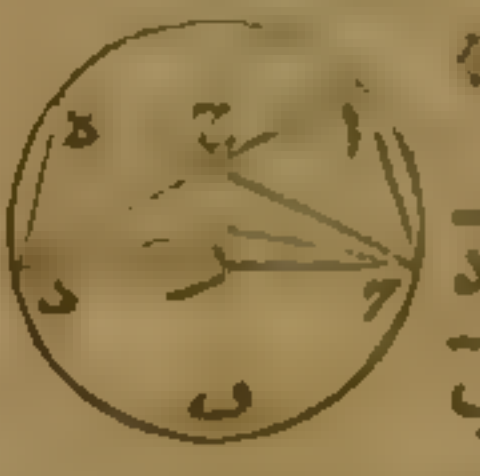
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط \overline{AE} يمكن ان يقع بين خطي \overline{BD} و \overline{CD} ويمكن ان ينطبق على احدها ويمكن ان يقع خارجا عنهما اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلان ضلعي \overline{BD} و \overline{CD} متساويان يكون زاويتا \overline{ABD} و \overline{BCD} متساويتين فهما ضعف زاوية \overline{BAD} فزاوية \overline{BAD} الخارجية من مثلث \overline{ABD} تساوي زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} بالشكل الثاني والثالثين من الاول فهي ضعف زاوية \overline{BAD} واما الثالث فلان ضلعي \overline{BD} و \overline{CD} متساويان يكون زاويتا \overline{ABD} و \overline{BCD} متساويتين فهما ضعف زاوية \overline{BAD} وزاوية

وزاوية \overline{BAD} الخارجية تساوي زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} بالشكل الثاني والثالثين من الاول فهي ضعف زاوية \overline{BAD} وايضا فلان ضلعي \overline{BD} و \overline{CD} متساويان تكون زاويتا \overline{ABD} و \overline{BCD} متساويتين وهما ضعف زاوية \overline{BAD} وزاوية \overline{BAD} الخارجية تساوي زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} بالشكل الثاني والثالثين من الاول فهو يساوي ضعف زاوية



زاوية \overline{BAD} وكانت زاوية \overline{BAD} تساوي ضعف زاوية \overline{BAD} فاذا استقطنا من زاوية \overline{BAD} زاوية \overline{BAD} ومن زاوية \overline{BAD} زاوية \overline{BAD} يبقى زاوية \overline{BAD} زاوية \overline{BAD} ضعف زاوية \overline{BAD} وهذه صورتها

جميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة من دائرة واحدة



متساوية ليكن في قطعة \overline{ABD} من دائرة \overline{ABD} زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} فاقول انهما متساويتان برهانه نجد مركز دائرة \overline{ABD} بالشكل الاول وليكن \overline{E} ونصل \overline{BE} و \overline{CE} بخطين

مستقيمين فزاوية \overline{BAD} ضعف كل واحدة من زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} بالشكل المتقدم فهما متساويتان

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قطعة \overline{AE} يمكن ان تكون اكثر من نصف دائرة ويمكن ان تكون اقل منه ويمكن ان تكون نصف دائرة اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلا بد وان يقع التقاطع بين ضلعي \overline{BD} و \overline{CD} اضلاع زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} ويقع بين ضلعي \overline{BD} و \overline{CD} على نقطة \overline{E} ونصل بين كل واحدة من نقطتي \overline{A} و \overline{E} وبين المركز بخط مستقيم فيكون زاوية \overline{BAD} ضعف كل واحدة من زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD}



بالشكل المتقدم فهما متساويتان وزاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاول فيصير زاويتي \overline{ABD} و \overline{BCD} متساويتين

بالشكل الثاني والثالثين من الاول اذ بين فيه ان جميع زوايا اي مثلث قائمتين واما الثالث فبين بمثل ما بيناه وهذه صورتها

كل ذي اربعة اضلاع يقع في دائرة فان كل

متقابلتين من زواياه معادلتان لقائمتين

ليكن في دائرة $ا ب ح$ ذوا ربعة اضلاع $ا ب ح د$ فاقول ان كل واحدة من زاويتي $ا ب ح$ و $ا د ح$ ومن زاويتي $د ا ب$ و $د ح ب$ معادلتان لقائمتين برهانه نصل $ا ح$ ب $د$ بخطين مستقيمين فبالشكل المتقدم زاويتا $د ا ح$ و $د ح ب$ متساويتان وكذلك زاويتا $د ح ا$ و $د ا ب$ لزاوية $ا ب ح$ تساوي مجموع زاويتي $د ا ح$ و $د ح ا$ وزاوية $ا د ح$ مع زاويتي $د ا ح$ و $د ح ا$ معادلتين لقائمتين بالشكل الثاني والثالثين من الاول زاويتا $ا د ح$ و $ا ب ح$ معادلتان لقائمتين وبمثلته تبين ان زاويتي $د ا ب$ و $د ح ب$ معادلتان لقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين



لا يمكن ان يقوم على خط واحد قطعتان متشابهتان في جهة واحدة من ذلك الخط ويكون احدهما

اعظم من الاخر

ليكن قطعتا $ا ب$ و $ا د ب$ قائمتا على خط $ا ب$ المستقيم من جهة واحدة منه وهما متشابهتان فاقول لا يمكن ان يكون احدهما اعظم من الاخر برهانه فان امكن فلتكن الاعظم قطعة $ا د$ فنرسم على قوس $ا ب$ نقطة $هـ$ ونصل بينها وبين نقطة $ا$ بخط مستقيم ونخرج $هـ$ في جهة $هـ$ على استقامته الى ان ينتهي الى قوس $ا ب$ بنقطة $ز$ ونصل بين نقطة $ب$ وكل واحدة من نقطتي $هـ$ و $ز$ بخط مستقيم فيكون زاوية $ا ب هـ$ الخارجة من مثلث $هـ ز ب$ كزاوية $هـ ز ب$ الداخلة المقابلة لها وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاول هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وبمثلته تبين لو كانت القطع اكبر من تقع



جميع القطع المتشابهة الكائنه على خطوط مستقيمة

متساوية متساوية

ليكن قطعتا $ا ب$ و $ا د ب$ قائمتين على خطي $ا ب$ و $ا د ب$ المستقيمين المتساويين فاقول انها متساويتان



متساويتان برهانه نركب قطعة $ا ب$ على قطعة $ح د$ بحيث ينطبق نقطة $ا$ على نقطة $ح$ ونقطة $ب$ على نقطة $د$ ويكون كل واحدة منهما من القاعدة في جهة واحدة فلا يمكن ان يختلف قوسا $ا ب$ و $ح د$ والا فيختلفا ويلزم المجدور المذكور في الشكل المتقدم فينطبق قوس $ا ب$ على قوس $ح د$ ويثبت الحكم وذلك ما اردنا ان نبين

اي قطعة مفروضة من دائرة لنا ان نتممها دائرة

ليكن القطعة $ا ب$ فنلصف قاعدة $ا ب$ على نقطة $د$ بالشكل العاشر من الاول ونخرج منها عمود $د ح$ على $ا ب$ في جهة $ح$ بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرج $هـ$ في تلك الجهة الى ان ينتهي الى قوس $ا ب$ فليكنه على نقطة $هـ$ ونصل $ا ح$ بخط مستقيم ونرسم على نقطة $ا$ من خط $ا ح$ زاوية $ح ا هـ$ في جهة $هـ$ كزاوية $ا د ح$ بالشكل الثالث والعشرين من الاول فلان زاوية $ا د ح$ قائمة تكون زاوية $د ح ا$ حادة بالشكل السابع عشر من الاول فزاويتا $د ح ا$ و $ا د ح$ المتساويتان اقل من قائمتين فاذا اخرجنا خطي $د ح$ و $ا هـ$ في جهة $هـ$ على استقامتهما يلتقيان فليلقيا على نقطة $هـ$ فلان زاويتي $د ح ا$ و $ا د ح$ متساويتان يكون ضلعا $ا هـ$ و $ا د$ متساويين بالشكل السادس من الاول ونصل $ب هـ$ بخط مستقيم فلان خط $د ح$ عمود على خط $ا ب$ فكل من زاويتي $ب د هـ$ و $ا د هـ$ قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول وضلع $د ب$ كضلع $د ا$ وضلع $د هـ$ مشترك بين مثلثي $ب د هـ$ و $ا د هـ$ فبالشكل الرابع من الاول قاعدة $ب هـ$ كقاعدة $ا هـ$ فزاوية $ا هـ ب$ المساوية لزاوية $ا هـ د$ خطوط $ب هـ$ و $ا هـ$ متساوية فاذا جعلنا نقطة $هـ$ مركزا وادرانا عليه دائرة ببعد $ا هـ$ فيمحوها على نقطتي $ا ب$ بالشكل التاسع فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط $ا هـ$ اما ان يقع خارجا عن خطي $ا ب$ و $ا د$ وذلك اذا كانت القطعة اقل من نصف الدائرة واما ان ينطبق على خط $ا ب$ بحيث يقع نقطة $هـ$ على نقطة $د$ وذلك اذا كانت القطعة نصف الدائرة واما ان يقع فيما بين خطي $ا ب$ و $ا د$ وذلك اذا كانت اعظم من نصفها والاولي بينها

والثاني والثالث يظهر بانه مما ذكرناه وهذه صورته



جميع الزوايا المتساوية الكائنة على محيطات الدوائر
المتساوية او على مركزها فهي انما تقع على قوسي

متساوية من تلك الدوائر



ليكن زاويتا \angle ب ح ر و \angle ط ر ح
المتساويتان على مركز دائرتي \angle ا ب ح
و \angle د ه ر المتساويتين وزاويتا \angle ب ا ح و \angle د ه ر
المتساويتان على محيطهما فاقول ان قوسي \angle ب ح و \angle د ه ر
نصل \angle ب ح و \angle د ه ر بخطين مستقيمين فلان ضلعي \angle ب ح ح ر من مثلث \angle ب ح ر
يساويان ضلعي \angle ط ر ح من مثلث \angle ط ر ح لانها انصاف
اقطار الدائرتين المتساويتين وزاوية \angle ب ح ر يساوي زاوية \angle ط ر ح
فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة \angle ب ح ر تساوي قاعدة \angle ط ر ح وزاوية \angle ب ح ر
ضعف زاوية \angle ب ا ح وضعف اي زاوية تقع في قطعة \angle ب ا ح وزاوية \angle ط ر ح
المساوية لزاوية \angle ب ح ر ضعف زاوية \angle د ه ر وضعف اي زاوية تقع في
قطعة \angle د ه ر بالشكل التاسع عشر فقطعتا \angle ب ا ح و \angle د ه ر متشابهتان وهما
كائنتان على قاعدتي متساويتين فهما متساويتان بالشكل الثالث
والعشرين فاذا القيناها من دائرتي \angle ب ا ح و \angle د ه ر كلا من نظيرتها بقي قوس
 \angle ب ح مساوية لقوس \angle د ه ر وان فرضنا التساوي لزاويتي \angle ب ا ح و \angle د ه ر يلزم
تساوي زاويتي \angle ب ح ر و \angle ط ر ح لان كلا منهما ضعف كل واحدة من زاويتي
و \angle د ه ر المتساويتين بالشكل العشرين ويقم المطلوب بمثل ما بينا وذلك
ما اردنا ان نبين

البر

جميع الزوايا الكائنة على قوسي متساوية من دوائر
متساوية مركزية كانت او محيطية فهي متساوية

ليكن زاويتا \angle ب ح ر و \angle ط ر ح كائنتين على قوسي \angle ب ح و \angle د ه ر المتساويتين من
دائرتي \angle ا ب ح و \angle د ه ر المتساويتين فاقول
انهما متساويتان برهانه فان لم يكونا
متساويتين لكانت احديهما اعظم
من الاخرى ولتكن الاعظم زاوية
و \angle ط ر ح فترسم على نقطة ط من خط و ط
زاوية \angle ط ا ح كزاوية \angle ب ح ر بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فقوس
و \angle ا ح ر يساوي



و \angle ا ح ر يساوي قوس \angle ب ح بالشكل المتقدم وكانت قوس و \angle ك قوس \angle ب ح
فقوس و \angle ا ح ر يساوي قوس و \angle ر ا ح جز يساوي كله هذا خلف فزاوية \angle ب ح ر
كزاوية و \angle ط ر ح وكل منهما ضعف المحيطتين الكائنتين على قوسي \angle ب ح و \angle د ه ر
كل لنظيرته بالشكل التاسع عشر فزاويتا \angle ب ا ح و \angle د ه ر المحيطتان
متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين

البر

جميع الاوتار المتساوية في الدوائر المتساوية تفصل
قوسا متساوية العظمي للصغرى والصغرى للصغرى

ليكن وتر \angle ب ح و \angle د ه ر من دائرتي \angle ا ب ح و \angle د ه ر المتساويتين متساويتين فاقول
ان كل واحدة من قوسي \angle ب ح و \angle د ه ر يساوي نظيرتها من قوسي و \angle د ه ر
المفصولة بالوترين برهانه نجد مركز
الدائرتين ولتكن نقطتي ح ط بالشكل
الاول نصل بين ح و د و بين كل واحدة من
نقطتي ب ح و د ه ر بخط مستقيم وكذلك
نصل بين ط و د و بين كل واحدة من



نقطتي و ر بخط مستقيم فاضلاع مثلث \angle ب ح ر كاضلاع مثلث \angle ط ر ح
المتناظرة فبالشكل الثامن من الاولي زاوية \angle ب ح ر كزاوية و \angle ط ر ح فقوسا
 \angle ب ح و \angle د ه ر متساويتان بالشكل الخامس والعشرين والتساوي الدائرتين
يكون قوسا \angle ب ا ح و \angle د ه ر متساويتين وذلك ما اردنا ان نبين

ح

جميع القوسي المتساوية من الدوائر المتساوية اوتارها

متساوية



ليكن قوسا \angle ب ح و \angle د ه ر من دائرتي \angle ا ب ح و \angle د ه ر المتساويتين فاقول
ان وتر \angle ب ح و \angle د ه ر برهانه نجد
مركز الدائرتين بالشكل الاول وليكونا نقطتي ح ط ونصل بين نقطتي
ح ط و بين نقطتي ب ح و د ه ر بخطوط مستقيمة فلان زاويتي \angle ب ح ر و \angle ط ر ح
على قوسي \angle ب ح و \angle د ه ر المتساويتين من دائرتي \angle ا ب ح و \angle د ه ر المتساويتين فهما
متساويتان بالشكل السادس والعشرين والاضلاع المتناظرة المحيطة هما
متساوية فبالشكل الرابع من الاولي وتر \angle ب ح و \angle د ه ر متساويان وذلك ما
اردنا ان نبين

ين

ط

اي قوس مفروضة لنا ان نصفها



ليكن القوس بـ آ وترها بـ آ فاقول لنا ان نصفها
برهانه نصف بـ آ على نقطة د بالشكل العاشر
من الاول ونخرج منها عمود دـ آ على وتر بـ آ بالشكل الحادي عشر من
الاول ونخرجه في جهة القوس الي ان ينتهي اليها فليكنه على نقطة آ
ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي بـ آ بخط مستقيم فلان ضلعي
دبـ دـ آ وزاوية ادبـ آ تساوي ضلعي دـ آ وزاوية ادـ آ كل نظيره
فصلح ابـ آ فصلح آـ بالشكل الرابع من الاول فقوس ابـ آ كقوس آـ
بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين

ل

كل زاوية مستقيمة الخطين تقع في قطعة قائمة

ان كانت القطعة نصف دائرة وحادة ان كانت اعظم

منه ومنفرجة ان كانت اصغر منه وزاوية القطعة

منفرجة ان كانت اعظم من النصف وحادة ان لم

تكن اعظم من النصف سواء كانت القطعة نصف

دائرة او اصغر منه



ليكن قطعة آـ بـ من دائرة آـ بـ نصفها ونرسم على
قوس آـ نقطة د كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل
واحدة من نقطتي آـ بـ بخط مستقيم فاقول ان زاوية
ادبـ آ قائمة برهانه نصف قطر آـ بـ على نقطة د
بالشكل العاشر من الاول فهي المركز ونصل بين نقطتي دـ آـ بخط مستقيم
فخطوط دبـ دـ آ متساوية فلان دبـ آ يساوي دـ آ تكون زاويتا دبـ آ
دبـ آ متساويتين بالشكل الخامس من الاول فهما ضعف زاوية بدـ آ
وبمثلها تبين ان زاويتي دـ آ دـ آ متساويتان ومجموعهما ضعف زاوية
دـ آ فليكون جميع زاويا مثلث آـ بـ دـ المعادلة لقائمتين بالشكل الثاني
والثلاثين من الاول ضعف زاوية ادبـ آ فهي قائمة وبمثلها تبين ان كل
زاوية تقع في نصف دائرة قائمة واذا اخرجنا خط بـ د في جهة دـ آ على
استقامته

استقامته الى نقطة ح يكون زاوية آـ دـ ح قائمة بالشكل الثالث عشر من
الاول وايضا فلان كل زاويتي مثلث اقل من قائمتين بالشكل السابع
عشر من الاول وزاوية ادبـ آ قائمة فزاوية ادبـ آ حادة ويجمع الروايات
تقع في قطعة واحدة متساوية بالشكل العشرين من الاول فزاوية ادبـ آ تقع في
قطعة اعظم من النصف هي حادة وايضا ان رسمنا على قوس آـ دـ نقطة ر
كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آـ دـ بخط مستقيم
حدث في دائرة آـ بـ دـ ر اربعة اضلاع آـ بـ دـ ر فليكون زاويتا آـ بـ دـ ر
من زاوياها متساويتان لقائمتين بالشكل الحادي والعشرين من الاول
آـ بـ دـ حادة فزاوية آـ دـ ر منفرجة ويجمع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة
متساوية بالشكل العشرين من الاول فزاوية الواقعة في قطعة في اصغر من نصف
دائرة منفرجة وايضا فلان زاوية ادبـ آ قائمة فزاوية ادبـ آ حادة منفرجة
فزاوية القطعة التي هي اعظم من نصف دائرة منفرجة ولان زاوية آـ دـ ح
قائمة فزاوية آـ دـ ر التي هي زاوية قطعة آـ دـ ر حادة فزاوية التي هي زاوية
قطعة آـ دـ ر اقل من نصف الدائرة حادة فاذا اخرجنا عمودا من نقطة بـ
على قطر آـ بـ يقع خارج دائرة آـ بـ بالشكل الخامس عشر فليكون
زاوية آـ بـ دـ حادة فزاوية التي هي زاوية قطعة في نصف دائرة حادة
وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان محيط كل دائرة قسم بقسمي كم كانت القسي فان الزوايا
المحيطية الواقعة في تلك الدائرة على تلك القسي تساوي قائمتين فان
كانت الزوايا الواقعة على تلك القسي مركزية فانهما يساوي اربع قوائم
لما بين في الشكل التاسع من ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية
فاقسام محيط اي دائرة تقع قواعد لاربعة قوائم مركزية ولقائمتين
المحيطيتين من الزوايا الواقعة فيها

لا

كل خط مستقيم يماس دائرة ويخرج من نقطة

التماس في جهة الدائرة خط مستقيم فاصل للدائرة

الى قطعتين فهما يقبلان زاويتين مساويتين

للزاويتين اللتين يحدثان عن جنبي الخط الفاصل

على التبادل

ليكن دائرة آـ بـ يماسها خط دـ هـ المستقيم على نقطة بـ ويخرج منها

خط $\overline{ب ر}$ المستقيم فاصلا لها الى $\overline{ر ا ح ب}$ رطب فاقول ان قطعة $\overline{ر ا ح ب}$ تقبل
زاوية تساوي زاوية $\overline{ر ب د}$ وقطعة $\overline{ر ط ب}$ تقبل زاوية تساوي زاوية
 $\overline{ر ب د}$ برهانها نجد مركزها بالشكل الاول وليكن نقطة $\overline{ح}$ ونصل $\overline{ب ح}$
بخط مستقيم ونخرج $\overline{ح ا}$ الى ان ينتهي الى المحيط وليتجه
على نقطة $\overline{آ}$ ونصل بينها وبين نقطة $\overline{ر}$ بخط مستقيم
فزاوية $\overline{ا ر ب}$ قائمة بالشكل المتقدم وكل من زاويتي
 $\overline{ا ب د}$ $\overline{ا ب ر}$ قائمة بالشكل السابع عشر وزاوية $\overline{ر ب ا}$
تمام زاوية $\overline{ر ا ب}$ من قائمة اذ زوايا كل مثلث كقائمتين
بالشكل الثاني والثلاثين من الاول وفي بعضها تمام
زاوية $\overline{ر ب د}$ من قائمة فزاوية $\overline{ر ا ب}$ الواقعة في قطعة $\overline{ر ا ح ب}$ تساوي
زاوية $\overline{ر ب د}$ ونرسم على قوس $\overline{ر ط ب}$ نقطة $\overline{ط}$ كيف اتفق ونصل
بينها وبين كل واحدة من نقطتي $\overline{ر ب}$ بخط مستقيم فلان زاويتي $\overline{ر ب د}$
 $\overline{ر ب ط}$ كقائمتين بالشكل الثالث عشر من الاول وزاويتي $\overline{ر ط ب}$ $\overline{ر ا ب}$
المتقابلتين من ذي اربعة اضلاع $\overline{ا ر ط ب}$ كقائمتين بالشكل الواحد
والعشرين وزاوية $\overline{ر ا ب}$ كزاوية $\overline{ر ب د}$ فزاوية $\overline{ر ط ب}$ كزاوية $\overline{ر ب د}$
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

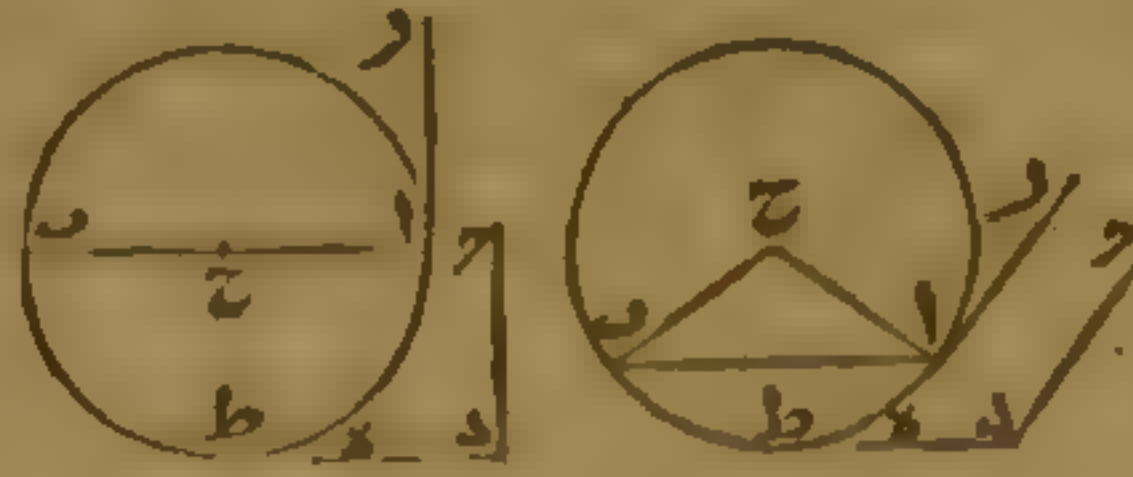


كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نعمل
عليه قطعة دائرة تقبل زاوية تساوي زاوية مفروضة

ليكن الخط $\overline{ا ب}$ والزاوية $\overline{ح د ه}$ فنرسم على نقطة $\overline{آ}$ من خط $\overline{ا ب}$ زاوية
 $\overline{ر ا ب}$ تساوي زاوية $\overline{ح د ه}$ بالشكل الثالث والعشرين من الاول ونخرج من
نقطة $\overline{آ}$ عمود $\overline{ا ح}$ على خط $\overline{ا ر}$ باستبانة الشكل
الحادي عشر من الاول ونعمل على نقطة $\overline{ب}$ من خط
 $\overline{ا ب}$ زاوية كزاوية $\overline{ب ا ح}$ بالشكل الثالث والعشرين
من الاول ونخرج خطي $\overline{ا ح}$ $\overline{ب ح}$ في جهة $\overline{ح}$ الى ان
يلتقيا لان زاوية $\overline{ح ا ب}$ التي هي فصل زاوية $\overline{ب ا ر}$
على قائمة اقل منها فزاويتي $\overline{ا ب ح}$ $\overline{ا ح ب}$ اقل من
قائمتين فليلتقيا في نقطة $\overline{ح}$ فخط $\overline{ا ح ب}$ متساويان بالشكل السادس
من الاول فاذا جعلنا نقطة $\overline{ح}$ مركزا وادنا عليها ببعد $\overline{ح ا}$ دائرة $\overline{ا ط ب}$
فمحيطها يمر على نقطة $\overline{ب}$ ولان $\overline{ا ح}$ عمود على $\overline{ا ر}$ فهو مماس لدائرة $\overline{ا ط ب}$
على نقطة $\overline{آ}$ باستبانة الشكل الخامس عشر فقطعة $\overline{ا ط ب}$ تقبل زاوية
كزاوية $\overline{ر ا ب}$ المساوية لزاوية $\overline{ح د ه}$ بالشكل المتقدم فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين



ولهذا الشكل اختلاف وقوع
فلنعود $\overline{ا ح}$ يقع بين ضلعي $\overline{ا ب}$
 $\overline{ا ر}$ ان كانت زاوية $\overline{ر ا ب}$
منفرجة وخارجا عنهما ان
كانت حادة وينطبق على
خط $\overline{ا ب}$ ان كانت قائمة



فلنصف خط $\overline{ا ب}$ على نقطة $\overline{ح}$ وندير ببعد $\overline{ح ا}$ دائرة $\overline{ا ط ر}$ وهذه صورها

لنا ان نفصل من اي دائرة مفروضة قطعة تقبل
زاوية تساوي زاوية ما مفروضة



ليكن الدائرة $\overline{ا ب ح}$ والزاوية $\overline{د ه ر}$ فاقول لنا ان
نفصل من دائرة $\overline{ا ب ح}$ قطعة تقبل زاوية كزاوية
 $\overline{د ه ر}$ برهانها نفرض نقطة $\overline{ط}$ خارج الدائرة
ونخرج منها خط $\overline{ط ح}$ مماس الدائرة على نقطة $\overline{ح}$ بالشكل السادس عشر
ونرسم على نقطة $\overline{ح}$ من خط $\overline{ط ح}$ في جهة الدائرة زاوية كزاوية $\overline{د ه ر}$
بالشكل الثالث والعشرين من الاول وفي زاوية $\overline{ط ح ب}$ ونخرج $\overline{ح ب}$ على
استقامته الى ان يلقي المحيط على نقطة $\overline{ب}$ فقطعة $\overline{ب ح}$ تقبل زاوية
تساوي زاوية $\overline{ب ح ط}$ المساوية لزاوية $\overline{د ه ر}$ بالشكل الواحد والثلاثين
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لـ

كل وترين يتقاطعان في دائرة فان سطح احد
قسمي احد الوترين في قسمة الاخر منه كسطح احد
قسمي الوتر الاخر في قسمة الاخر منه

فليتقاطع وتر $\overline{ا ب د}$ على نقطة $\overline{ه}$ في دائرة $\overline{ا ب ح}$ فاقول ان سطح $\overline{ا ه}$ في $\overline{ا ب د}$
كسطح $\overline{ب ه}$ في $\overline{ا ب د}$ برهانها فلنجد مركز الدائرة بالشكل الاول وليكن
نقطة $\overline{ر}$ ونصل بينها وبين نقطة $\overline{د}$ بخط مستقيم ولان كل واحد من
الوترين اما ان يكون قطرا او احدهما فقط قطرا منصف للوتر او غير
منصف له واما ان لا يكون شي منهما قطرا منصف احدهما الاخر او
غير منصف فهذه خمسة اقسام اما الاول فلان انصاف القطر كل
دائرة متساوية فسطوح بعضها في بعض متساوية واما الثاني فلان $\overline{ا ح}$

فما بينه وبين نقطة التماس او خارجا عنها اما الاول فتجد المركز بالشكل الاول وليكن نقطة e فهو ينصف قطر ac ونصل ae بخط

مستقيم فلان زاوية e قائمة باستقامة الشكل السادس عشر وخط ac منصف على نقطة e ونزيد عليه خط de المستقيم على استقامته فسطح bd في de مع مربع de المساوي لـ ae يساويان مربع de بالشكل السادس من الثانية ومربع de يساوي مربعي ad ae بالشكل السابع والاربعين من الاول فاذا العينا مربع de من مجموع سطح bd في de ومربع ad من مجموع مربعي ad ae يبقى سطح bd في de مساويا لمربع ad وهذه صورته واما الثاني وهو ان يكون



خط bd واقعا فيما بين نقطتي a e فنخرج من نقطة e عمود er على خط bd بالشكل الثاني عشر من الاول فننصف وتر bd بالشكل الثالث ونصل بين نقطة e وبين كل واحدة من نقطتي a r بخط مستقيم فلان

er نصف وتر bd فيه خط de المستقيم على استقامته فسطح bd في de مع مربع de يساويان مربع de ونضيف اليه مربع er فسطح bd في de مع مربعي re de يساوي مربعي rd re لأن مربع de المساوي لمربع ae يساوي مربعي er re ومربع de يساوي مجموع مربعي er re ومجموع مربعي ad ae بالشكل السابع والاربعين من الاول فسطح bd في de مع مربع ad يساويان مربع de ويساويان مربعي ad ae مشتركا



يبقى سطح bd في de مساويا لمربع ad وهذه صورته واما الثالث وهو ان يكون خط bd خارجا عن نقطتي a e فنخرج من نقطة e البعد عمود er بالشكل الثاني عشر من الاول فننصف وتر bd على بالشكل الثالث ونصل بين نقطة e وبين كل



واحدة من نقطتي a r بخط مستقيم فلان er نصف على r ونزيد فيه de على استقامته فسطح bd في de مع مربع de يساويان مربع de ونضيف اليه مربع er فسطح bd في de مع مربعي re de يساوي مربعي rd re لأن مربع de المساوي لمربع ae يساوي مربعي er re ومربع de يساوي مجموع مربعي er re ومجموع مربعي ad ae بالشكل السابع والاربعين من الاول فسطح bd في de مع مربع ad المساوي

المساوي لمربع ad يساويان مربع de المساوي لمربعي ad ae فسطح bd في de يساوي مربع ad وذلك ما اردنا ان نبين وهذه صورته واستبان منه ان كل خط مستقيم من الخطوط المستقيمة الغير متناهية الخارجة من نقطة خارجة من اي دائرة كانت قاطعة محيطها من الجانب الاقرب اليها ومنتبهة اليها من الجانب الابعد فان سطح جميع ذلك الخط فيما وقع منه بين النقطة وبين الدائرة يساوي مربع خط مستقيم يخرج من تلك النقطة وينتهي الى تلك الدائرة مماسا ايهاها واستبان ايضا ان السطوح الغير متناهية الحاصلة من سطح تلك الخطوط المذكورة فيما وقع منها بين النقطة وبين الدائرة يساوي بعضها بعضا لان كل واحد منها يساوي مربع الخط التماس والاشباه المساوية لشي واحد متساوية

واستبان ايضا ان كل خطين مستقيمين خارجين من نقطة خارجة من اي دائرة كانت احدهما قاطع اياها على الوجه المذكور والاخر منتبها اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما وقع منه بين الدائرة وبين النقطة مساويا لمربع الخط المنتبها

فان الخط المنتبها يساوي الخط المستقيم الخارج من تلك النقطة التماس للدائرة وكل خط مستقيم خارج من نقطة خارجة من اي دائرة كانت منتبها اليها مساويا لخط المستقيم الخارج من تلك النقطة مماسا ايهاها فانه تماس تلك الدائرة لانه اما منطبق على الخط التماس او غير منطبق فان كان الاول فظاهرا وان كان الثاني فيكون ايضا مماسا للدائرة باستقامة الشكل الثامن وهو ان كل نقطة خارجة من اي دائرة فانه يمكن ان يخرج منها خطين مستقيمين مماسان محيطها عن جنبي المار بالمركز ولا يمكن ان يخرج منها خط ثالث تماس تلك الداي

واقلمدس لما لا حظ هذه المعاني لم يذكر الشكل الذي الحقه ثابت بن قرة في اخر هذه المقالة وان استعمله في الشكل العاشر من المقالة الرابعة ان عاينه في هذا الكتاب انه يستعمل كثيرا من المقدمات ولم يذكر في الكتاب اذا كانت معلومه مما تقدم من مسايله نفسها او بطريق الاستبانة وهو

ان كل خطين مستقيمين خارجا من نقطة خارجة من دائرة احدهما قاطعا ايها والاخر منتبها اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما هو خارج

منه عن الدائرة مساويا لمربع المنتهي فان الخط
المنتهي يماس الدائرة

والثابت بن قره لما راي ان اقليدس استعمله في الشكل المذكور الحقه
باخر هذه المقالة واللايق بالطريقه التي سلكها اقليدس في هذا الكتاب
ان لا تفرد هذا الشكل بالذكر مع وجود هذه الاستبانة ولذلك الحجاج
لم يذكره في نخته لما لم يكن موجودا في النسخ اليونانية والسرانية
القديمة ونحن اشرنا اليه بالاستبانة ليعلم انه ليس من اصل الكتاب وليس
استعمل في الشكل العاشر من المقالة الرابعة ثم ان اذكر البرهان الذي
ذكره الثابت

ليكن سطح خط AB المستقيم الخارج من نقطة D الخارجة من دائرة
 AB في D منه مساويا لمربع خط AD المستقيم الخارج من نقطة D
المنتهي الى دائرة AB على نقطة A فاقول ان خط AD يماس دائرة AB
على نقطة A برهانه نخرج من نقطة D خط DE المستقيم
يماس الدائرة AB على نقطة E بالشكل السادس
عشر ونصل بين نقطة E مركز دائرة AB وبين كل
واحدة من نقطتي A و B بخط مستقيم فلان سطح BD في
 D يساوي مربع AD بالفرض ويساوي مربع DE
اليماس لما بينا في هذا الشكل الذي سبق يكون AD
 DE متساويين وخطا AE و BE متساويان وخط DE
مشارك بين مثلثي ADE و BDE فاضلاع المثلثين المتناظرة
متساوية فزوايا E المتناظرة ايضا متساوية بالشكل
الثامن من الاولي فزاوية DAE تساوي زاوية DBE القائمة باستبانة الشكل
السادس عشر فزاوية DAE قائمة فخط AD يماس دائرة AB باستبانة
الشكل الخامس عشر وهذه صورته



تمت المقالة الثالثة بعون الله

المقالة الرابعة فيها ثلثة اشكال

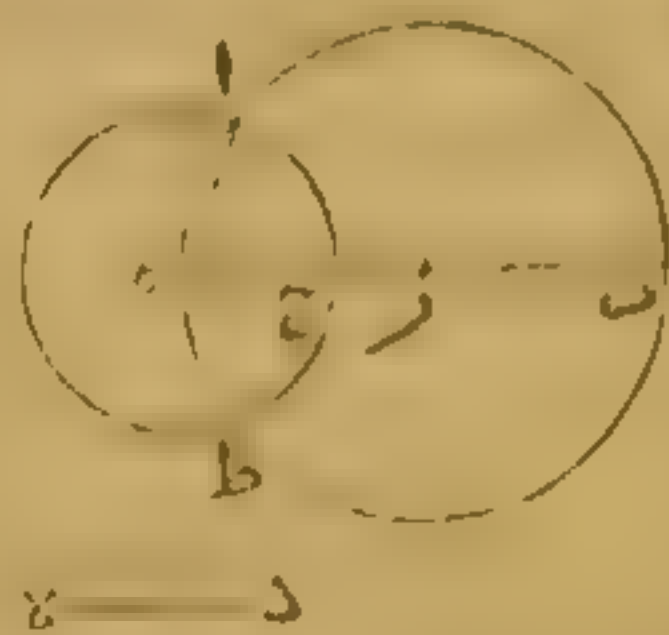
الحدود

اذا كان محيط دائرة يماس جميع اضلاع شكل مضلع او جميع زواياه او جميع
اضلاع شكل مضلع يماس جميع زواياه مضلع اخر يقال للمحيط منهما انه
مرسوم على المحيط والمحاط انه مرسوم في المحيط

الاشكال

كل دائرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها
وتر يساوي خطا مستقيما معلوما مفروضا ليس
باطول من قطر

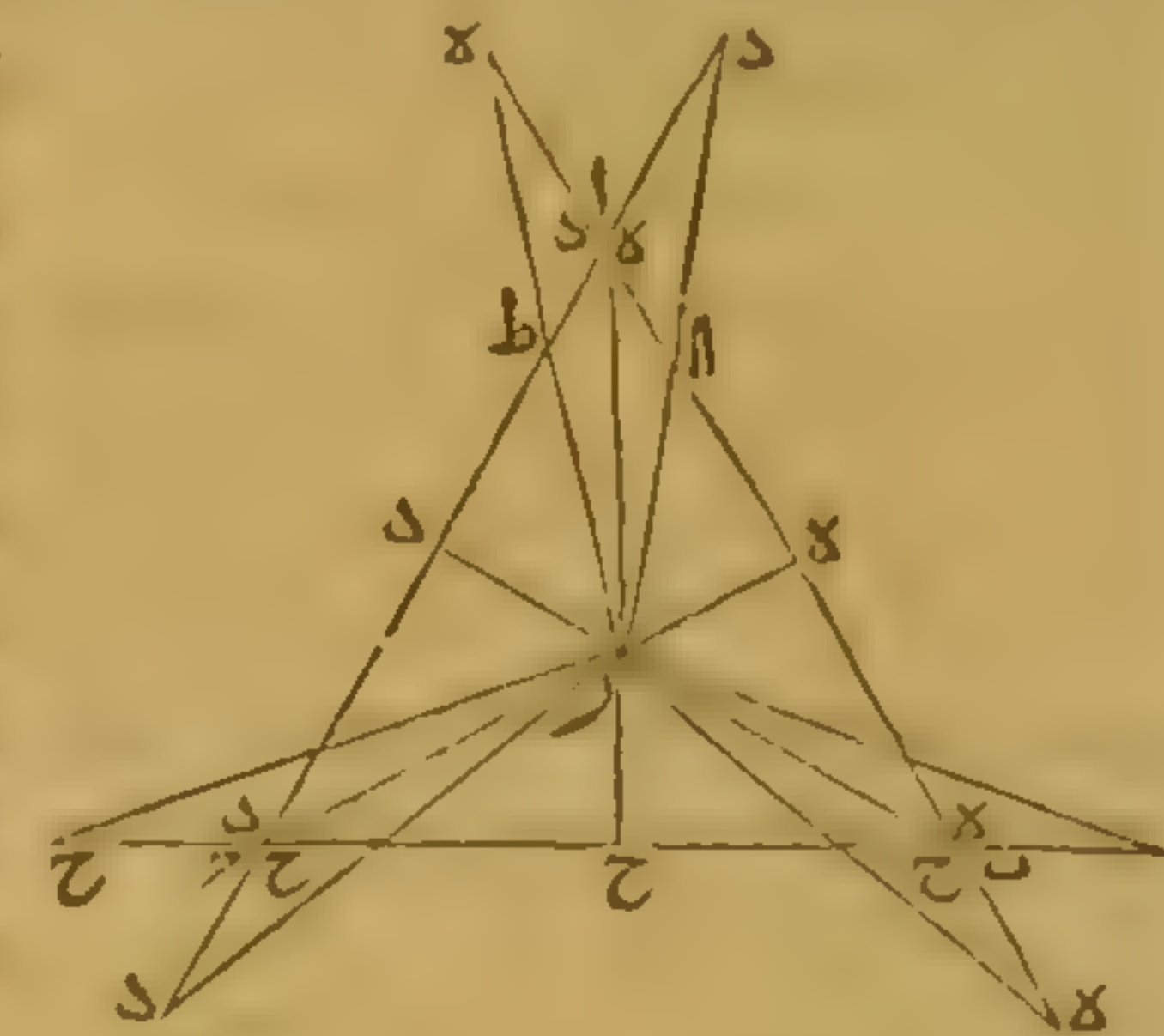
ليكن الدائرة AB والخط المفروض DE فنجد مركز الدائرة بالشكل
الاول من الثالث وليكون نقطة $ر$ ونرسم على محيطها نقطة وليكن
نقطة $ب$ ونصل بينها وبين المركز بخط مستقيم
ونخرجه في جهة $ر$ الى ان ينتهي الى نقطة $ح$
اعني محيط جانبها الاخر محيط $ب$ قطرها فان
كان الخط المفروض مساويا لخط $ب$ فهو
المطلوب والا فنصل منه خطا يساوي خط DE
بالشكل الثالث من الاولي وليكن هو خط $ح$
ونرسم على نقطة $ح$ وببعد $ح$ دائرة $ا ح ط$
فبقطع محيطها محيط دائرة AB على نقطتي $آ$ و $ط$ ونصل بين نقطتي $آ$ و $ط$
بخط مستقيم فهو يقع داخل دائرة AB بالشكل الثاني من الثالث فلان
خط $آ$ يساوي $ح$ وكان DE يساوي $ح$ فخط $آ$ يساوي DE فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل دائرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها
مثلثا يساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من

خلف ويخرج منها عمود $\overline{مرح}$ على ضلع $\overline{ب\gamma}$ فلا يقع على احدي نقطتي $\overline{ب\gamma}$ ولا على اضلاع $\overline{ب\gamma}$ بعد اخراجه في احدي جهتيه والا يلزم ان

تكون الزاوية الحادة القائمة في الاول وان يكون في مثلث زاوية قائمة والاخري منفرجة في الثاني لان الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{رحب}$ منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول هذا خلف لما تبين ان زوايا كل مثلث كقائمين بالشكل الثاني والثلاثون من الاول فيقع



عمود $\overline{مرح}$ على ضلع $\overline{ب\gamma}$ فيما بين نقطتي $\overline{ب\gamma}$ ونخرج من نقطة $\overline{مرح}$ عمود $\overline{ره}$ على ضلع $\overline{اب}$ فلا يقع على نقطة $\overline{ب}$ ولا على ضلع $\overline{اب}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ب}$ لما بينا ولا على نقطة $\overline{ا}$ ولا على ضلع $\overline{اب}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ لانه في الصورتين يلزم ان يكون عمود $\overline{ره}$ كعمود $\overline{مرح}$ بالشكل السادس والعشرين من الاول لانه حينئذ يكون كل واحدة من زاويتي $\overline{مرح ب}$ $\overline{رحب}$ من مثلثي $\overline{مرح ب}$ $\overline{رحب}$ قائمة ويكون زاويتا $\overline{ح ب}$ $\overline{ر ب}$ متساويتين وضلع $\overline{رب}$ مشترك بينهما وهو محال اما اذا كان عمود $\overline{ره}$ واقعا على نقطة $\overline{ا}$ فنخرج من نقطة $\overline{مرح}$ عمود $\overline{ره}$ على ضلع $\overline{ا\gamma}$ فلا يقع على نقطة $\overline{ا}$ ولا على ضلع $\overline{ا\gamma}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ لما بينا ولا على نقطة فيما بين نقطتي $\overline{ا\gamma}$ ولا على نقطة $\overline{ا}$ ولا على ضلع $\overline{ا\gamma}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ والا لكان عمود $\overline{ره}$ مساويا لعمود $\overline{مرح}$ في الصور الثالث لما بينا فيكون مساويا لعمود $\overline{ره}$ في الصورة الاولى يكون زاويتا $\overline{ره}$ $\overline{ره}$ متساويتين بالشكل الخامس من الاول وزاوية $\overline{ره}$ التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{رحب}$ القائمة حادة فيلزم ان يكون زاوية $\overline{ره}$ القائمة حادة وزاوية $\overline{ره}$ القائمة حادة هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون زاوية $\overline{ره}$ القائمة قائمة هذا خلف وفي الصورة الثالثة تكون زاوية $\overline{ره}$ حادة تكون زاوية $\overline{ره}$ منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاول فيلزم ان يكون زاويتا مثلث وهما زاويتا $\overline{ره}$ $\overline{ره}$ اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاول هذا خلف واما اذا كان عمود $\overline{ره}$ واقعا على ضلع $\overline{اب}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ لا يد وان يقطع ضلع $\overline{ا\gamma}$ على نقطة فليقطع على نقطة $\overline{ط}$ فتكون زاوية $\overline{رط}$ الخارجة من مثلث $\overline{ا\gamma}$ اعظم من زاوية $\overline{ا\gamma}$ القائمة بالشكل السادس والعشرين من الاول فهي

فهي منفرجة فزاوية $\overline{رط}$ حادة بالشكل الثالث عشر من الاول فيعمود $\overline{ره}$ حينئذ اما ان يقع على نقطة $\overline{ا}$ او على ضلع $\overline{ا\gamma}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ وذلك غير ممكن لما بينا او على نقطة بين نقطتي $\overline{ا\gamma}$ او على نقطة $\overline{ط}$ او على نقطة $\overline{ا}$ او على ضلع $\overline{ا\gamma}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ في الصور الاربع يكون عمود $\overline{ره}$ مساويا لعمود $\overline{مرح}$ لما بينا فهو مساو لعمود $\overline{ره}$ لان الزاوية اعظم من كل مثلث يوترها الضلع الاطول بالشكل التاسع عشر من الاول يكون ضلع $\overline{رط}$ في الصورة الاولى اعظم من عمود $\overline{ره}$ فهو اعظم من عمود $\overline{ره}$ فيكون جزء مقدرا اعظم منه هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون $\overline{رط}$ مساويا لعمود $\overline{ره}$ فيكون مساويا لعمود $\overline{ره}$ فيكون جزء مقدرا مساويا له هذا خلف وفي الصورتين الثالثة والرابعة يكون في مثلث $\overline{رط}$ زاوية $\overline{رط}$ قائمة وزاوية $\overline{رط}$ منفرجة فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاول هذا خلف فيعمود $\overline{ره}$ انما يقع على ضلع $\overline{اب}$ فيما بين نقطتي $\overline{اب}$ وحينئذ تبين ان عمود $\overline{ره}$ انما يقع على ضلع $\overline{ا\gamma}$ فيما بين نقطتي $\overline{ا\gamma}$ لانه حينئذ لا يمكن ان يقع على $\overline{ا}$ ولا على ضلع $\overline{ا\gamma}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ لما بينا ولا على نقطة $\overline{ا}$ والا لكان ضلعا $\overline{ره}$ متساويين لانهما مساويان ضلع $\overline{مرح}$ لما بينا فيكون زاويتا $\overline{ره}$ $\overline{ره}$ متساويتين بالشكل الخامس من الاول لكان زاوية $\overline{ره}$ التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{رحب}$ القائمة حادة فتكون زاوية $\overline{ره}$ القائمة حادة هذا خلف ولا يمكن ان يقع على ضلع $\overline{ا\gamma}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ا}$ لانه حينئذ يقطع ضلع $\overline{اب}$ فليقطع على نقطة $\overline{ا}$ فلان زاوية $\overline{ره}$ قائمة فزاوية $\overline{ره}$ تكون حادة بالشكل السابع عشر من الاول فيكون ضلع $\overline{ره}$ اعظم من ضلع $\overline{ره}$ المساوي لضلع $\overline{ره}$ فيكون ضلع $\overline{ره}$ جزء $\overline{ره}$ واعظم منه هذا خلف فاجمعة $\overline{مرح ره}$ متساوية فاذا جعلنا نقطة $\overline{ر}$ مركزا ورسمنا عليه بعدد $\overline{مرح}$ مثلا دائرة $\overline{ر ح د}$ فان محيطها يمر على نقطتي $\overline{د}$ $\overline{ه}$ فاضلاع مثلث $\overline{ا ب ح}$ تماس دائرة $\overline{ر ح د}$ باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

بين

واستبان منه ان كل خطين مستقيمين ينصفان زاويتين من اي زاويا مثلث فانهما ان اخرجتا الى داخل المثلث يتلاقيان على نقطة وتلك النقطة مركز المثلث واي الاعمدة الخارجة منها الى اضلاع المثلث متساوية

كل مثلث مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان

نرسم عليه دأى _____ رة

[illegible]

ولهذا الشكل اختلاف وقوع لمابين في الشكل الثلاثين من الثالثة ان
الزاوية المنفرجة انما تقع في قطعة هي اقل من النصف والقيامة في قطعة
هي النصف والمحاذاة في قطعة هي اعظم من النصف وزاوية $\overline{ب\alpha\delta}$ ان كانت
منفرجة يقع مركز الدائرة خارج مثلث $\overline{ا\beta\gamma}$ وان كانت قائمة يقع
علي ضلع $\overline{ب\gamma}$ وان كانت حادة يقع داخل مثلث $\overline{ا\beta\gamma}$ والبيان في
الكل واحدا

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مربعاً *

ليكن الدائرة $\overline{أ ب د}$ فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة $هـ$ ونصل بينها وبين نقطة علي محيطها ولنكن نقطة $آ$ بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي أن ينتهي الي المحيط فليكنه علي نقطة $ح$ ونخرج من المركز علي قطر $\overline{أ ح}$ عمود $\overline{هـ ب}$ بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهته الي أن ينتهي الي المحيط فليكنه علي نقطتي $ب د$ ونصل بين نقط $\overline{أ ب د}$ بخطوط مستقيمة فهي تقع داخل دائرة $\overline{أ ب د}$ بالشكل الثاني

الثاني من الثالثه فاقول ان شكل \overline{AB} \overline{CD} مربع برهانه فلان ضلعي \overline{AB} \overline{AC} متساويان فبالشكل الخامس من الاولي زوايا \overline{AB} \overline{AC} متساويتان ولان كل مثلث فان زواياه الثلث كفايتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية \overline{AB} قائمه فكل واحد من زاويتي \overline{AB}



كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مربعاً *

لتكن الدائرة $\overline{أ ب ح د}$ فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولم يكن نقطة $\overline{ه}$ ونصل بين نقطة $\overline{ب}$ على محيطها وبين المركز بخط مستقيم ونخرجه الى ان ينتهي الى محيطها ولننته على نقطة $\overline{د}$ ولنخرج من نقطة $\overline{ه}$ عمودا على قطر $\overline{ب د}$ بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهته الى ان ينتهي الى المحيط ولننته الى نقطتي $\overline{آ}$ ونخرج من نقط $\overline{أ ب ح د}$ عمدة على قطري $\overline{أ ح}$ فهي تماس دائرة $\overline{أ ب ح د}$ باستبانة الشكل الخامس عشر من

الرابع والثلثين من الاول ضلعاً رط ح ا يساويان قطر ا ح فهما متساويان
وضلعاً ر ح ط ا يساويان قطر ب د فهما متساويان والقطران متساويان
فاضلاع ر ح ح ا ط ر من شكل ر ا متساوية ولان كل واحدة من
الزوايا التي عند نقطة ه قائمة فكل واحدة من الزوايا التي عند نقطة ر ح
ا ط قائمة بالشكل الرابع والثلثين من الاول فذو اربعة اضلاع ر ا مربع
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مربع مفروض لنا ان نرسم فيه دائرة

ليكن المربع ا ب ح د فننصف كل واحد من ضلعي ا ب ا د علي نقطتي ر ه
بالشكل العاشر من الاول ونخرج من كل واحدة من نقطتي ر ه عمودي ر ط
ه ح علي ضلعي ا ب ا د بالشكل الحادي عشر من الاول
ولان كل واحدة من زوايا ط ر ا ط ر ب ح ه ا ح ه ا قائمة
وكل واحدة من زوايا المربع ايضا قائمة فعمود ط ر
يوازي كل واحد من ضلعي ا د ب ح وعمود ه ح يوازي
كل واحد من ضلعي ا ب د ح بالشكل الثامن والعشرين
من الاول فاذا اخراجنا العمودين الي داخل المربع علي



استقامتهما ينتهي عمود ر ط الي ضلع د ح فليبتدأ الي نقطة ط وعمود ه ح
الي ضلع ب ح فليبتدأ الي نقطة ح ولا بد ان يتقاطعا فليبتدأ علي نقطة
ا فاقول انها مركز دائرة يحيط بها المربع برهانه ولان اضلاع مربع ا ب
متساوية فاضلاعها متساوية فخطوط ا ر ر ب ا ه د د متساوية وكل
واحد من سطوح ا ا ا د ا ب متوازي الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من
كل منها متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاول فخطوط ا ر ا ه ا ط
ا ح متساوية فاذا جعلنا نقطة ا مركزاً ورسمنا عليه بعد خط ا ر دائرة
فان محيطها يمر علي نقطتي ر ه ط ح ولان كل واحدة من الزوايا التي عند
نقطتي ر ه قائمة واضلاع المربع متوازية فكل من الزوايا التي عند نقطتي
ح ط قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فاضلاع المربع تماس
الدائرة علي نقطتي ر ه ح ط باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مربع مفروض لنا ان نرسم عليه دائرة

ليكن المربع ا ب ح د فخرج منه قطري ا ح ب د فلا بد ان يتقاطعا
فليبتدأ علي نقطة ه فاقول انها مركز دائرة تحيط بمربع ا ب ح د برهانه
فلان ضلعي ا ب ا د وزاوية ب ا د من مثلث ا ب د مساوية لضلعي ا ب
ب ح وزاوية

ب ح وزاوية ا ب ح من مثلث ا ب ح فبالشكل الرابع من الاول قاعدة
ب د كقاعدة ا ح وزاوية ا ب د كزاوية ب ا ح ومثله تبين ان زاوية ا ب ح
من مثلث ا ب ح كزاوية د ب ح من مثلث ب د ح فكل
من ضلعي ا ه ح يساوي ضلعي ب ه ب بالشكل السادس من
الاول فهما متساويان فكل منهما نصف قطر ا ح وكان
قطر ا ح ب د متساويين فضلعاً ب ه د ه متساويان
فاضلاع ا ه ب ه ح د ه متساوية فاذا جعلنا نقطة



مركزاً ورسمنا عليها ببعد ا ه مثلاً دائرة فان محيطها يمر علي نقطتي ا ب ح د
فاضلاع مربع ا ب ح د واقعة داخل دائرة ا ب ح د بالشكل الثاني من
الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
وبين في اصلي الثابت والحجج هذا الشكل بهذا الطريق فلان ضلع ا ب
كضلع ا د تكون زاويتا ا ب د ا د ب متساويتين بالشكل الخامس من
الاول وزاوية ب ا د قائمة وكل مثلث زواياه الثلث كقائمتين بالشكل
الثاني والثلثين من الاول فكل من زاويتي ا ب د ا د ب نصف قائمة ومثله
تبين ان كل واحدة من زوايا ا ب ا ح ا ح ب ح د ب ه د ه نصف قائمة فيكون
ضلع ب ه كضلع ح د وضلع ا ه كضلع ب ه وضلع د ه كضلع ا ه بالشكل
السادس من الاول فليكون اضلاع ا ه د ه ح د ب ه ا ب كضلع ا ه بالشكل
جعلنا نقطة ه مركزاً وادرنّا ببعد ا ح د ه دائرة فان محيطها يمر علي نقطتي
ا ب ح د

واستبان منه ان مربع نصف قطر الدائرة المحيطة بالمربع نصف مربع
ضلع المربع لان اضلاع المثلثات الواقعة في مربع ا ب ح د متساوية علي
التفاضل فبالشكل الثامن من الاول زواياه المتناظرة متساوية فمربع ضلع
ضعف مربع نصف قطر المحيط بالدائرة بالشكل السابع والاربعين من
الاول

لنا ان نعمل مثلثاً متساوي الساقين كل واحد
من الزاويتين اللتين عند القاعدة ضعف الزاوية
التي عند راس

ليكن ا ب خطاً مستقيماً محدوداً مفروضاً فنقسمه علي نقطة ح قسمه
يكون سطح ا ب في ب ح كمربع ا ح بالشكل الحادي عشر من الثانية ونرسم
علي نقطة ا وبعد ا ب دائرة ب د ه ونرسم فيها وتر ب د يساوي خط
ا ح بالشكل الاول ونصل ا د فاقول ان مثلث ا ب د هو المطلوب برهانه
نصل ح د بخط مستقيم ونرسم علي مثلث ا ح د دائرة ا ح د بالشكل



الخامس فلان $\overline{ب\alpha}$ و $\overline{ب\delta}$ قد خرجا من نقطة $\overline{ب}$ الخارجة عن دائرة
 $\overline{ا\delta}$ و $\overline{ب\alpha}$ قاطع $\overline{ا\gamma}$ و منته $\overline{ب\delta}$ و سطح $\overline{ا\beta}$ في $\overline{ب}$ كمرع $\overline{ب\delta}$ فخط
 $\overline{ب\delta}$ يماس دائرة $\overline{ا\delta}$ باستبانة الشكل الخامس
والثلثين من الثالثة فخط $\overline{ح\delta}$ خارج من نقطة
التماس قاطعا لدائرة $\overline{ا\delta}$ الى قطعتي $\overline{ح\alpha}$ و $\overline{ح\delta}$ فزاوية
 $\overline{ح\alpha\delta}$ كزاوية $\overline{ح\delta\beta}$ بالشكل الواحد والثلثين
من الثالثة وزاوية $\overline{ب\delta\alpha}$ كزاويتي $\overline{ح\alpha\delta}$ و $\overline{ح\delta\beta}$ بالشكل
الثاني والثلثين من الاولى فزاوية $\overline{ب\delta\alpha}$ كزاوية
 $\overline{ا\delta\beta}$ لكون زاوية $\overline{ح\delta\beta}$ تكبر زاوية $\overline{ا\delta\beta}$ كزاوية $\overline{ا\delta\beta}$
بالشكل الخامس من الاولى لكون ضلعي $\overline{ا\beta}$ و $\overline{ا\delta}$ متساويين وزاويتي $\overline{ح\delta\beta}$
 $\overline{ح\alpha\delta}$ متساويتان فضلع $\overline{ح\alpha}$ كضلع $\overline{ح\delta}$ بالشكل السادس من الاولى
فضلعا $\overline{ح\alpha}$ و $\overline{ح\delta}$ متساويان فراويتي $\overline{ح\alpha\delta}$ و $\overline{ح\delta\beta}$ متساويتان بالشكل الخامس
من الاولى فزاوية $\overline{ح\alpha\delta}$ اعنى زاوية $\overline{ح\delta\beta}$ مع زاوية $\overline{ح\delta\alpha}$ ضعف زاوية
 $\overline{ح\alpha\delta}$ وهما اعنى زاويتي $\overline{ح\alpha\delta}$ و $\overline{ح\delta\beta}$ كزاوية $\overline{ا\delta\beta}$ المساوية لزاوية $\overline{ا\delta\beta}$ فكل
من زاويتي $\overline{ا\delta\beta}$ و $\overline{ا\delta\alpha}$ ضعف زاوية $\overline{ب\alpha\delta}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نـ
واستبان منه ان كل واحدة من زاويتي $\overline{ا\delta\beta}$ و $\overline{ا\delta\alpha}$ المتساويتين من مثلث
 $\overline{ا\delta\beta}$ تمس قاعدتين لان كل واحدة منهما ضعف زاوية $\overline{ب\alpha\delta}$ وزاويا كل
مثلث كقاعدتين لما تبين في الشكل الثاني والثلثين من الاولى ويقال لهذا
المثلث مثلث $\overline{ا\delta\beta}$

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها خمسة

متساوي الاضلاع والزوايا ٥



لكن الدائرة أ ب ح ففعل مثلث
 الخمس بالشكل المتقدم وهو مثلث
 دور وكل واحدة من زاويتي دور د
 ضعف زاوية دور ونرسم في دائرة
أ ب ح مثلث أ ب ح زواياه تساوي زوايا مثلث دور بالشكل الثاني وتكون
 زاوية أ منه تساوي زاوية د من مثلث دور وننصف كلا من زاويتي
أ ب ح بخطي ب ح المستقيمين بالشكل التاسع من الأولى
 ونخرجهما إلى أن يلقيا المحيط على نقطتي ح ط ونصل أ ح ط أ ب ط
 بخطوط مستقيمة فاقول إن شكل أ ح ط ب ط ب ث ث س متساوي الأضلاع
 والزوايا برهانه فلان زاويتي أ ب ح أ ب ح من مثلث أ ب ح منصفه
 وكل



وكل منها ضعف زاوية $\overline{ب\alpha د}$ فزاويا
 $\overline{ب\alpha د}$ $\overline{ا ب ج}$ $\overline{د ب ح}$ $\overline{ا ح ط}$ $\overline{ب ح ط}$ الخمس
متساوية فتسمى $\overline{ا ح ح}$ $\overline{د ح ب}$ $\overline{ب ط ط}$
الخمس متساوية بالشكل الخامس
والعشرين من الثالثة فالخمس متساوي
الاضلاع وكل واحد من تلك الاوتار

واقع داخل دائرة $أ ب$ بالشكل الثاني من الثالثة وكل من زواياه انما يقع على ثلث قسي من قسي الخمس المتساوية فزوايا الخمس متساوية بالشكل السادس والعشرين من الثالثة وهي $ط ا ح$ $ح د ب$ $د ب ط$ $ب ا$ $ا ح د$ بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



اربعة امثال مربع نصف قطر دائرة الخمس وذلك
لانا نجد مركز دائرة الخمس بالشكل الاول من
الثالثة وليكن نقطة α ونصل بينها وبين نقطة β
أ بخط مستقيم ونخرجه على استقامته الى ان
ينتهي الى المحيط على نقطة γ ونصل بينها وبين
نقطة δ بخط مستقيم فتحصل زاوية $\alpha \beta \delta$ قائمة
بالشكل الثالث من الثالثة فربع $\alpha \beta$ المساوي

لاربعة امثال مربع \overline{AB} بالشكل الرابع من الثانية يكون مساويا لمربعي \overline{AB} وتر زاوية الخمس ومربع \overline{BC} وتر العشر بالشكل السابع والاربعين

واستبان منه ايضا ان زاوية الخمس المتساوي الاضلاع الواقع في الدائرة
تساوي قائمة وخمس قائمة لان اذا وصلنا بين نقطتي Γ Δ بخط مستقيم
كانت زاوية $\Delta \Gamma \Lambda$ قائمة بالشكل الثلاثين من الثالثة وزاوية $\Lambda \Gamma \Sigma$ خمس
قائمة لان المحيط بازاء قائمتين باستبانة الشكل الثلاثين من الثالثة فقوس
 $\Delta \Gamma$ خمس نصف المحيط

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مماسا

متساوی الاضلاع والزوايا

ليكن الدائرة أ ب ح فنرسم فيها المخمس أ ب ح د ه بالشكل المتقدم ونجد
مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة م ونصل بينها وبين كل
واحد من نقط أ ب ح د ه بخط مستقيم فيجد ث مثلثات أ م ه م د د م ح
ح م ب ب م أ فهي متساوية بالشكل الثامن من الاول لتساوي اضلاعها

لنا ان نرسم علي دائرة



ليكن الخمس AB حدة فننصف كل واحدة من
زاويتي ACD بخطي CD بالمثلث التاسع من
الاولي فليبتان علي نقطة داخل الخمس يمثل ما
بين في الشكل المتقدم فليبتا علي نقطة ونصل
بينها وبين كل واحدة من نقط AB بخط مستقيم فلان ضلعي AB ح
وزاوية C بينهما من مثلث ABC تساوي ضلعي CD ح وزاوية C بينهما
من مثلث ADC فبالشكل الرابع من الاول قاعدت AB ح كقاعدة CD ح
بمثله تبين ان خطوط AB ح CD ح متساوية فاذا رسمنا علي نقطة C
بعد احد الخطوط دائرة فمحيطها يمر علي نقط AB ح D فالخمس ملاق
للدائرة بنقط زواياها واضلاعه واقعة داخل الدائرة بالشكل الثاني من
الثالثة فالدائرة المرسومة علي الخمس محيطه به وذلك ما اردنا ان نبين

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مسدسا

متساوي الاضلاع والزوايا



ليكن الدائرة AB ح ونجد مركزها بالشكل الاول
من الثالثة وليكن نقطة E ونصل بينها وبين نقطة
 C علي محيطها بخط مستقيم ونخرجها علي استقامته
في جهة المركز الي ان يلقي المحيط فليلقه علي نقطة D
خط CD قطر لدائرة AB ح ونرسم علي نقطة C
وبعد C دائرة AB ح فليقطع محيطها محيط دائرة AB ح ويقع داخل
دائرة AB ح بالشكل الثاني من الثالثة فليقطع علي نقطتي AB ح ونصل بين
المركزين وبين كل واحدة منهما بخط مستقيم لما بينا في الشكل الاول من
الاولي ونخرجها علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط دائرة AB ح ولينته
خط AE علي نقطة C وخط BE علي نقطة D ونصل AC ح BD ح CD ح
خطوط مستقيمة فبقع الاوتار داخل الدائرة بالشكل الثاني من
الثالثة فلان نقطتي C ح D ح مركزان لدائرتي AB ح AB ح المتساويتين
فانصاف اقطارها متساوية فاضلاع مثلثي ACE ح BDE ح متساوية فزواياها
المتناظرة وغير المتناظرة متساوية بالشكل الخامس والثامن من الاول
فزاوية A ح مساوية لزاوية B ح فزاويتي ACE ح BDE ح المتقابلتان لها
متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاول فزوايا الاربع وهي زوايا ACE ح
 BDE ح CDE ح BCD ح متساوية ولان زوايا كل واحد من مثلثي ACE ح
متساوية

متساوية فكل زاويتين من اي مثلث منهما ضعف الباقية لكن زاوية ACD
تساوي زاويتي ACE ح BDE ح بالشكل الثاني والثالثين من الاول وهي ضعف
زاوية A ح فزاوية ACD ح ضعف زاوية A ح وزاوية ACE ح تساوي زاوية
 A ح فزاوية ACE ح ايضا تساويها ولذلك تبين ان زاوية C ح تساوي
زاوية A ح فالزوايا الست التي عند نقطة E متساوية فقسمها متساوية
بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة فواترها متساوية بالشكل الرابع
من الاول لان الزوايا التي عند نقطة E متساوية والاضلاع المحيطه بكل
واحدة منهما متساوية فاضلاع مسدس $ACBDE$ ح متساوية وكل
زاوية من زواياه علي اربع قسي متساوية من دائرة واحدة فزواياه
متساوية بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فمحيط دائرة AB ح
ملاق للمسدس علي نقط زواياه وغير قاطع اياه فالمحكم ثابت وذلك ما
اردنا ان نبين

وتبين هذا الشكل في اصلي الثابت والحاج بمثل ما اقول فلان كل واحد
من مثلثي ACE ح BDE ح متساوية الاضلاع فتكون زوايا كل واحد منهما
متساوية بالشكل الخامس من الاول ولان زوايا كل مثلث كقائمتين
بالشكل الثاني والثالثين من الاول فكل واحدة من زوايا مثلثي ACE ح
ثلث قائمتين وزاويتي ACE ح BDE ح كقائمتين بالشكل الثالث عشر من الاول
وزاوية ACE ح BDE ح CD ح BD ح BC ح AC ح CE ح DE ح
قائمتين فتبقي زاوية A ح ثلث قائمتين وبمثله تبين ان كل واحدة من
زاويتي ACE ح BDE ح ثلث قائمتين وانا استعملت في بيان هذا الشكل بعد
الاشترار في البيان الشكل الثامن من الاول والمحكم الاول من الشكل
الثاني والثالثين من الاول وهم استعملوا بعد الاشتراك في البيان الشكل
الثالث عشر من الاول والشكل الثاني والثالثين من الاول بحكمه فيباني

ابسط من بي
ويمكن ان نرسم علي دائرة مسدسا وفي المسدس وعليه دائرة علي قياس
ما مر في الحجة
واستبان منه ان نصف قطر كل دائرة يوتر محيطها ست مرات وان وتر
مسدسها يساوي نصف قطرها
واستبان منه ايضا ان كل دائرة نرسم علي نقطة من محيط دائرة ببعد
نصف قطرها فانها يقع من محيط كل واحدة منهما في الدائرة الاخرى
هو ثلث المحي
واستبان ايضا ان زاوية المسدس المتساوي الاضلاع والزوايا قائمة
وثلث قائم

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلان خمسة

عشر ضلعاً متساوية



فلتكن الدائرة $أ ب$ فنجد مركزها بالشكل
الاول من الثلاثة ولتكن نقطة $هـ$ ونرسم علي
نقطة $ز$ من محيطها وببعد $هـ$ دائرة $آ$ فنقطع
دائرة $أ ب$ لما بنا في الشكل الاول من الاول
فلتقطع علي نقطتين بالشكل العاشر من الثلاثة
ولتكن نقطتي $آ ح$ فنصل بينهما بخط $آ ح$ المستقيم فهو وتر لث دائرة
 $أ ب$ باستبانة الشكل المتقدم ونرسم في دائرة $أ ب$ نجسا متساوي
الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر ولتكن احد اضلاع خط $أ ب$
فاذا توهمنا محيط دائرة $أ ب$ مقسوما بخمسة عشر قسما متساوية
انقسمت قوس $أ ب$ بخمسة اقسام منها وقوس $أ ب$ بثلاثة اقسام فيكون
حصة قوس $ب ح$ قسما فننصفها بالشكل التاسع والعشرين من الثلاثة
علي نقطة $د$ ونصل وتري $ب د د ح$ فلورسمنا في الدائرة امثال وتري
 $ب د د ح$ متتالية بالشكل الاول الي ان نعود الي المبدأ يتم الشكل
ولنا ان نرسم علي الدائرة هذا الشكل وفيه وعليه دائرة كما رسمنا في الخمس
وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الرابعة بعون الله وتوفيقه

المقالة الخامسة وعشرون

تقدير احد المقدارات بالآخر وذلك لايتاني الا اذا كانا متجانسين هو
 اضافة احدهما الى الاخر في القدر فالنسبة اضافة واحد المقدارين
 المتجانسين الى الاخر في القدر فان قدره مرة واحدة فهي المساواة او
 مرات ولم يبق من الاخر فضلة فهي باعتبار المقدار في المقدر جزء
 وبالعكس ضعف او اضعاف وان بقيت فضله وشكلنا بقدر بها وبكل
 فضله بعدد المقدر وكل فضله تلبها فاما ان ينتهي الى فضله تستعرف
 بالتقدير ما يلها قبلها واما ان لا ينتهي فان انتهى فكل من المقدارين
 اضعاف لمقدار بعينه فهو بقدرها ويقال لهما المشتركان وان لم ينته
 فهما متباينان اي ليس احدهما بقدر الاخر ولا ثالث بقدرهما هـ
 اما الاول

اما الاول

اما الاول فليكن حد قدر اب وبقي منه آه وهو قدر حد
وبقي منه حد وهو قدر آه وافناء فاقول ان حد بقدر كل
واحد من مقداري اب حد برهانه ان حد قدر آه وهو قدر
در خر بقدر در وبقدر نفسه خر بقدر در فبقدر ب الذي
قدره حد خر بقدر ب وكان قد قدر آه خر بقدر اب وكان
قد قدر حد فهو بقدر مقداري حد اب وكل منهما اضعاف
لخر فخر اجزاء لاب ☆ ☆

وأما الثاني فلأنهما لو اشترك كانت الفصولات بالتقدير ينتهي إلى فصله
تقدير التي يلها قبلها والمقدر خلافه هذا خلـــــــــــــــــــــف هـ
كل مقدارين يمكن أن تفصل بعضها على بعض بالتضعيف فهما من
نوع واحد لأنه يستلزم تقدير أحدهما بالآخر أو تقدير بعض من
أحدهما بالآخر ويكون لكل منهما نسبة إلى صاحبه بأحد الوجوه الأربعة
وبالعكس فكل مقدارين متجانسين لأحد هما إلى الآخر نسبة قطعا على
أحد الوجوه الأربع فإن وقعت مثل تلك النسبة بعينه من غير تفاوت
اصلا بين دينك المقدارين بعينه ما أو بين مقدار منهما ومقدار آخر
غيرهما أو بين مقدارين آخرين غيرهما يقال لهذه المقادير بذلك الاعتبار
المناسبة فالتناسب نسيابة النسب ولكل نسبة حدان أحدهما
المنسوب ويسمى مقدما والآخر المنسوب إليه ويسمى تالياً فان جعل
التالي مقديماً في نسبة أخرى والمقدم تابياً فيها بعينها فأقل ما يقع فيه
التناسب حينئذ المقدرات وأن كنا أربعة مقادير في الحقيقة وهذه
إنما يتأتى في النسب المتساوية والمتماثلة وإن جعل التالي مقدماً ولم
يجعل المقدم تابياً لتاليه بل جعل تابعة شيء آخر فأقل ما يقع فيه
التناسب ثلثة مقادير وإن كانت أربعة في الحقيقة هـ

وكل واحد من المقادير المتناسبة هي التي اذا اخذ للاول والثالث
منها اي اضعاف كانت من الاضعاف والغير المتناسبة بعده واحده
والثاني والرابع اي اضعاف كانت بعده واحده مما لانها به له فان
اضعاف الاول اذا كانت زايده على اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث
زايده على اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت
ناقصة عنه كانت ناقصة عنه اذا احدثت الاضعاف على الاول
ليكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د واحد لآخر اضعاف بعده ما وفي
هـ ر ولب د اضعاف بعده ما وفي ح ط فاقول ان كان هـ زايده على ح كان
ب زايده على ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا
بزهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فان كان آ زايده على ب كان
ح زايده على د وان كان مساويا له كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا
وهـ ر اضعاف لآخر بعده واحده فان كان هـ زايده على ب كان ر زايده

علي د وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا و ح ط اضعاف لب د بعده واحده فان كان د زائدا علي ح كان زائدا علي ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا وذلك ما اردنا ان نبين
واذا كانت اربعة مقادير وليست نسبة الاول الي الثاني كنسبه الثالث الي الرابع فليس يمكن اذا اخذ اي اضعاف للاول والثالث متساوية العدة وللثاني والرابع كذلك ان يكون اضعاف الاول لا يزيد علي اضعاف الثاني الا ويزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا

وينقص عنه
فليسكن نسبة آ الي ب ليست كنسبه ح الي د واخذ لآ اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي د ر وليت د اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ح ط فلان لا يزيد علي ح الا ويزيد ر علي ط ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه د اي اضعاف متساوية لآ فلا يزيد علي ح الا ويزيد ح علي ط لا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه د علي د ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه وكان آ زائدا علي ب و ح غير زائدا علي د او كان متساويا لب و ح غير مساو ل د او كان آ ناقصا عن ب و ح غير ناقص عن د في الوضع هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

والشكل كالمقدم

فاستبان منه وما يقدر انه اذا كانت اربعة مقادير من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس اخر وكان اي اضعاف اخذ الاول والثالث متساوية العدة مما لانهاية له واي اضعاف اخذ الثاني والرابع مما لانهاية له علي الولاء كانت اضعاف الاول لا تزيد علي اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولا تساوي الا وتساويه ولا وينقص عنها الا وينقص عنها كانت نسبة الاو الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع

اذا كان اربعة مقادير وهي آ ب ح د من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس اخر وكان اي اضعاف اخذ للاول والثالث وهي آ ح متساوية العدة مما لانهاية له وهي د ر واي اضعاف اخذ الثاني والرابع وهي ب د متساوية العدة مما لانهاية له وهي ح ط وكانت اضعاف الاول زائدا علي اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زائدا

زائدا علي اضعاف الرابع فاقول ان نسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي د برهانه فلان اعظم من ح ورليس باعظم من ط فنسبة آ الي ح اعظم من نسبة ر الي ط وه رهما اضعاف متساوية العدة لغدري آ ح فنسبة آ الي ح اعظم من نسبة ح الي ط وح ط هما اضعاف متساوية العدة لغدري ب د فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي د وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقادير متناسبة علي الولاء كم كانت فان كانت ثلاثة كانت نسبة الاول الي الثالث كنسبته متناه بالتكرير وان كانت خمسة كانت مربعة وعلي هذا القياس بالغنا ما بلغت وتكلم علي النسبة المولفة في صدر المقالة السادسة ان شاء الله تعالى فبظهر منه تكرر النسبة المقادير المتسعة في النسبة والنظيره ان يقال فيها نسبة المقدم الي تاليه كنسبة مقدم اخر الي تاليه وهكذا بالغنا ما بلغت ولا تصرفها مقدم تاليا وبالعكس

عكس النسبة هو ان تجعل التالي مقدما المقدم والمقدم تاليا للتالي ابد ال النسبة هو ان نصيف المقدم الي المقدم والتالي الي التالي تركيب النسبة هو ان تجعل المقدم والتالي معا مقدما للتالي بعينه تفصيل النسبة هو نسبة فصل المقدم علي التالي الي التالي قيست النسبة هو نسبة المقدم الي فضله علي التالي قيست المساواة ان يكون صنفان من المقادير متناسبة متساوية العدة كل اثنين كل اثنين من احدهما علي نسبة نظيرهما من الاخر فتؤخذ الاطراف متناسبة علي نسق ما فهمما وتترك الاوساط متناسبة المنتظمة منها ان يكون نسبة مقدم الي تاليه من صنف كنسبة مقدم الي تاليه من صنف اخر ونسبة الثاني من الصنف الاول الي شي اخر كنسبة تالي الصنف الاخر الي شي اخر والمناسبة المضطربة منها ان يكون نسبة مقدم الي تاليه من صنف كنسبة مقدم الي تاليه من صنف اخر ونسبة الثاني من الصنف الاول الي شي اخر كنسبة شي اخر الي المقدم من الصنف الاخر

الاشكال

اي مقادير كانت فان كان في الاول منها من اضعاف الثاني بقدرها في الثالث من اضعاف الرابع فان في جميع الاول والثالث من اضعاف الثاني والرابع

بقدر ما في أحدهما من اضعاف صاحبه

لكن في $\bar{A}\bar{B}$ من اضعاف \bar{C} مثل ما في \bar{D} من اضعاف \bar{A} فاقول
ان مجموع $\bar{A}\bar{B}$ \bar{C} من اضعاف مجموع \bar{C} مثل ما في $\bar{A}\bar{B}$ مثل من
اضعاف \bar{C} برهانه انا نقسم $\bar{A}\bar{B}$ بمقدار \bar{C} فلتكن اقسامه
 $\bar{A}\bar{C}$ \bar{B} ونقسم \bar{C} بمقدار \bar{C} فلتكن اقسامه \bar{C} \bar{D} فلي
كل واحد من $\bar{A}\bar{B}$ \bar{C} من اضعاف قريته فلان $\bar{A}\bar{C}$ مثل \bar{C} و \bar{C}
مثل \bar{C} فمجموع $\bar{A}\bar{C}$ \bar{C} مثل مجموع \bar{C} ولان \bar{C} \bar{B} مثل \bar{C} و \bar{C}
مثل \bar{C} فمجموع \bar{C} \bar{D} مثل مجموع \bar{C} فلي مجموع $\bar{A}\bar{B}$ \bar{C} من اضعاف
مجموع \bar{C} وذلك ما اردنا ان نبين

ب

اذا كانت مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني
مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع وفي الخامس
من اضعاف الثاني مثل ما في السادس من اضعاف
الرابع ففي مجموع الاول والخامس من اضعاف الثاني
مثل ما في مجموع الثالث والسادس من اضعاف الرابع

لكن في $\bar{A}\bar{B}$ الاول من اضعاف \bar{C} الثاني مثل ما في \bar{D} الثالث
من اضعاف \bar{A} الرابع وفي $\bar{B}\bar{C}$ الخامس من اضعاف \bar{A} الثاني
مثل ما في \bar{D} السادس من اضعاف \bar{A} الرابع فاقول ان في جميع
 $\bar{A}\bar{C}$ من اضعاف \bar{C} مثل ما في جميع \bar{D} من اضعاف \bar{C} برهانه
فلان عدد ما في $\bar{A}\bar{B}$ من اضعاف \bar{C} يساوي عدد ما في \bar{D} من
اضعاف \bar{C} وعدد ما في $\bar{B}\bar{C}$ من اضعاف \bar{C} يساوي عدد ما في
 \bar{D} من اضعاف \bar{C} واذا ازيد على المتساويين المتساويان حصلنا
متساويين فلي $\bar{A}\bar{C}$ من اضعاف \bar{C} مثل ما في \bar{D} من اضعاف
 \bar{C} وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه ان الحكم المذكور لا يقتصر على المقادير الستة
بل لو كان في الاول والخامس والسابع والتاسع من اضعاف
الاول مثل ما في الثالث والسادس والثامن والعاشر من اضعاف الرابع
وعلي هذا النسب الي اي حد نريد فان البرهان ينتظم عليه

اذا كانت

اذا كانت اربعة مقادير في الاول منها من اضعاف
الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع واخذ
للاول والثالث اضعاف كم كانت متساوية العدة فان
في اضعاف الاول من الثاني مثل ما في اضعاف

الثالث من الرابع

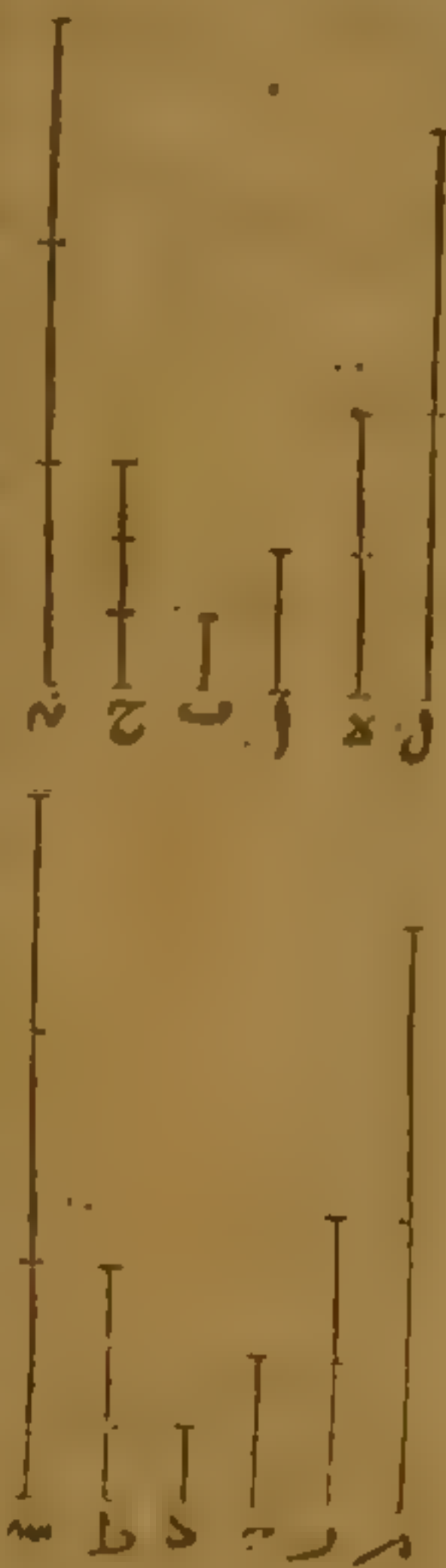
لكن في \bar{A} الاول من اضعاف \bar{B} الثاني مثل ما في \bar{C}
الثالث من اضعاف \bar{D} الرابع واخذ للاح اضعافا
متساوية بعدة واحدة وفي \bar{C} فاقول ان في
 \bar{D} من اضعاف \bar{B} مثل ما في \bar{C} من اضعاف \bar{D}
برهانه نقسم \bar{C} بقدر \bar{A} فلي \bar{A} فكل واحد

منهما يساوي \bar{A} ونقسم \bar{C} بقدر \bar{B} فلي \bar{B} فكل واحد منهما
يساوي \bar{B} فلان في \bar{A} من اضعاف \bar{B} مثل ما في \bar{C} من اضعاف \bar{D} وفي
 \bar{B} من اضعاف \bar{B} مثل ما في \bar{D} من اضعاف \bar{D} فلي جميع \bar{C} من اضعاف
 \bar{B} مثل ما في جميع \bar{D} من اضعاف \bar{D} بالشكل الثاني وذلك ما

اردنا ان نبين
واستبان منه ان الحكم لا يقتصر على المقادير الستة لو كانت ثمانية او
عشرة او اثني عشر وعلي هذا النسب الي اي حد فان البرهان ينتظم
عليه

اذا كانت مقادير نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة
الثالث الي الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف
متساوية العدة كم كانت وللثاني والرابع اضعاف
متساوية العدة كم كانت فان نسبة اضعاف الاول الي
اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث الي اضعاف
الرابع

لتكن نسبة آ الاول الى ب الثاني كنسبة ح الثالث
الى د الرابع واخذ لاح اضعا في كم كانت بعدة
واحدة وهي ع رولب د اضعا في كم كانت بعدة
واحدة وهي ح ط فاقول ان نسبة ع الي ح كنسبة ح
الي ط برهانه ناخذ له راضعا في كم كانت بعدة
واحدة وهي ل م ولح ط اضعا في كم كانت بعدة
واحدة وهي ن س في ل م من اضعا في آ مثل ما في
م من اضعا في ح وفي ن س من اضعا في ب مثل ما في
س من اضعا في د بالشكل المتقدم ونسبة آ الي ب
كنسبة ح الي د فل م اما مساويان لن س معا
او زائيدان عليهما او ناقصان عنهما لذلك فاني
اضعا في اخذ له ر كم كانت بعدة واحدة واي
اضعا في اخذ له ط كم كانت بعدة واحدة
فاضعا في الاولين اما مساوية لاضعا في الآخرين
او زائدة عليهما واما ناقصة عنهما معا فتحكم
المصادرة نسبة ع الي ح كنسبة ر الي ط وذلك ما
اردنا ان نبين
واستبان منه ان الحكم لا يقتصر على اربعة مقادير
متناسبة بل ينتظم الرهان ولو كانت المتناسبة ستة او ثمانية او عشرة
وعلي هذا النسق الي اي حد اريد



انما كان مقداران احدهما اضعاف الآخر بعدة
ما ونقص منهما مقداران احدهما اضعاف الآخر
بتلك العدة النظير من النظير في الباقي من
الاضعا في اضعاف الباقي من الاجزاء وبتلك العدة
ايضا

ليكن آ ب اضعاف ح د بعدة ما ونقص منهما آ ح ر و آ اضعاف ح ر
بتلك العدة فاقول ان ب اضعاف ل د بتلك العدة بعينها برهانه ناخذ
أط اضعافا ل د بتلك العدة فلان في آ من اضعا في ح مثل ما في أط من
اضعا في د فلي جمع ط من اضعا في ح مثل ما في آ من اضعا في ح
بالشكل

بالشكل الاول وكان في آ ب من اضعا في ح د مثل ما في آ من
اضعا في ح ر فاب طه متساويا فاذا العدنا آه المشترك بينهما
منهما يبقى أط مساويا لب وكان في أط من اضعا في د مثل
ما في آ ب من اضعا في ح د فلي د ب من اضعا في د مثل ما في
آ ب من اضعا في ح د وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه انه اذا نقص من المقدارين الباقيين او من
المتقوسين مقداران احدهما اضعاف الاخر بتلك العدة
النظير من النظير مرة بعد اخرى الي ما لانهاية له فان الباقي
في كل مرة فيهما اضعاف لنظيره بتلك العدة ويكون كل
واحد منهما لانهاية له فردا من افراد الدعوي المذكور في
اصل الك

و
انما كان مقداران كل منهما اضعاف المقدار آخر بعدة
واحدة ونقص من كل واحد منهما مقدار هو اضعاف
لذلك المقدار الآخر بعدة واحدة النظير للنظير
فالباقي من كل واحد من المقدارين اما مساو لذلك
المقدرا الآخر واما اضعاف له بعدة واحدة النظير
لنظير

ليكن آ ب اضعاف ل د بعدة ما و ح د اضعاف ل ر بتلك
العدة بعينها ونقص من آ ب اضعافا ل د بعدة ما وترين ح
د ح ط اضعافان ل ر بتلك العدة بعينها فاقول ان ح ب
ط د اما مساويان له ر واما اضعاف لهما بعدة واحدة
برهانه ناخذ له مساويا ل ر ان كان ح ب مساويا ل د واضعا في ل د بعدة
اضعا في ح ب ل د فلان في آ ح من اضعا في د مثل ما في ح ط من اضعا في
ر و ح ب اما مثل ل د او امثال ل د بعدة ما و ح ط مثل ل ر او امثال ل ر بتلك
العدة بعينها فبالشكل الثاني عدة اضعاف آ ب ل د لعدة اضعاف أط ل ر
وكان عدة اضعاف آ ب ل د كعدة اضعاف ح د ل ر و أط ح د متساويان فاذا
القينا ح ط المشترك بينهما يبقى ط د مثل ل د و ل ح مثل ر ان كان
ح ب مثل د واضعا في ل ر بعدة اضعاف ح ب ل د فقطه مثل ر ان كان

ح ب مثل ة او اضعاف لربعدة اضعاف ح ب لة وذلك ما اردنا ان نبين

كل واحدة من نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية وكل واحدة من نسب مقدار واحد

الى اي المقادير المتساوية متساوية

ليكن آ ب متساويين فاقول ان نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه ونسبة ح الى آ كنسبته الي ب برهانه ناخذ لا ب اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي د ه ولح اي اضعاف اتفقت بعدة ماويه ر فان كان د يساوي ر كان ه يساويه وان كان زائدا عليه كان ه زائدا عليه وان كان ناقصا عنه كان ه ناقصا عنه وبالعكس اي ان كان ر مساويا لد كان مساويا له وان كان زائدا على د كان زائدا على ه وان كان ناقصا عن د كان ناقصا عن ه وذلك انما كان كذلك لان اي اضعاف اخذت لا ب تكون متساوية ان كانت بعدة واحدة فآ ب مقادير اذا اخذ لا ب اضعاف باي عدة ولح اضعاف باي عدة فان كانت اضعاف آ زائدا على اضعاف ح كانت اضعاف ب زائدا على اضعاف ح وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتحكم المصادرة نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه ونسبة ح الى آ كنسبته الي ب بهذا البيان ايضا وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقدارين مختلفين فان نسبة الاعظم منهما الى ثالث اعظم من نسبة اصغرها اليه ونسبة

الثالث الى اصغرها اعظم من نسبته الى اعظمها

ليكن آ ب مقدارين مختلفين وآ ب اعظمها ود مقدار ثالث فاقول ان نسبة آ الى د اعظم من نسبة ح اليه ونسبة د الى ح اعظم من نسبته الى آ ب برهانه نفصل من آ ب مثل ح بالشكل الثالث من الاول وهو ب ه فن قدري آ ه ب الذي ليس باعظم من الاخر وليكن هو آ لا يخلوا اما ان يكون اعظم من د او ليس اعظم منه فان كان اعظم



اعظم منه ناخذ له اضعافا كم كانت وان لم يكن اعظم فنضعفه حتى يزيد اضعافه على د وليكن الاضعاف مرج ولناخذ لكل واحد من قدري ه ب ح اضعافا بعدة ما في مرج من اضعاف آ ه وليكونا قدري ح ط ال فمهما متساويان لتساوي قدري ه ب ح فلان في مرج من اضعاف آ ه مثل ما في ح ط اضعاف ه ب ففي رط من اضعاف آ ب مثل ما في مرج من اضعاف آ ه بالشكل الاول فعدة اضعاف رط لتقدر آ ب لعدة اضعاف ال لتقدر ح ولان كل واحد من قدري ه ب ح اما مساو لتقدر آ ه او اعظم منه فكل واحد من قدري ح ط ال اما مساو لتقدر مرج او اعظم منه فكل واحد من قدري ح ط ال اعظم من قدر د فليضعف د على الولاء الى اول قدر نريد على ال ولنكن هي م ن ه فقدر ن ه اما مساو لتقدر ال او اصغر منه بمقدار هو اصغر من د فاذا زيد على ن ه مقدار يساوي د صار ن ه فقدر ن ه اعظم من ال واذا زدنا مرج الذي هو اعظم من د على ح ط المساوي لكل حصل رط فزط اعظم من ن ه وال ليس باعظم من ن ه فنسبة آ ب الى د اعظم من نسبة ح اليه ولان ن ه الذي هو اضعاف د على الولاء يزيد على ال الذي هو اضعاف ح على الولاء ولا يزيد على رط الذي هو اضعاف آ ب فنسبة د الى ه اعظم من نسبة د الى آ ب وذلك ما اردنا ان نبين

كل واحد من المقادير التي نسبة كل واحد منها

الى مقدار واحد متساوية فهي متساوية وكل واحد

من المقادير التي نسبة مقدار واحد الى كل واحد منها

متساوية فهي متساوية

ليكن نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه فاقول ان آ يساوي ب برهانه لان آ لو لم يكن مساويا لب لكان اما اعظم منه او اصغر فيكون نسبة آ الى ح اعظم من نسبة ب اليه او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة آ الى ح كنسبة ب اليه هذا خلف وان كانت نسبة ح الى آ كنسبته الي ب فآ ب متساويان والا لكان احدهما وليكن آ اعظم من ب او اصغر منه فيكون نسبة ح الى ب اعظم من نسبته الى آ او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة ح الى ب كنسبته الى آ هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ليكن نسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} فاقول ان كان \bar{A} اعظم من \bar{C} كان \bar{B}
 اعظم من \bar{D} وان كان \bar{A} مساويا لـ \bar{C} كان \bar{B} مساويا لـ \bar{D} وان كان \bar{A} اصغر
 من \bar{C} كان \bar{B} اصغر من \bar{D} برهانه وليكون \bar{A} اعظم من \bar{C}
 فلان بالتقديم نسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبة \bar{A} الى \bar{B} فنسبة \bar{A}
 الى \bar{B} اعظم من نسبة \bar{C} الى \bar{D} بالشكل الثامن فبالشكل
 الثاني عشر نسبة \bar{C} الى \bar{D} اعظم من نسبته الى \bar{B} فبالشكل
 العاشر \bar{B} اعظم من \bar{D} وان كان \bar{A} مساويا لـ \bar{C} فـ \bar{B} مساو
 لـ \bar{D} لان نسبة \bar{A} الى \bar{D} حينئذ تكون كنسبة \bar{C} الى \bar{D}
 بالشكل السابع عشر وكانت نسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} فنسبة \bar{A} الى
 \bar{D} كنسبته الى \bar{B} بالشكل الحادي عشر فـ \bar{B} يساوي \bar{D} بالشكل التاسع وان
 كان \bar{A} اصغر من \bar{C} فـ \bar{B} اصغر من \bar{D} لان نسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{D}
 ولان \bar{C} اعظم من \bar{A} يكون نسبة \bar{C} الى \bar{D} اعظم من نسبة \bar{A} الى \bar{D} بالشكل
 الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة \bar{A} الى \bar{B} اعظم من نسبة \bar{A} الى \bar{D} فبالشكل
 العاشر \bar{B} اصغر من \bar{D} وذلك ما اردنا ان نبره

كل واحدة من الاجزاء التي عدة اضعاؤها
متساوية فان نسبة تلك الاجزاء بعضها الى بعض
كنسبة اضعاؤها بعضها الى بعض على السواء

ليكن $\bar{a}b$ اضعاى \bar{c} بعدة \bar{m} وده اضعاى \bar{r} بتلك العدة ناقول ان
نسبة \bar{c} الى \bar{r} كنسبة $\bar{a}b$ الى \bar{d} برهانه نقسم $\bar{a}b$ بقدر \bar{c} فلتكن
اقسامه $\bar{a}c$ $\bar{c}ط$ $\bar{ط}ب$ ونقسم \bar{d} بر \bar{r} وليكن اقسامه
 $\bar{d}ل$ $\bar{ل}م$ $\bar{م}ه$ فلان $\bar{مقادير} \bar{a}c$ $\bar{c}ط$ $\bar{ط}ب$ $\bar{الاربعة}$
متساوية وكذا $\bar{مقادير} \bar{د}ل$ $\bar{ل}م$ $\bar{م}ه$ $\bar{الاربعة}$ متساوية
فاذا اخذنا $\bar{المقادير} \bar{c}ط$ $\bar{ط}ب$ اضعاها متساوية العدة كم
كانت مما لا يتناهي $\bar{والمقادير} \bar{ر}م$ $\bar{ه}ه$ اضعاها متساوية
العدة كم كانت مما لا يتناهي فانه ان كانت اضعاى \bar{c} زايدة
علي اضعاى \bar{r} كانت اضعاى $\bar{ط}ب$ زايدة علي اضعاى $\bar{م}ه$ وان كانت
ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة \bar{c} الى \bar{r}
كنسبة $\bar{ط}ب$ الى $\bar{م}ه$ واذا اخذنا $\bar{المقادير} \bar{a}c$ $\bar{c}ط$ $\bar{ط}ب$ اضعاها
متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي $\bar{والمقادير} \bar{د}ل$ $\bar{ل}م$ $\bar{م}ه$ اضعاها متساوية
العدة كم كانت مما لا يتناهي فانه ان كانت اضعاى $\bar{a}c$ زايدة علي اضعاى
 $\bar{د}ل$ كانت اضعاى $\bar{c}ط$ زايدة علي اضعاى $\bar{ل}م$ واضعاى $\bar{ط}ب$ زايدة
علي

علي اضعاف مـ وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية
كانت مساوية فنسبة ا ح الي د ل كنسبة ح ط الي ل م وكنسبة ط ب
الي مـ فبالشكل الثالث عشر نسبة ج هـ الي ا ب الي ج مـ د كنسبة ط ب
الي مـ فبالشكل الحادي عشر نسبة حـ الي ر كنسبة ا ب الي دـ فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبيِّن

اربعة مقادير متناسبة هي بعد الابدال متناسبة

لپکن نسبت آ ای ب کنسبت ح ای د فاقول بالابدال نسبة آ ای ح
کنسبت ب ای د برهانه ناخذ لآ ب اضعافا متساوية العدد کم
کانت العدد و هی ح ط فلان ح ط اضعاف لآ ب بعدة
واحدة فنسبة ح ای ر کنسبت آ ای ب بالشکل المتقدم
ونسبت ح ای د کنسبت آ ای ب فنسبت ح ای ر کنسبت ح
ای د بالشکل الحادي عشر ولان ح ط اضعاف لح د بعدة
واحدة فنسبت ح ای ط کنسبت ح ای د بالشکل المتقدم
وکانت نسبت ح ای ر کنسبت ح ای د فنسبت ح ای ر
کنسبت ح ای ط بالشکل الحادي عشر فان کان ح ط زائدا
علي ح کان ر زائدا علي ط وان کان مساويا له کان
مساويا له وان کان ناقصا عنه کان ناقصا عنه بالشکل الرابع
عشر فأب ح د أربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث
وهما آب اي اضعاف كانت بعدة واحدة ما لانها یسه له

د ح ط
ح ط
ط

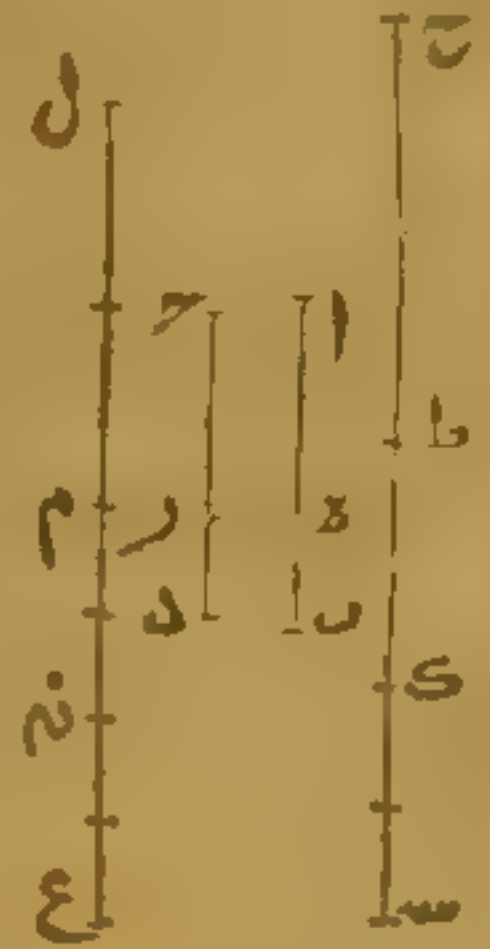
والثاني والرابع اي اضعاف كانت ما لانهاية له بعدة
واحدة وهما \bar{d} وكان لا يزيد اضعاف \bar{a} على اضعاف \bar{c} الا ويزيد
اضعاف \bar{b} على اضعاف \bar{c} ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا
وينقص عنه فنسبة \bar{a} الى \bar{c} كنسبة \bar{b} الى \bar{d} وذلك ما اردنا ان نبين
وينبغي ان تعلم ان الابدال انما تجري في المتادير التي من نوع واحد

جميع المقادير متناسبة المركبة اذا فصلت كانت

ایضاً متناسب

لهيكن نسبة \overline{AB} الى \overline{BA} كنسبة \overline{CD} الى \overline{DC} بالتركيب فاقول ان نسبة \overline{AE} الى \overline{EB} كنسبة \overline{CF} الى \overline{FD} بالتفصيل برهانه نأخذ لكل واحد من \overline{AC} و \overline{BD} مقادير \overline{AE} و \overline{EB} و \overline{CF} و \overline{FD} اضعافا بعدة واحدة كم كانت العدة و هي \overline{CH}

ط^ا لم^م من^ن فلان في ح^ط من اضعاف آ^ه مثل ما في ط^ا من اضعاف
 ه^ب وفي لم^م من اضعاف ح^ر مثل ما في م^ن من اضعاف رد^د في جميع ح^ا
 ل^ن من اضعاف اب^ب رد^د مثل ما في م^ن من اضعاف ه^ب رد^د بالشكل
 الاول واضعاف ط^ا له^ب كاضعاف م^ن لرد^د فاضعاف ح^ا ل^ا ب كاضعاف
 ل^ن لرد^د وناخذ ايضا المقداري ه^ب رد^د اي اضعاف كانت بعدة واحدة
 مما لا يتناهي وفي ال^س ن^ع في ط^ا الاول من اضعاف ه^ب الثاني مثل ما
 في م^ن الثالث من اضعاف رد^د الرابع وفي ال^س
 الخامس من اضعاف ه^ب الثاني مثل ما في ن^ع
 السادس من اضعاف رد^د الرابع في جميع ط^س الاول
 والخامس من اضعاف ه^ب الثاني مثل ما في جميع م^ع
 الثالث والسادس من اضعاف رد^د الرابع بالشكل
 الثاني وكان في ح^ا من اضعاف اب^ب مثل ما في ل^ن من
 اضعاف رد^د ونسبة اب^ب الى ه^ب كنسبة ح^ا الى رد^د
 فاب^ب به^ه رد^د در^د اربعة مقادير متناسبة فاذا اخذت
 للاول والثالث اضعاف بعدة واحدة كم كانت
 العدة مما لانهاية له ولثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة كم كانت
 العدة مما لانهاية له فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني
 كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية
 كانت مساوية وان كانت ناقصا كانت ناقصا فتكون زيادة ح^ا ل^ن علي
 ط^س م^ع ونقصانها عنهما ومساواتهما لهما معا فاذا القينا ط^ا ل^م المشترك
 يكون ان كان ح^ط زايدا علي ال^س كان لم^م زايدا علي ن^ع وان كان ناقصا
 كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فاه^ه ب^ب ح^ر رد^د اربعة مقادير اذا
 اخذ للاول والثالث وهما آ^ه ح^ر اي اضعاف متساوية العدة مما لانهاية له
 ولثاني والرابع وهما ه^ب رد^د اي اضعاف متساوية العدة مما لانهاية له
 وكانت اضعاف الاول لا تزيد علي اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف
 الثالث علي اضعاف الرابع ولا تساويه الا وتساويه ولا تنقص عنه الا
 وتنقص عنه فنسبة آ^ه الى ه^ب كنسبة ح^ر الى رد^د وذلك ما اردنا ان نبين



كل المقادير المتناسبة المفصلة اذا ركت
 كانت متناسبة

ليكن نسبة اب^ب الى ب^ب كنسبة ده^ه الى ه^ه فاقول بالتركيب نسبة آ^ا الى
 ح^ح كنسبة در^ر الى ره^ه برهانه فلانه لو لم يكن كذلك لكانت نسبة آ^ا
 الى ح^ح كنسبة در^ر الى مقدار اعظم او اصغر من ه^ه وليكن الى ما هو
 اصغر

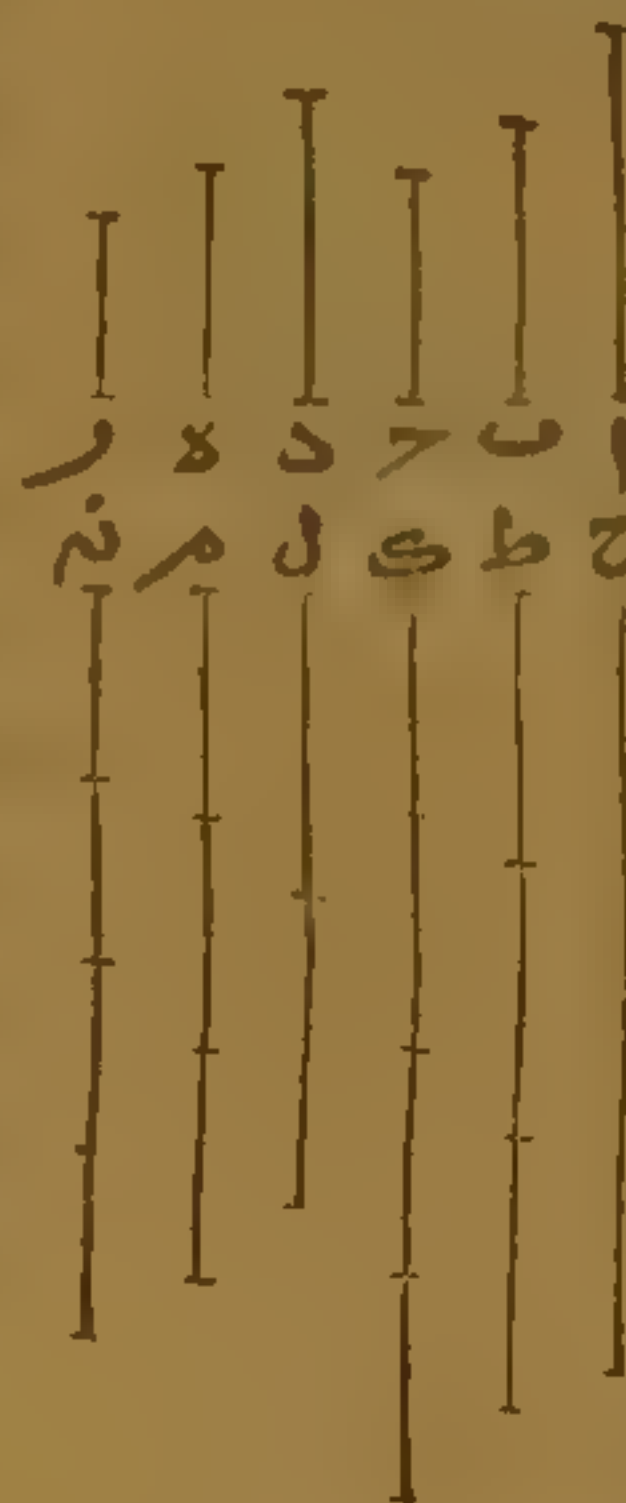
اصغر من ه^ه وهو ح^ح فيكون بالتفصيل والتقديم نسبة دح^ح الى ح^ح
 كنسبة اب^ب الى ب^ب بالشكل المتقدم وكانت نسبة ده^ه الى ه^ه كنسبة
 اب^ب الى ب^ب فبالشكل الحادي عشر نسبة دح^ح الى ح^ح كنسبة
 ده^ه الى ه^ه ولكن دح^ح اعظم من ده^ه فره^ه اعظم من ه^ه بالشكل
 الرابع عشر فيكون جز^ز الشيء اعظم من كله هذا خلف
 فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
 واستبان من هذا الشكل ومن الشكل المتقدم انه اذا كانت
 نسبة آ^ا الى ح^ح بالتركيب كنسبة در^ر الى ره^ه كانت بالقلب
 نسبة آ^ا الى اب^ب كنسبة در^ر الى ده^ه لان بالتفصيل نسبة اب^ب الى ب^ب
 كنسبة ده^ه الى ه^ه فبالخلاف نسبة ح^ح الى ب^ب كنسبة ره^ه الى ده^ه
 فبالتركيب نسبة آ^ا الى اب^ب كنسبة در^ر الى ده^ه
 يط

كل مقدارين متناسبين فصل منهما مقداران
 علي نسبتهمما النظير من النظير فالباقيان علي تلك

النسبة النظير من النظير
 ليكن نسبة اب^ب الى ح^ح كنسبة آ^ا الى ه^ه وفصل من اب^ب آ^ا
 ومن ح^ح فاقول ان نسبة ه^ه الى رد^د كنسبة اب^ب الى ح^ح
 برهانه فلان نسبة اب^ب الى ح^ح كنسبة آ^ا الى ه^ه فبالابدال
 نسبة اب^ب الى آ^ا كنسبة ح^ح الى ه^ه بالشكل السادس عشر
 وبالتفصيل نسبة ب^ب الى ه^ه كنسبة در^ر الى ره^ه بالشكل السابع عشر
 وبالابدال نسبة ب^ب الى در^ر كنسبة ه^ه الى ره^ه بالشكل السادس عشر
 وكانت نسبة اب^ب الى ح^ح كنسبة آ^ا الى ه^ه فبالشكل الحادي عشر نسبة
 ب^ب الى در^ر كنسبة اب^ب الى ح^ح ذلك ما اردنا ان نبين

كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت
 العدة وكل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من
 الصنف الاخر وانتظمت النسبة في المساواة ان
 كان الاول من الصنف الاول اعظم من الآخر منه

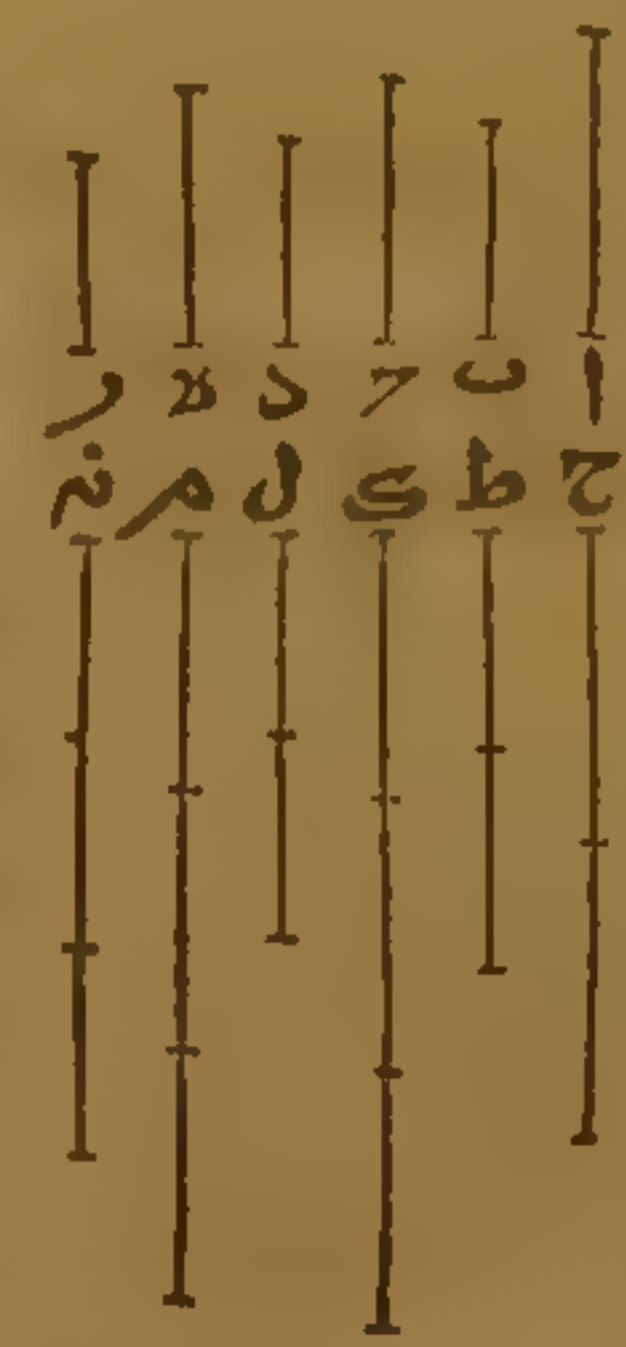
اخر وانتظمت النسبة في الشكل العشرين ان
كان ح زائدا على آ كان ل زائدا على ن وان
كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا
فا ح د ر اربعة مقادير اخذ للاول والثالث
وهما آ د اضعاف متساوية العدد كم كانت هما
لانهاية له وفي ح ل والثاني والرابع وهما ح ر
اضعاف متساوية العدد كم كانت هما لانهاية
له وفي آ ن و اضعاف الاول ان كانت زائدة على
اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زائدة
على اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت
مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة
آ الي ح كنسبة د الي ر وذلك ما اردنا ان نبين



ح

كل صنفين من المقادير متساويي العدد كم
كانت العدد كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين
من صنف آخر واضطربت النسبة في المساواة
نسبة الاول من الصنف الاول الي الآخر منه
كنسبة الاول من الصنف الآخر الي الآخر منه

ليكن نسبة آ الي ب كنسبة د الي ر ونسبة ب
الي ح كنسبة د الي ه فاقول ان نسبة آ الي ح
كنسبة د الي ر برهانه ناخذ لاندرا ب د
اضعافا ما اي اضعاف كانت بعدة واحدة وفي
ح ط ل ولح د ر اضعافا ما اي اضعاف كانت
بعدة واحدة وفي آ م ن فبالشكل الخامس
عشر نسبة ح الي ط كنسبة آ الي ب ونسبة د
الي ر كنسبة آ الي ب فبالشكل الحادي عشر
نسبة ح الي ط كنسبة د الي ر ونسبة م الي ن
كنسبة ه الي ر فبالشكل الحادي عشر نسبة
ح الي ط كنسبة م الي ن ولان ب د ح اربعة
مقادير



مقادير متناسبة واخذ الاول والثالث منها اضعاف بعدة واحدة وفي
ط ل وكذلك الثاني والرابع وفي آ م فبالشكل الرابع نسبة ط الي
كنسبة ل الي م وكانت نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن فبالشكل
الحادي والعشرين ان كان ح زائدا على آ كان ل زائدا على ن وان
مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا فا ح د ر اربعة مقادير اذا
اخذ للاول والثالث وهما آ د اضعاف متساوية العدد كم كانت وفي ح
ل والثاني والرابع وهما ح ر اضعاف متساوية العدد كم كانت وفي آ ن
فاضعاف الاول ان كانت زائدة على اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث
زائدة على اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت
ناقصة كانت ناقصة فنسبة آ الي ح كنسبة د الي ر
وان اخذنا المقادير آ ب ح د ر اضعافا ما بعدة واحدة كانت نسبة
الي ط كنسبة م الي ن ونسبة ط الي آ كنسبة ل الي م فبالشكل الرابع
ثم يتم البرهان بالشكل الواحد والعشرين كان البرهان ابسط والثابت
بن قرة بينه في كتابه كما بيناه اولاً وذلك ما اردنا ان نبين

اد

كل مقادير نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة
الثالث الي الرابع ونسبة الخامس الي الثاني كنسبة
السادس الي الرابع فنسبة الاول والخامس معاً الي
الثاني كنسبة الثالث والسادس معاً الي الرابع

ليكن نسبة آ ب الي ح كنسبة د ه الي م ونسبة ب ح الي ح كنسبة ه ط
الي ر فاقول ان نسبة آ ح الي ح كنسبة د ط الي ر برهانه
فلان نسبة آ ب الي ح كنسبة د ه الي م وبالحلاف نسبة
ح الي ب كنسبة ر الي ه ط فبالشكل الثاني والعشرين
نسبة آ ب الي ب كنسبة د ه الي ه ط وبالتركيب نسبة
آ ح الي ب ح كنسبة د ط الي ه ط بالشكل الثاني عشر
ونسبة ب ح الي ح كنسبة ه ط الي م فبالشكل الثاني
والعشرين نسبة آ ح الي ح كنسبة د ط الي ر وذلك ما
اردنا ان نبين

كه

كل اربعة مقادير متناسبة من نسبة الاول الي

الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع والاول اعظمها
والرابع اصغرهما فان الاول والرابع معاً اعظم من
الثاني والثالث معاً



ليكن نسبة $أ ب$ إلى $ح د$ كنسبة $أ$ إلى $ر$ وأب اعظمها
ور اصغرهما فاقول ان $أ ب$ ر معاً اعظم من $ح د$ برهانه
نفصل من $أ ب$ $أ ح$ مثل $ه$ ومن $ح د$ $ح ط$ مثل $ر$ بالشكل
الثالث من الاول فلان نسبة $أ ب$ إلى $ح د$ كنسبة $ه$ إلى $ر$
فاذا اخذ لمقداري $أ ب$ $ه$ اي اضعاف اثنين متساوية
العدة مما لا يتناهي ولمقداري $ح د$ $ر$ اي اضعاف امكنت مما لا يتناهي
متساوية العدة فان كانت اضعاف $أ ب$ زيادة على اضعاف $ح د$ كانت
اضعاف $ه$ زيادة على اضعاف $ر$ وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان
كانت مساوية كانت مساوية و $أ ح$ يساوي $ه$ و $ح ط$ يساوي $ر$ فاي
اضعاف اخذت لمقداري $أ ب$ $أ ح$ متساوية العدة مما لا يتناهي ولمقداري
 $ح د$ $ح ط$ اي اضعاف اثنين متساوية العدة مما لا يتناهي فان كانت
اضعاف $أ ب$ زيادة على اضعاف $ح د$ كانت اضعاف $أ ح$ زيادة على
اضعاف $ح ط$ وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت
مساوية فنسبة $أ ب$ إلى $ح د$ كنسبة $أ ح$ إلى $ح ط$ فاذا نقصنا $أ ح$ $ح ط$ من
 $أ ب$ $ح د$ كانت نسبة $أ ب$ إلى $ح د$ كنسبة $ح ب$ إلى $ط د$ بالشكل التاسع
عشر واذا بدلنا كانت نسبة $أ ب$ إلى $ح ب$ كنسبة $ح د$ إلى $ط د$ بالشكل
السادس عشر لكن $أ ب$ اعظم من $ح د$ ف $ح ب$ اعظم من $ط د$ بالشكل الرابع
عشر فاذا اضعفنا مجموع $أ ح$ $ح ط$ تارة إلى $ب ح$ حصل مجموع $أ ب$ $ح ط$ وتارة
اخرى إلى $ط د$ حصل مجموع $أ ح$ $ح د$ فيكون مجموع $أ ب$ $ح ط$ اعظم من
مجموع $أ ح$ $ح د$ لكن مجموع $أ ب$ $ح ط$ يساوي مجموع $أ ب$ $ح د$ ومجموع $أ ح$ $ح د$
يساوي مجموع $ح د$ $ف ب$ ر معاً اعظم من $ح د$ معاً وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الخامسة ولله الشكر على الايمانه

بسم الله

بسم الله الرحمن الرحيم السادس اثنتان وثلاثون

صدر

السطوح المتشابهة في السطوح التي زواياها متساوية والاضلاع المحبلة
بتملك الزوايا على التناظر ايضاً متساوية
السطوح المتكافئة الاضلاع في السطوح التي يشتمل كل منها على مقدم
وتال من حدود النسب
ارتفاع الشكل هو العود الخارج من نقطة زاوية في راسه على اضلاع هو
قاعدته
فان كانت كل واحدة من الراويين اللتين فوق القاعدة حادة فالعود
يقع بين ضلعي الزاوية وان كانت احدهما قائمة فالعود على احد ضلعي
الزاوية وان كانت منفرجة فالعود يقع خارج من ضلعي الزاوية على
القاعدة بعد اخراجه في جهة الزاوية المنفرجة
الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين هو الخط المقسوم بمختلفين
تكون نسبة الخط كله إلى أطول قسميه كنسبة أطول قسميه إلى اصغرهما
النسبة في الكمية الحاصلة من اضافة احد انواع الكم إلى ما هو من نوعه
وتضعيف الكمية بعضها ببعض اي ضرب بعضها في بعض امرين
للاعداد والمقادير ايضاً بعد ان يفرض مقدار من نوع ذلك المقدار
الذي مر من تقديره
فيكون نسبة ذلك المقدار المفروض إلى المقادير التي من نوعه كنسبة
الواحد إلى الاعداد وسيتضح هذا المعنى في صدر المقالة العاشرة
فتألف النسبة من نسبتين متلفتي النوع هو تحصيل نسبة تكون نسبة
مقدارها إلى احد النسبتين كنسبة مقدارها النسبة الاخرى إلى الواحد
وتجزئتها بنسبة لان النسبة مقدار وتضعيف مقدار وتجزئته باجراً
مقدار اخر ظاهر في تحصيل نسبة تكون نسبة مقدارها إلى الواحد
كنسبة الجزء إلى الجزء بها فحصل هذا المعنى امرين للنسبة اي
قسمة نسبة على نسبة الا ان الحكم ارادوا ان يبرهنوا على ان نسبة اي
مقدار إلى مقدار اخر من نوعه مولفه من نسب غير متناهية وعلى
عكس هذا المعنى اي يبرهنوا على ان النسبة المولفة من النسب الغير
المتناهية في قوة نسبة بسيطة لتكون ثلثه مقادير وهي $أ ب$ $ح د$ فاقول ان
نسبة اي مقدار منها وتكون $أ$ إلى مقدار اخر منها اي مقدار كان من
الباقين وليكن $ح$ مولفه من النسبتين الباقيتين نسبة $أ$ إلى $ب$ ونسبة

كل خط مستقيم خرج من زاوية من زوايا اي
مثلث مستقيم الاضلاع الي وترها فان نصفها كانت
نسبة احد قسمي الوتر الي الاخر كنسبة احد
الضلعين المحيطين بالزاوية الي الآخر وان كانت
نسبة احد قسمي وتر الزاوية الي الآخر كنسبة احد
الضلعين المحيطين بها الي الآخر فان الخط

المستقيم ينصفه



ليكن المثلث ABC وخرج من زاوية B خط AD
المستقيم وانتهى الي ضلع AC علي نقطة D فاقول ان
خط AD ان نصف زاوية B كانت نسبة BD الي
د BC كنسبة BA الي AC وان كانت نسبة BD الي BC كنسبة BA الي AC
كانت زاويتا BAD و ADC متساويتين يرهانه فليكن AD نصف زاوية
 B فخرج من نقطة D خط DE في جهة A موازيا لخط AD بالشكل
الواحد والثلاثين من الاول ونخرج BA في تلك الجهة فلان الزاوية
المجاورة لزاوية BAD مع زاوية ADC كفايتين بالشكل التاسع والعشرين
من الاول فزاوية ADC مع الزاوية المجاورة لزاوية BAD اقل من قائمتين
خطا BA D يلتقيان فليلتقيا علي نقطة E فلان زاوية ADC كزاوية
 BAD بالشكل السابع والعشرين من الاول وزاوية BAD كزاوية ADC
فزاوية ADC كزاوية BAD وزاوية ADC كزاوية BAD بالشكل التاسع
والعشرين من الاول فزاويتا ADC و BAD متساويتان فضلع AD كضلع
 BA بالشكل السادس من الاول ونسبة BD الي BC كنسبة BA الي AC
بالشكل المتقدم ونسبة ضلع BA الي AC كنسبة ضلع AD الي BC بالشكل
السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة BD الي BC
كنسبة BA الي AC وليكن نسبة BD الي BC كنسبة BA الي AC فخرج
من نقطة D خط DE موازيا لخط AD بالشكل الواحد والثلاثين من
الاول فلان الزاوية المجاورة لزاوية BAD مع زاوية ADC كفايتين بالشكل
التاسع والعشرين من الاول فزاوية ADC مع الزاوية المجاورة لزاوية
 BAD اقل من قائمتين خطا BA D ان اخرجنا علي استقامتهما في جهة A
يلتقيان

يلتقيان فليلتقيا علي نقطة E فلان نسبة BA الي AC كنسبة BD الي BC
بالشكل المتقدم وكانت نسبة BA الي AC كنسبة BD الي BC فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة BA الي AC كنسبة BD الي BC فخرج من
بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية ADC تساوي زاوية BAD بالشكل
الخامس من الاول وزاوية BAD تساوي زاوية ADC بالشكل التاسع
والعشرين من الاول وكانت زاوية ADC كزاوية BAD فزاوية BAD
كزاوية ADC وزاوية BAD كزاوية ADC بالشكل التاسع والعشرين من
الاول فزاوية BAD كزاوية ADC فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مثلثين تساوت زواياها المتناظرة فواتر



الزوايا المتناظرة منهما متناسبة

لتكن زاوية B من مثلث ABC تساوي زاوية
 D من مثلث DEF وزاوية B AC زاوية D EF وزاوية
 ACB زاوية FEF فاقول ان نسبة BC الي AC كنسبة
 BC الي AC ونسبة AC الي BC يرهانه نجعل ضلع BC علي استقامة
ضلع DE بحيث يتحدد نقطتا B من مثلثي ABC و DEF فبصير ضلع AB
موازيا لضلع DE وضلع AC لضلع EF بالشكل الثامن والعشرين من
الاول لتساوي كل من زاويتي ABC و DEF و ACB و FEF ولان زاوية ABC
المساوية لزاوية DEF مع زاوية ABC اقل من قائمتين بالشكل السابع
عشر من الاول فزاويتا ABC و DEF معا اقل من قائمتين فاذا اخرجنا ضلعي
 AB و DE في جهتي A و D فانهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة G فيحصل ذو
امر بعة اضلاع AG و DE متوازي الاضلاع فضلع AG يساوي ضلع DE
وضلع DE يساوي ضلع AG من اضلاعه بالشكل الرابع والثلاثين من
الاول فنسبة BA الي AC كنسبة BA الي AC بالشكل السابع من الخامسة
ونسبة BC الي AC كنسبة BC الي AC الي AC بالشكل الثاني فبالشكل الحادي
عشر من الخامسة نسبة BA الي AC كنسبة BC الي AC ولان نسبة BA الي AC
د DE كنسبة DE الي DE بالشكل السابع من الخامسة ونسبة BC الي AC
كنسبة DE الي DE بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة
نسبة BA الي AC كنسبة BC الي AC فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مثلثين يناسب اضلاعهما النظائر فزواياها

متساوية على التناظر *



لكن نسبة أب من مثلث أبج الى د من
 مثلث دهر كنسبة أح الى در وكنسبة بج
 الى هر فاقول ان زاوية أبج كزاوية دهر
 زاوية أج ب كزاوية د ره وزاوية بأ ج كزاوية د ر ه برهانه نعمل على
 نقطتي د من ضلع د ر زاويتي روح ومرح كزاويتي أب د وأج ب بالشكل
 الثالث والعشرين من الاول في فلان زاويتي أب د وأج ب المساويتين لزاويتي
روح ومرح اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول فاذا اخرجنا
ح على استقامتهما في جهة ح يلتقيان فليلتقيا على نقطتي ح فزاوية
بأ ح تساوي زاوية د ح ر بالشكل الثاني والثلاثين من الاول اذ بين فيه ان
 كل مثلث فان زواياه الثلث كقائمتين فلان نسبة أب الى د ح كنسبة ب
 الى د ر بالشكل المتقدم وكانت نسبة أب الى د كنسبة ب الى د
 فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة أب الى د ح كنسبة الى د ه فـ
يساوي د بالشكل التاسع من الخامسة ومثله تبين ان ضلع مرح يساوي
 ضلع د ر وضلع د ر مشترك بين مثلثي دهر وروح فبالشكل الثامن من
 الاول زاوية دهر كزاوية روح وزاوية د ره كزاوية مرح وزاوية د
كزاوية ح ب بل زاوية ره ج كزاوية أب د وزاوية د ر ب كزاوية
أج ب وزاوية ح ر كزاوية بأ ج فزاوية أب د كزاوية دهر وزاوية
أج ب كزاوية د ره وزاوية بأ ج كزاوية د ر ه فالحكم ثابت وذلك مـ
 اردنا ان نـ

كل مثلثين تساوت زاويتان منهما وتناسب

الاضلاع المحيطة بهما فالزوايا الباقية منهما متساو

عَلَى التَّنْظِيرِ



لبيكن زاويتا باب ددر من مثلثي ابح دده
 متساويتين ونسبة اب الي دده كنسبة اح الي دده
 فاقول ان زاوية ابح كزاوية ددر وزاوية احب كزاوية دده برهان
 يرسم علي نقطة د من ضلع ددر زاوية ردح كزاوية باب وعلي نقطة
ر منه زاوية دح كزاوية احب بالشكل الثالث والعشرين من الاولي
 ولان كل زاويتي مثلث اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاولي
 فراويتا ح ددر دح من قائمتين فاذا اخرج دح تخرج في جهة ح علي
 استقامتهما

استقامتهما فانهما يلتقيان فلهذا يلتقيان على نقطة ح ولان زوايا كل مثلث
كقائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاولي فزاوية د ح م كزاوية ا ب د
فزاويا مثلث ا ب د تساوي زوايا مثلث م د ح فبالشكل الرابع نسبة
ا ب الي د ح كنسبة ا ح الي د ر وكانت نسبة ا ب الي د ح كنسبة ا ح الي
د ر فبالشكل الرابع نسبة ا ب الي د ح كنسبة ا ح الي د م وكانت نسبة
ا ب الي د ح كنسبة ا ح الي د م فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة
ا ب الي د ح كنسبة ا ح الي د ح فبالشكل التاسع من الخامسة ضلع د ح كضلع
د ه وزاوية ح د ر تساوي زاوية د د ر وضلع د ر مشترك بين مثلثي د ه م
د م فمثلثا د ه م د م متساويان وسائر الزوايا كسائر الزوايا بالشكل
الرابع من الاولي فزاوية د ه م كزاوية د ح ر وكانت زاوية ا ب د كزاوية
د ح ر فزاوية ا ب د كزاوية د ه م وزاوية د ه م كزاوية د م ح وكانت زاوية
ا ح د مساوية لزاوية د م ح فزاوية ا ح د كزاوية د م ح وذلك ما اردنا

بین

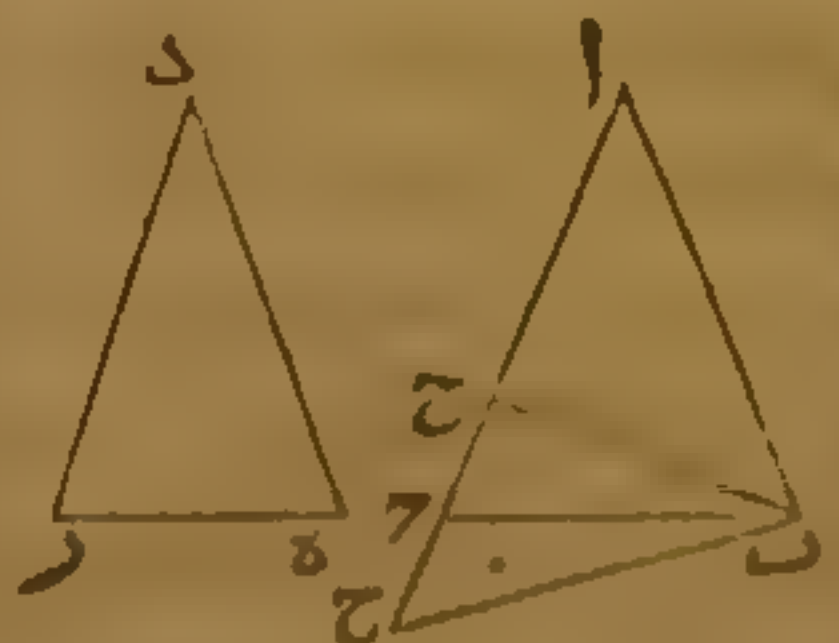
كل مثلثين تساوت زاويتان منهما وتناسبت

ملاع المحيطة بزائيتين اخريتين منهما وكانت

احدة من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر

قائمة اوليست باصغر من قائمة فان الزوايا الباقية

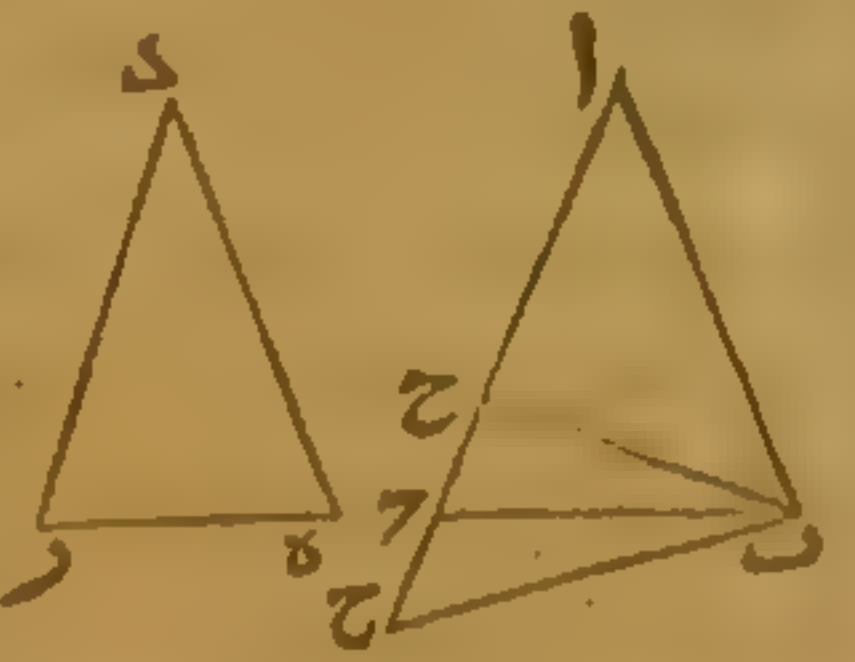
امتساوية على التناظر



في زاويتي ب ا ح و د ح ر من مثلثي ا ب ح
متساويتين ونسبة ا ب الى د ح كنسبة
الي د ر وكل واحدة من زاويتي ا ب ح
اما اصغر من قائمة او ليست باصغر من

فأقول ان زاوية $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ كزاوية $\bar{D} \bar{E} \bar{F}$ وزاوية $\bar{A} \bar{C} \bar{B}$ كزاوية $\bar{D} \bar{F} \bar{E}$
نه فلان زاوية $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ ان لم تكن كزاوية $\bar{D} \bar{E} \bar{F}$ فاما ان تكون اصغر
او اعظم وعلي التقديرين نرسم على نقطة \bar{B} من ضلع $\bar{A} \bar{B}$ زاوية
 $\bar{B} \bar{C} \bar{D}$ كزاوية $\bar{D} \bar{E} \bar{F}$ بالشكل الثالث والعشرين من الاول فاذا اخرجنا
ضلع $\bar{B} \bar{C}$ الي ضلع $\bar{A} \bar{C}$ فلا بد وان ينتهي اليه فعلي التقدير الاول يقع
نقطة \bar{C} من ضلع $\bar{A} \bar{C}$ بين نقطتي $\bar{A} \bar{C}$ وعلي التقدير الثاني خرجا عنها
في جهة \bar{C} ولان زوايا كل مثلث كضامتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاول

تكون زاوية $\alpha\beta$ كزاوية $\delta\epsilon$ فبالشكل الرابع نسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\alpha\beta$ الى $\delta\epsilon$ وكانت نسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\alpha\beta$ الى $\delta\epsilon$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\alpha\beta$ الى $\delta\epsilon$ فبالشكل التاسع من الخامسة فزاوية $\beta\gamma$ كزاوية $\delta\epsilon$ بالشكل الخامس من الاولي وكل واحدة من زاويتي $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ اما قائمة او منفرجة او



حادة فعلي التقدير الاول ان كانتا قائمتين او منفرجتين معا يلزم ان يكون زاويتا $\beta\gamma$ $\delta\epsilon$ قائمتين او اعظم منهما وهما اصغر من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف وان كانت حادتين فيكون زاوية $\beta\gamma$ حادة فتكون زاوية $\delta\epsilon$ منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي وفي مساوية لزاوية $\delta\epsilon$ الحادة هذا خلف وعلي التقدير الثاني كل واحدة من زاويتي $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ اما قائمة او حادة او منفرجة فان كانتا قائمتين او حادتين يلزم ان يكون زاوية $\beta\gamma$ قائمة او منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فتكون $\beta\gamma$ $\delta\epsilon$ كقائمتين او اعظم منهما وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي وان كانتا منفرجتين تكون زاوية $\beta\gamma$ حادة بالشكل الثالث عشر من الاولي فتكون زاوية $\delta\epsilon$ حادة فتكون زاوية $\delta\epsilon$ حادة والتقدير انهما منفرجة هذا خلف فزاوية $\alpha\beta$ كزاوية $\delta\epsilon$ وكانت زاوية $\beta\gamma$ مساوية لزاوية $\delta\epsilon$ فزاوية $\alpha\beta$ كزاوية $\delta\epsilon$ بالشكل الثاني والثلاثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

اقول وليكن لبيان فائدة القيد المذكور وهو قوله وكل واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اصغر من قائمة او ليست باصغر من قائمة مثلثا $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$ مثلثي مختلفي زواياهما واضلاعهما النظائر متساوية فهما متشابهان وليكن زاويتا $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ ودراسهما فيكون نسبة $\alpha\beta$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ ولان زاوية $\alpha\beta$ المساوية لزاوية $\delta\epsilon$ بالشكل الخامس من الاولي اقل من قائمة لان كل زاويتي مثلث اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فهي حادة وفي ضعف زاوية $\beta\gamma$ فهي ايضا حادة والا لكانت زاويتا $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ اعظم من قائمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فالزاوية المجاورة لكل واحدة منهما منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فاذا اخرجنا من نقطة β عمود $\beta\tau$ على ضلع $\alpha\gamma$ بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع على احدي نقطتي $\alpha\gamma$ لان زاويتي $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ حادتين ولا خارجا عنهما والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قائمتين والزاوية المجاورة لكل واحدة

واحدة من زاويتي $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فيقع فيما بين نقطتي $\alpha\gamma$ ولان زوايا كل مثلث تساوي قائمتين بالشكل الثاني والثلاثين من الاولي وزاوية $\beta\tau$ كزاوية $\delta\epsilon$ وزاوية $\beta\gamma$ اعظم من زاوية $\delta\epsilon$ فزاوية $\tau\gamma$ اصغر من زاوية $\delta\epsilon$ فاذا ركبنا مثلث $\beta\tau\gamma$ على مثلث $\alpha\beta\gamma$ بحيث ينطبق



ضلع $\beta\tau$ على نفسه فينطبق ضلع $\tau\gamma$ على ضلع $\alpha\gamma$ لتساوي زاويتي $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ فيقع ضلع $\beta\tau$ فيما بين ضلعي $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ فيقع نقطة τ فيما بين نقطتي $\alpha\gamma$ $\delta\epsilon$ ولينطبق

نقطة α فخط $\alpha\tau$ مساو لضلع $\delta\epsilon$ فاذا وصلنا بين نقطتي β τ فخط مستقيم حدث مثلث $\beta\alpha\tau$ فيكون بالشكل الرابع من الاولي ضلع $\beta\alpha$ كضلع $\beta\delta$ وزاوية $\beta\tau\gamma$ كزاوية $\delta\epsilon$ فهي حادة فزاوية $\alpha\beta$ المجاورة لها منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فهي اعظم من زاوية $\delta\epsilon$ ولان نسبة $\alpha\beta$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ ودر $\beta\gamma$ $\delta\epsilon$ فزاوية $\alpha\beta$ المنفرجة كزاوية $\delta\epsilon$ الحادة هذا خلف وزاويتا $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ ودر متساويتان ولان $\beta\alpha$ $\beta\delta$ متساويان فاي اضعا فاحذنا لب $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$ متساوية العدة حكم كانت العدة مما لا يتناهي ولهر ايضا كذلك فان كانت اضعا $\beta\alpha$ $\beta\delta$ زايدة على اضعا $\delta\epsilon$ $\alpha\gamma$ كانت اضعا $\beta\gamma$ زايدة على اضعا $\delta\epsilon$ وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة $\beta\alpha$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة $\alpha\beta$ الى $\delta\epsilon$ كنسبة $\beta\gamma$ الى $\delta\epsilon$ ودر $\beta\gamma$ $\delta\epsilon$ فكانت زاوية $\alpha\beta$ المنفرجة كزاوية $\delta\epsilon$ الحادة وكانا مثلثا $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$ من مثلثات المتشابهة وليس الامر كذلك فقيدهم لاجرا امثال هذه المثلثات والله اعلم

كل مثلث قائم الزاوية خرج من نقطة زاوية القائمة عمود الى وترها فان العمود يقسم المثلث الى مثلثين متشابهين للمثلث الاعظم ومتشابهين

ليكن المثلث $\alpha\beta\gamma$ وزاوية $\alpha\beta\gamma$ منه قائمة وخرج من نقطة α عمود $\alpha\delta$ الى وتر $\beta\gamma$ فحدث مثلثا $\alpha\delta\beta$ $\alpha\delta\gamma$ فاقول انهما يشبهان مثلث $\alpha\beta\gamma$ ومتشابهان برهانه فلان زوايا كل مثلث كقائمتين بالشكل الثاني

والثلثين من الاول وكل واحدة من زوايا $\overline{ب د ا}$ قائمة و $\overline{ا ب ح}$

مشتركة بين مثلث $\overline{ا ب د}$ والمثلث الاعظم وزاوية

$\overline{ا د ح}$ مشتركة بين مثلث $\overline{ا د ح}$ والمثلث الاعظم

فزاوية $\overline{ب ا د}$ كزاوية $\overline{ا د ح}$ وزاوية $\overline{ا د ح}$ كزاوية

$\overline{ا ب د}$ فبالشكل الرابع نسبة $\overline{ح ب}$ الى $\overline{ب ا}$ كنسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ب د}$ وكنسبة $\overline{ا ح}$

الى $\overline{ا د}$ ونسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ا ح}$ كنسبة $\overline{ا د}$ الى $\overline{ا ب}$ وكنسبة $\overline{ب ا}$ الى $\overline{ا د}$ فثلثا

$\overline{ا ب د}$ $\overline{ا د ح}$ يشبهان مثلثا $\overline{ا ب ح}$ وبالشكل الرابع ايضا نسبة $\overline{ب د}$ الى $\overline{د ا}$

كنسبة $\overline{ا د}$ الى $\overline{د ح}$ وكنسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ا ح}$ فثلثا $\overline{ا ب د}$ $\overline{ا د ح}$ متشابهان

وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان كل واحد من الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة من

المثلث الاعظم وسط في النسبة بين قاعدة العمود وبين القسم الذي يلي

ذلك الضلع منها وان العمود وسط في النسبة بين قسمي القاعدة

ط

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين لنا

ان نجد خطا مستقيما وسطا في النسبة بينهما

ليكن الخطان $\overline{ا ب}$ $\overline{ب ح}$ فاقول لنا ان نجد خطا مستقيما وسطا بينهما في

النسبة برهانه ليكن خطا $\overline{ا ب}$ $\overline{ب ح}$ متصلين بنقطة

$\overline{ب}$ احدهما على استقامة الاخر فننصف خط $\overline{ا ح}$

الحاصل من اتصاله احدهما بالشكل العاشر من

الاولي ونرسم عليه نصف دائرة $\overline{ا د ح}$ ونخرج من

نقطة $\overline{ب}$ عمود $\overline{ب د}$ على $\overline{ا ح}$ بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرج $\overline{د ح}$ على

استقامته الى المحيط فينتهي اليه على نقطة $\overline{د}$ ونصل بينها وبين كل

من نقطتي $\overline{ا ح}$ بخط مستقيم فزاوية $\overline{ا د ب}$ قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة

فعمود $\overline{ب د}$ وسط في النسبة بين خطي $\overline{ا ب}$ $\overline{ب ح}$ باستبانة الشكل المتقدم

وذلك ما اردنا ان نبين

ط

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين

لنا ان نجد خطا ثالثا لهما في النسبة

ليكن الخطان $\overline{ا ب}$ $\overline{ب ح}$ فان كانا متساويين نفرض في سطحيهما نقطتين ونصل

بينهما بخط مستقيم ونخرج $\overline{د ح}$ في احدي جهتيه الى غير النهاية ونفصل

منه خطا كاحدهما بالشكل الثالث من الاول فهو ثالثا لهما في النسبة لانا اذا

اخذنا

اخذنا لها اضعاها متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاها الاول

زايدة على اضعاها الثاني كانت اضعاها الثالث الذي هو الثاني في

الوضع زايدة على اضعاها الرابع الذي هو الثالث في

الوضع وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة وان كانت

متساوية لها كانت مساوية وان لم يكنا متساويين

فتصل احدهما بالاخر بنقطة $\overline{ا ب}$ بحيث يحيطان بزاوية

ماولنخرج $\overline{ا ب}$ على استقامته في جهة $\overline{ب}$ الى ما لانهاية

له ونفصل منه $\overline{ب د}$ يساوي $\overline{ا ح}$ بالشكل الثالث من الاول ونصل $\overline{ب د}$

بخط مستقيم ونخرج $\overline{د ح}$ في جهة $\overline{ح}$ على استقامته ونخرج من نقطة $\overline{د}$ في

تلك الجهة ايضا خط $\overline{د ح}$ موازيا لخط $\overline{ب د}$ بالشكل الواحد والثلثين من

الاولي فهما يلتقيان فليلتقيا على نقطة $\overline{د}$ وذلك لانا اذا وصلنا $\overline{د ح}$ بخط

مستقيم يكون زاويتا $\overline{د ح د}$ $\overline{د ح ب}$ اقل من قائمتين لان زاوية $\overline{د ح د}$ مع

الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{د ح ب}$ كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين من

الاولي فلان نسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ا ح}$ كنسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ب د}$ بالشكل السابع من

الخامسة وبالشكل الثاني نسبة $\overline{ا ح}$ الى $\overline{د ح}$ كنسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ب د}$ فبالشكل

الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ا ح}$ كنسبة $\overline{ا ح}$ الى $\overline{د ح}$ فالحكم

ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه انه لو كانت ثلثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة

كخطوط $\overline{ا ب}$ $\overline{ب ح}$ $\overline{ح د}$ لكان لنا ان نجد خطا مستقيما رابعا لها في النسبة

فنخرج من نقطة $\overline{د}$ خطي $\overline{د ح}$ $\overline{د ب}$ في جهة واحدة الى غير النهاية محيطين

بزاوية ما ونفصل من $\overline{د ح}$ $\overline{د ب}$ يساويان خطي $\overline{ا ب}$ $\overline{ب د}$ ومن $\overline{د ب}$ $\overline{د ح}$

متساويان لخط $\overline{ا ح}$ بالشكل الثالث من

الاولي ونصل $\overline{ح ط}$ بخط مستقيم

ونخرج من نقطة $\overline{د}$ خط $\overline{د ح}$ في جهة

$\overline{ط}$ موازيا لخط $\overline{ح ط}$ بالشكل الواحد

والثلثين من الاول فهو يلتقي خط $\overline{د ح}$

اذا اخرج $\overline{د ح}$ في جهة $\overline{ا ح}$ لانا اذا وصلنا

$\overline{د ح}$ بخط مستقيم يكون زاوية $\overline{د ح ط}$ مع

الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{د ح ط}$ كقائمتين بالشكل التاسع والعشرين

من الاول فزاويتا $\overline{د ح ط}$ $\overline{د ح ب}$ اقل من قائمتين فليقع على نقطة $\overline{ح}$ فلان

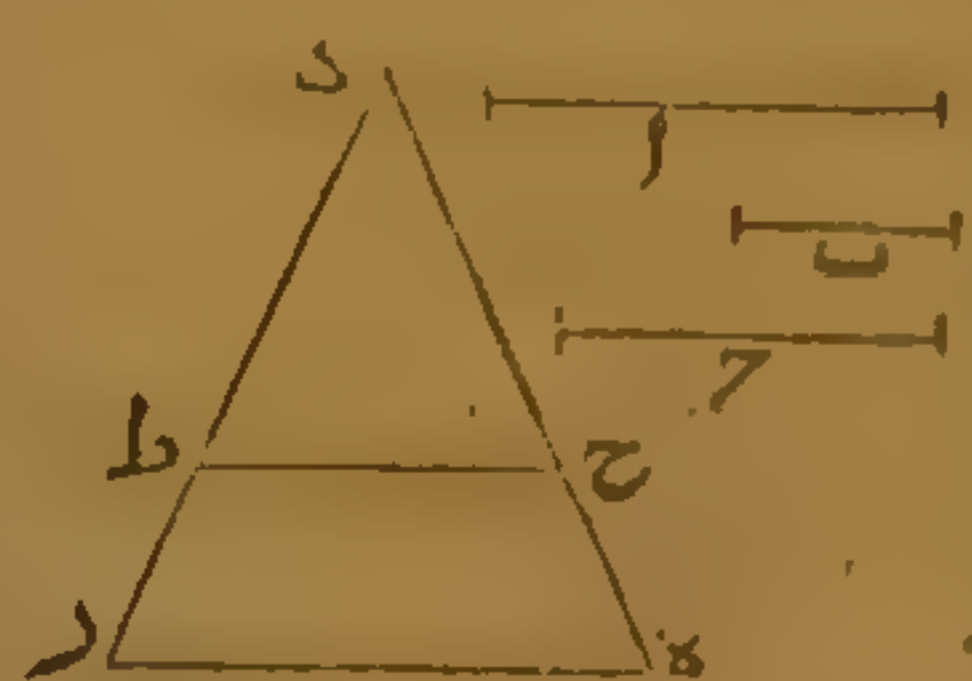
$\overline{ا ب}$ $\overline{ب د}$ $\overline{د ح}$ $\overline{ح ط}$ فاذا اخذنا $\overline{ا ح}$ و $\overline{د ح}$ اضعاها متساوية

العدة كم كانت و $\overline{ا ب}$ $\overline{ب د}$ $\overline{د ح}$ اضعاها متساوية العدة كم كانت فان كانت

اضعاها $\overline{ا ح}$ زايدة على اضعاها $\overline{ب د}$ كانت اضعاها $\overline{د ح}$ زايدة على اضعاها

$\overline{ح ط}$ وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية

فنسبة $\overline{ا ب}$ الى $\overline{ب د}$ كنسبة $\overline{د ح}$ الى $\overline{ح ط}$ ونسبة $\overline{د ح}$ الى $\overline{ح ط}$ كنسبة $\overline{د ح}$ الى $\overline{ح ط}$



بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الى ب كنسبة
 دط الى طر ونسبة ح الى ط كنسبة دط الى طر بالشكل السابع من
 الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الى ب كنسبة ح الى
 طر وهو المطلوب وهذه الاستبانة جعلها ثابت بن قرة شكلا من اصل
 الكتاب للايضاح ولم تكن هي شكلا منه في النسخ اليونانية والسريانية
 ولذلك لم يات الحجاج به في نسخته والالف بكتاب اقليدس وطريقه في
 هذا الكتاب ان يكون من قبيل الاستبانة لان اصل الكتاب ان هو بالفروع
 البق وهذه صورته وانا اظنبت في بيان الاستبانة للايضاح

يا

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نفصل

منه جزء



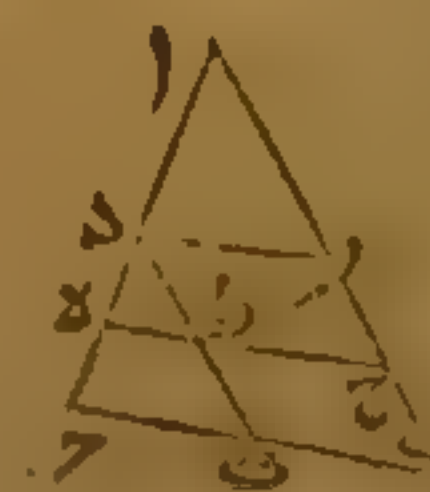
ليكن الخط آ ب والجزء الثالث فاقول لنا ان نفصل من آ ب
 ثلثه برهانه نرسم في سطح آ ب نقطة ح لا على استقامته
 ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم ونخرجه على
 استقامته في جهة ح الى ما الانتهاء له ونرسم على خط آ ح نقطة د ونفصل
 منه د ح ح يساويان خط آ د بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي
 ح ب بخط مستقيم ونخرج من نقطة د خط د موازيا لخط ب ح بالشكل
 الواحد والثلاثين من الاول ونخرجه الى ان يلقي ضلع آ ب فليلق على
 نقطة ر فبالشكل الثاني نسبة ب ر الى ر آ كنسبة ح د الى د آ فبالتركيب
 نسبة ب آ الى آ ر كنسبة ح آ الى آ د بالشكل الثامن عشر من الخامسة
 وبالحلاف نسبة آ ر الى آ ب كنسبة آ د الى آ ح اكن آ د ثلث آ ح فآ ر ثلث
 آ ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

يب

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه

كقسمة خط آخر مستقيم وتكون نسبة اقسامه

كنسبة اقسام الخط المقسوم



ليكن الخط المفروض آ ب والخط المقسوم بنقطتي د ه
 خط آ ح فاقول لنا ان نقسم آ ب كقسمة آ ح وتكون نسبة
 اقسام آ ب كنسبة اقسام آ ح برهانه فنجعل آ ب مع
 آ ح محيطا بزوايته ما ولتكن ه زاوية ب آ ح ونصل ب ح بخط مستقيم
 ونخرج

ونخرج من نقطتي د ه خطي د ر ه ح موازيين لخط ب ح ومن نقطة د
 خط د ل موازي آ ب بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فخطا د ر ه ح
 متوازيان بالشكل الثلاثين من الاول فليبتد خطا د ر ه ح الى خط آ ب على
 نقطتي ر ح ولينقطع خط د ل خطي ه ح ب ح على نقطتي ط ل فسطحا
 ب ط طر متوازي الاضلاع فرح يساوي دط وب ح يساوي ط ل
 بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فلان نسبة آ ر الى ر ح كنسبة آ د الى
 د ه وايضا فلان ر ح يساوي دط و ح ب يساوي ط ل فاذا اخذنا لرح
 ح ب اضعافا متساوية العدد كم كانت ولدط ط ل اضعافا متساوية
 العدد كم كانت فان كانت اضعاف ر ح زائدة على اضعاف دط كانت
 اضعاف ح ب زائدة على اضعاف ط ل فان كانت مساوية لها كانت
 مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة ر ح الى ح ب كنسبة
 دط الى ط ل وايضا فلان نسبة د ه الى ه ح كنسبة دط الى ط ل بالشكل
 الثاني ونسبة ر ح الى ح ب كنسبة دط الى ط ل فبالشكل الحادي عشر
 من الخامسة نسبة د ه الى ه ح كنسبة ر ح الى ح ب فالحكم ثابت وذلك ما
 ان نبين

ح

كل سطحين متوازيين الاضلاع تساوت زاويتان

منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة

بالزاويتين متناسبة على التكافؤ وان كانت الاضلاع

المحيطة بها متناسبة على التكافؤ فالسطحان متساويان

ليكن سطحا آ ب ح د ح ر ه متوازيين الاضلاع وزاويتا ب د ه ح ح منها



متساويتان فاقول ان كان سطح آ ح كسطح ح ر فان
 نسبة ب ح الى ح ه كنسبة ح ر الى ر ه وان كانت
 نسبة ب ح الى ح ه كنسبة ح ر الى ر ه فالسطحان
 متساويان برهانه فبقم سطح ه د بان نخرج خطي
 ر ه آ د على استقامتهما فليقتبا لنخرجهما على اقل

من قائمتين لو وصلنا د ه بخط مستقيم فان كان السطحان متساويين فلان
 نسبة ب ح الى ح ه كنسبة سطح ب د الى سطح د ه بالشكل الاول ونسبة سطح
 ح ر الى سطح ه د كنسبة سطح آ ح الى سطح د ه بالشكل السابع من الخامسة
 فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ح الى ح ه كنسبة سطح ح ر الى
 سطح ه د ونسبة ح ر الى ح ه كنسبة سطح ح ر الى سطح ه د فبالشكل

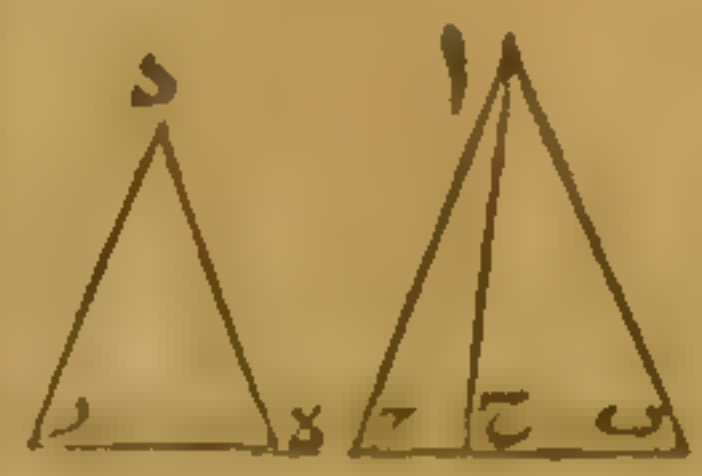
كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة
فنسبة Γ الى Δ كنسبة Θ الى Λ وكانت نسبة Λ الى Γ كنسبة Θ الى Δ
الى Γ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة Λ الى Γ كنسبة Θ الى Δ
الى Δ فنسبة Λ الى Γ كنسبة Θ الى Δ فبالشكل الحادي عشر
متساويتان وان كان Γ سطح Λ كنسبة Θ الى Δ كنسبة Θ الى Δ فبالشكل الحادي عشر
متساويتان فنسبة Λ الى Γ كنسبة Θ الى Δ فبالشكل الحادي عشر
وكانت نسبة Θ الى Γ كنسبة Θ الى Δ فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة Λ الى Γ كنسبة Θ الى Δ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نبين

يو
كل ثلاثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة
فان كانت نسبة الاول الى الثاني كنسبة الثاني الى
الثالث كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني وان
كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني كانت نسبة
الاول الى الثاني كنسبة الثاني الى الثالث

ليكن الخطوط Λ Γ Δ فاقول ان كانت نسبة Λ الى Γ كنسبة Γ الى Δ
فان سطح Λ في Γ كمربع Γ وان كان Λ في Γ كمربع Γ فنسبة
 Λ الى Γ كنسبة Γ الى Δ برهانه اما الاول فيكون
سطح Δ في Γ كمربع Γ باستبانة الشكل الاول فنرسم في
سطح الخطوط خطا مستقيما غير متناه ونفصل منه خط Δ
نحط Γ بالشكل الثالث من الاول فلان نسبة Λ الى Γ
كنسبة Γ الى Δ وب Δ متساويان فاذا اخذنا Δ وب
اضعانا متساوية العدد كم كانت العدد ولجاري اضعاف كانت مما لا
يتناهي فان كانت اضعاف Δ زيادة على اضعاف Γ كانت اضعاف Γ
زيادة على اضعاف Δ وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت
ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة Δ الى Γ كنسبة Γ الى Δ فنسبة Λ الى
 Γ كنسبة Γ الى Δ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح Λ في Γ كنسبة
 Γ الى Δ اعني مربع Γ بالشكل المتقدم واما الثاني فليكن الضلع الاخر
من مربع Γ خط Δ فيكون سطح Λ في Γ كنسبة Γ الى Δ فنسبة Λ الى Γ
كنسبة Γ الى Δ فبالشكل المتقدم وقلنا ان نسبة Γ الى Δ كنسبة Δ الى Γ
في القسم

في القسم الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة Λ الى Γ كنسبة
 Γ الى Δ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه ان كل خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين فان سطحه
في قسمه الاصغر كمربع قسمه الاعظم

يو
كل مثلثين متشابهين فان نسبة احدهما الى
الاخر كنسبة ضلع من اضلاعه الى نظيره من



اضلاع المثلث الاخر مثناة
ليكن مثلنا Λ Γ Δ متشابهين فاقول ان
نسبة مثلث Λ Γ Δ الى مثلث Θ Σ Φ كنسبة
ضلع من اضلاع مثلث Λ Γ Δ الى نظيره من
اضلاع مثلث Θ Σ Φ ولنكن نسبة ضلع Λ الى ضلع Θ كنسبة
برهانه نجد خطا ثالثا في النسبة لخطي Λ Γ وهو خط Δ بالشكل
العاشر ونصل بين نقطتي Λ Γ بخط مستقيم ولان نسبة Λ الى Θ كنسبة
 Γ الى Σ ونسبة Γ الى Σ كنسبة Δ الى Φ فبالشكل الحادي
عشر من الخامسة نسبة Λ الى Θ كنسبة Δ الى Φ فبالشكل الرابع
عشر مثلث Λ Γ Δ كمثلث Θ Σ Φ فنسبة مثلث Λ Γ Δ الى مثلث Θ Σ Φ
كنسبته الى مثلث Λ Γ Δ بالشكل السابع من الخامسة ونسبة Λ الى Θ كنسبة
 Γ الى Σ كنسبة مثلث Λ Γ Δ الى مثلث Θ Σ Φ لان ارتفاعهما
واحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث Λ Γ Δ الى
مثلث Θ Σ Φ كنسبة Λ الى Θ ونسبة Γ الى Σ كنسبة Δ الى Φ كنسبة
الى Γ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث Λ Γ Δ الى
مثلث Θ Σ Φ كنسبة Λ الى Θ وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة Γ يمكن ان يقع على نقطة Δ
او بين نقطتي Λ Γ او خارجا عنهما في جهة Δ والبيان في الشكل ظاهر
مما بين



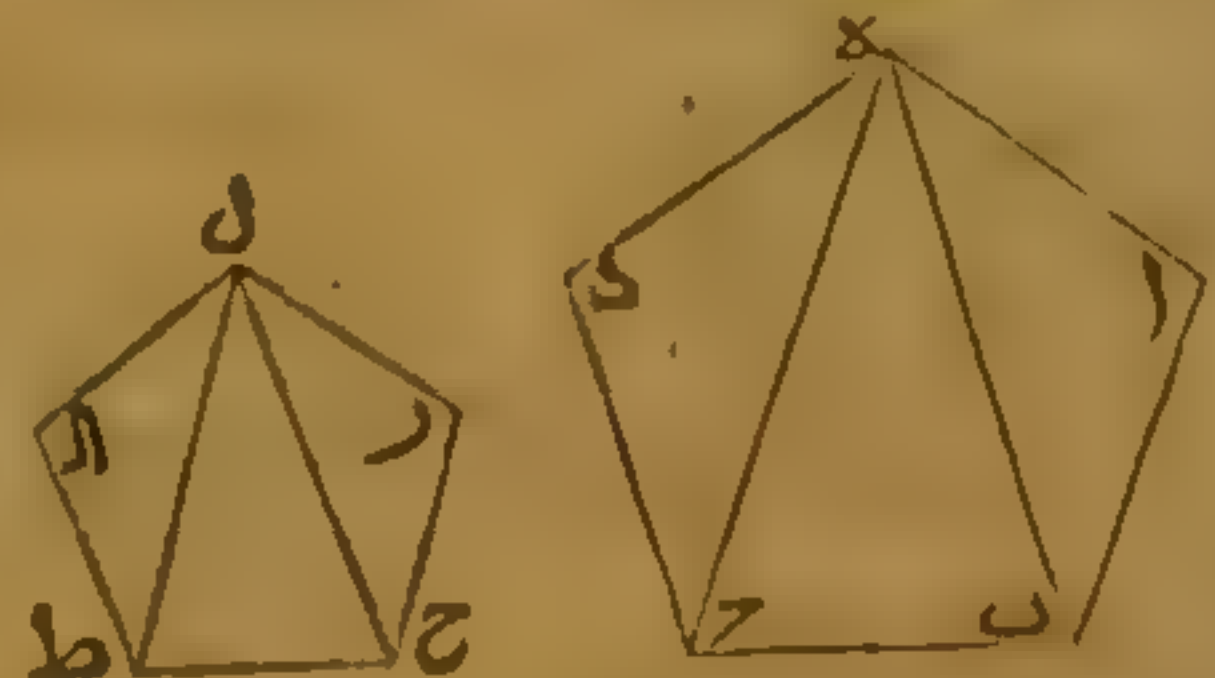
واستبان منه ان كل ثلاثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الى الثالث
كنسبة المثلث المعمل على الاول الى المثلث المعمل على الثاني ان كانا

متشابهين وعلى وضع واحد وك نسبة كذا السطوح المتوازية الاضلاع
التي في اضلاع المثلثين بعدة واحدة ان نسبة الاضلاع كنسبة الاجزاء

جميع السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة تنقسم الى
مثلثات متشابهات بعدة واحدة ونسب السطوح
المتشابهة بعضها الى بعض كنسب اضلاعها

المتناظرة مثناة

ليكن سطح ABC درجة يشبه سطح
مرح DEF فنصل بين نقطة E
وبين كل واحدة من نقطتي B
ونصل بين نقطة F وبين كل



واحدة من نقطتي C بخط مستقيم فاقول ان المثلثات التي يشتمل
عليها سطح ABC نسبة نظايرها المثلثات التي يشتمل عليها سطح DEF وان
نسبة سطح ABC الى سطح DEF كنسبة ضلع من اضلاع سطح ABC الى نظيره
من سطح DEF وليكن كنسبة ضلع AB الى ضلع DE مثناة
ومثلثات السطوح بعدة واحدة برهانه فلان نسبة AB الى DE
كنسبة AC الى DF وزاوية BAC كزاوية EDF فبالشكل السادس زاوية
 ABC كزاوية DEF وزاوية ACB كزاوية DFE فبالشكل الرابع تكون
الاضلاع المتناظرة من مثلثي ABC و DEF متناسبة فهما متشابهان وبمثله
تبين ان مثلث ABC درجة يشبه مثلث DEF وان زاوية ABC كزاوية DEF
وزاوية ACB كزاوية DFE وكانت الزاوية المتناظرة من سطحي ABC و DEF
متساوية فزاوية ABC كزاوية DEF وزاوية ACB كزاوية DFE فبالشكل
الرابع يكون الاضلاع المتناظرة من مثلثي ABC و DEF متناسبة فمثلثات سطح ABC يشبه نظايرها من
مثلثات سطح DEF ولان نسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة ضلع
 AB الى ضلع DE مثناة ونسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة
ضلع AB الى ضلع DE مثناة بالشكل السابع عشر فنسبة مثلث ABC
الى مثلث DEF كنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة بالشكل الحادي
عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة
ضلع AB الى ضلع DE مثناة الى مثناة ل AC فنسبة سطح ABC الى سطح DEF
كنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة الى مثناة ل AC فنسبة سطح ABC الى سطح DEF
كنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة الى مثناة ل AC بالشكل الثالث عشر من
الخامسة

الخامسة اذ بين فيه ان نسبة جميع المقدمات الى جميع تواليه كنسبة
مقدم واحد الى تاليه ونسبة ضلع BC الى ضلع EF مثناة كنسبة
مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة سطح ABC الى سطح DEF كنسبة ضلع BC الى ضلع EF
مثناة وظاهر ان عدة مثلثات السطوح متساوية لان احد السطوح ان
كان مربعا او مائعا فيجب ان يكون الاخر مربعا او مائعا والا يكون
زواياه مخالفة لزاويا الاخر بالصغر والكبر فلا يكونا متشابهين فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان كل ثلاثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الى الثالث
كنسبة السطح المعول على الاول الى السطح المعول على الثاني اذا كانا
متشابهين وعمل عملا واحدا وكذلك نسبة المثلثات التي هي انصاف تلك
السطوح

كل سطح مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان نعمل

على اي خط مستقيم سطحا شبيها به

ليكن الخط AB والسطح ABC فاقول لنا ان نعمل على خط AB سطحا

شبيها لسطح ABC برهانه نصل بين نقطتي A و B

بخط مستقيم ونرسم على نقطتي A و B

زاويتي BAC و ABC كزاويتي EDF و DEF بالشكل

الثالث والعشرين من الاول ولان زاويتي

BAC و ABC اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر

من الاول فزاويتي BAC و ABC المساويتان لهما اقل من قائمتين فاذا

اخرجنا خطي AC و BC في جهة C فانهما يلتقيان فليلقيا على نقطة C

ولان زوايا كل مثلث كقائمتين بالشكل الثاني والثالثين من الاول فزاوية

BAC كزاوية EDF و ABC كزاوية DEF فبالشكل الرابع يكون الاضلاع المتناظرة من مثلثي ABC و DEF متناسبة فمثلثات سطح ABC يشبه نظايرها من

مثلثات سطح DEF ولان نسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة ضلع AB الى ضلع DE مثناة ونسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة

ضلع AB الى ضلع DE مثناة بالشكل السابع عشر فنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة بالشكل الحادي

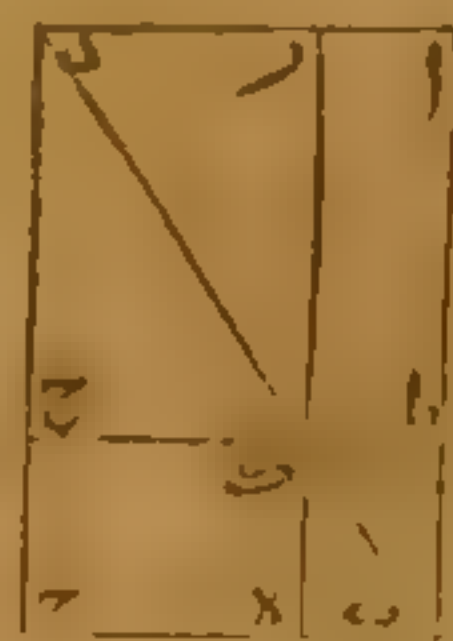
عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مثلث ABC الى مثلث DEF كنسبة ضلع AB الى ضلع DE مثناة الى مثناة ل AC فنسبة سطح ABC الى سطح DEF
كنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة الى مثناة ل AC فنسبة سطح ABC الى سطح DEF كنسبة مثلث ABC الى مثلث DEF مثناة الى مثناة ل AC بالشكل الثالث عشر من
الخامسة

فاما ان تقع على نقطة ط او فيما بين نقطتي ح ط او خارجة عنهما
فيلزم ان يكون احد المثلثين اعظم من الاخر وهما متساويا او تكون
الزاوية الخارجة كالدخلة وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من
الاولي هذا خلف فنقطة ص تقع على نقطة ن فليزم حينئذ ان تقع
نقطة م على نقطة ط والا يلزم احد المحالين هذا خلف فنسبة د ر الي
ح ط كنسبته الي م ر بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة ا ب الي
د ر كنسبة م ر الي م ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا ب الي
د ر كنسبة م ر الي ح ط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

الب

كل سطح متوازي الاضلاع فان جميع السطوح
المتوازية الاضلاع الكائنة على قطره مشابهة له

ومتشابهة



لهكن سطح ا ب ط د ر ا ح المتوازي الاضلاع هما
الكائنان على قطر ب د من سطح ا ح المتوازي الاضلاع
فاقول ان سطح د ر ح ط ه يشابهان سطح ا ح ومتشابهان
برهان فلان كل واحد من ضلعي ا د ط ا يوازي

ضلع ب ح فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاول ولان كل واحد من
ضلعي ا ح د ر يوازي ضلع ا ب فهما متوازيان ولان كل واحد من ضلعي
ا ح د ر يوازي ا د فهما متوازيان ولان كل واحد من ضلعي ر ا ط يوازي
د ح فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاول ولان خط ه ا قطع ضلعي
ب ح د من اضلاع مثلث ب ح د موازيا للضلع د ح من اضلاعه وخط
ط ا قطع ضلعي ا ب د من اضلاع مثلث ا ب د موازيا للضلع ا د من
اضلاعه وخط ح ا قطع ضلعي ب د د من اضلاع مثلث ب د د موازيا
للضلع ب د من اضلاعه فبالشكل الثاني تكون نسبة ب ه الي ا ح و ب ط الي
ط ا و ح ا الي ح د و ا ر الي ر د كنسبة ب ا الي ا د فبالتركيب نسبة ب ح الي
ح د و ب ا الي ا ط و ح ا الي د ح و ا د الي د ر كنسبة ب ا الي د ا بالشكل السابع
عشر من الخامسة فنسبة ب ح الي ح د كنسبة ب ا الي ا ط و ح ا الي د ح و ا د
الي د ر بالشكل الحادي عشر من الخامسة ولان ح ا يساوي ح د و ر ا يساوي
ا ط بالشكل الرابع والثلثين من الاول فنسبة ب ح الي ح ا كنسبته الي ح د
ونسبة ب ا الي ا ط كنسبته الي ا ط بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ح الي ح ا ونسبة ب ا الي ا ط كنسبة

د

د ر الي د ح ونسبة ا د الي د ر فاضلاع سطحي ر ح ا المتناظرة متناسبة ولان
ضلع م ر يوازي ضلع ا ب وضلع ا ح يوازي ضلع ب ح فزاوية د م ر
كزاوية د ا ب وزاوية ر ا د كزاوية ا ب ا وزاوية د ح ا كزاوية د ح ب
وزاوية د ا ح كزاوية د ب ح بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية
ا د ح مشتركة فسطح م ر ح شبيه ب سطح ا ح ومثله تبين ان سطح ط ه شبيه
بسطح ا ح فسطحا م ر ح ط ه متشابهان بالشكل العشرين فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين

الج

كل سطح متوازي الاضلاع فصل منه سطح
متوازي الاضلاع يشبهه ويشاركه في زاوية فهو

كائين على قطره



ولهكن سطح ا ب ح د متوازي الاضلاع وفصل منه
سطح د ه م ر ح متوازي الاضلاع يشبه سطح ا ح
ويشاركه في زاوية د فاقول ان سطح د ه م ر ح كائين
على قطر سطح ا ح برهانه انا نصل د ر ب بخطين مستقيمين فخط ب ر
د ا ح د ه ا على استقامة الاخر ويصيران خطا واحدا مستقيما هو قطر
لسطح ا ح والا فلهكن قطره خط آخر واصل بين نقطتي ب د وهو ب ط د
فلا بد وان يقطع احد ضلعي د ر م ر فليقطع ضلع د ر على نقطة ط
ونخرج منها خط ط ا في جهة ح يوازي ضلع ب ح فهو يوازي كل واحد
من ا د م ر ح بالشكل الواحد والثلثين من الاول فخط ط ا يقطع د ح فليقطع
على نقطة ا فسطح ا ه شبيه ب سطح ا ح بالشكل المتقدم فنسبة د ر الي د ا
كنسبة ا د الي د ه وكانت نسبة د ر الي د ح كنسبة ا د الي د ه فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة د ر الي د ا كنسبته الي د ح فخط د ا كخط
د ح بالشكل التاسع من الخامسة فالجزء يساوي كله هذا خلف فخط
ب ط د لا يمكن ان يقطع احد ضلعي د ر م ر فهو ينطبق على خط ب ر د
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

د

كل سطحين متوازيين الاضلاع يساوي زاويتان
منهما فان نسبة احدهما الي الآخر مولفة من نسبة

بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط $\overline{ب\gamma}$ بالشكل الثالث والثلاثين من
 الاول فسطح $\overline{ب\gamma}$ من المتوازي الاضلاع ونخرج
 من نقطة α خط $\alpha\epsilon$ مواز بالخط $\overline{ب\gamma}$ في جهة $\overline{م}$
 بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ونخرج $\overline{رم}$
 في جهة $\overline{م}$ على استقامته فهو يلقي خط $\alpha\epsilon$ لانا
 اذا وصلنا بين نقطتي α $\overline{م}$ بخط مستقيم كانت
 الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{ام}$ مع الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{م\alpha}$ كفايتين
 بالشكل التاسع والعشرين من الاول فتكون زاوية $\overline{ام}$ مع الزاوية
 المجاورة لزاوية $\overline{ام}$ اقل من قائمتين فليلتقيا على نقطة ϵ ونخرج قطر
 $\overline{ب\epsilon}$ ونضيف الى خط $\overline{اب}$ سطحا متوازي الاضلاع نصف عن تمامه
 سطحا شبيها بسطح $\overline{ب\epsilon}$ فنعين على خط $\overline{ب\epsilon}$ نقطة بين نقطتي $\overline{ب}$ $\overline{ع}$ ولتكن
 هي نقطة δ ونخرج منها خط $\delta\alpha$ مواز بالخط $\overline{ب\epsilon}$ بالشكل الواحد
 والثلاثين من الاول فهو يواز خط $\overline{ب\epsilon}$ بالشكل الثلاثين من الاول فيقطع
 القطر على نقطة فليقطع على نقطة α ونخرجه على استقامته الى ان ينتهي
 الى خط $\overline{م\epsilon}$ ونخرج من نقطة α خط $\alpha\tau$ مواز بالخط $\overline{اب}$ بالشكل
 الواحد والثلاثين من الاول فهو مواز لخط $\overline{ب\epsilon}$ بالشكل الثلاثين من الاول
 ونخرجه على استقامته في جهته الى غير النهاية فينتهي الى خطي $\overline{ب\alpha}$ $\overline{ر\alpha}$
 فيقطع خط $\overline{ب\epsilon}$ فليقطع على نقطة τ فجميع سطوح $\overline{اط}$ $\overline{ط\epsilon}$ $\overline{م\epsilon}$ $\overline{م\alpha}$ $\overline{م\tau}$
 $\overline{ب\alpha}$ $\overline{ا\alpha}$ متوازية الاضلاع وسطح $\overline{ب\alpha}$ شبيه بسطح $\overline{ب\epsilon}$ بالشكل الثاني
 والعشرين فسطح $\overline{ا\alpha}$ هو السطح المتوازي الاضلاع المضاف الى خط $\overline{اب}$
 ناقصا عن تمامه سطح $\overline{ب\alpha}$ الشبيه بالسطح المعلوم على نصف الخط فلانا
 اذا اخذنا لضلي $\overline{ا\alpha}$ $\overline{ا\epsilon}$ اضعاكاف كانت متساوية العدد ولضلي $\overline{ب\epsilon}$ $\overline{ب\alpha}$
 $\overline{ب\epsilon}$ $\overline{ب\alpha}$ كانت متساوية العدد فان كانت اضعاكاف $\overline{ا\alpha}$ زايدة على
 اضعاكاف $\overline{ب\epsilon}$ كانت اضعاكاف $\overline{ا\epsilon}$ زايدة على اضعاكاف $\overline{ب\alpha}$ وان كانت
 مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة لتساوي كل
 واحد من ضلي $\overline{ا\alpha}$ $\overline{ا\epsilon}$ $\overline{ب\epsilon}$ $\overline{ب\alpha}$ فنسبة $\overline{ا\alpha}$ الى $\overline{ب\epsilon}$ كنسبة $\overline{ا\epsilon}$ الى $\overline{ب\alpha}$ الى $\overline{م\epsilon}$
 وبمثله تبين ان نسبة $\overline{م\epsilon}$ الى $\overline{م\alpha}$ كنسبة $\overline{ا\epsilon}$ الى $\overline{ب\alpha}$ الى $\overline{م\tau}$ فبالشكل الحادي عشر
 من الخامسة تكون نسبة $\overline{م\epsilon}$ الى $\overline{م\alpha}$ كنسبة $\overline{ا\epsilon}$ الى $\overline{ب\alpha}$ وبمثله تبين ايضا
 ان نسبة $\overline{م\epsilon}$ الى $\overline{ب\alpha}$ كنسبة $\overline{ا\epsilon}$ الى $\overline{ب\epsilon}$ والزاويا المتناظرة من سطحي $\overline{ام}$ $\overline{م\epsilon}$
 متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الاول فسطح $\overline{ام}$ شبيه بسطح $\overline{م\epsilon}$
 وهو شبيه بسطح $\overline{ب\alpha}$ بالشكل العشرين فاقول ان سطح $\overline{ام}$ اعظم من سطح $\overline{ا\alpha}$
 برهانه فلان ضلع $\overline{م\epsilon}$ يساوي ضلع $\overline{ا\alpha}$ وضلع $\overline{م\alpha}$ يساوي ضلع $\overline{ب\alpha}$
 بالشكل الرابع والثلاثين من الاول وضلعا $\overline{ب\epsilon}$ $\overline{م\epsilon}$ متساويان فضلعا $\overline{م\alpha}$ $\overline{ب\alpha}$
 $\overline{م\epsilon}$ $\overline{م\alpha}$ متساويان فسطحا $\overline{اط}$ $\overline{م\epsilon}$ متساويان بالشكل السادس والثلاثين من
 الاول فسطح $\overline{اط}$ اعظم من سطح $\overline{ا\alpha}$ وسطح $\overline{ا\alpha}$ يساوي سطح $\overline{م\epsilon}$ بالشكل
 الثالث



الثالث والامر بعين من الاول فسطح $\overline{اط}$ اعظم من سطح $\overline{ا\alpha}$ فاذا اضفنا
 سطح $\overline{اط}$ الى سطح $\overline{اط}$ حصل سطح $\overline{ام}$ واذا اضفناه الى سطح $\overline{ا\alpha}$ حصل سطح
 $\overline{ا\alpha}$ فسطح $\overline{ام}$ اعظم من سطح $\overline{ا\alpha}$ فلو فرضنا بين
 نقطتي $\overline{ب}$ $\overline{ع}$ على خط $\overline{ب\epsilon}$ نقطة غير متناهية
 واخرجنا من كل واحدة منها خطا موازيا
 لخط $\overline{ب\epsilon}$ فانه يقطع القطر ونخرج من نقطة
 التقاطع خط يوازي خط $\overline{اب}$ واخر جناه في
 جهته الى ان ينتهي الى ضلي $\overline{ا\epsilon}$ فانه يحدث سطوح متوازية
 الاضلاع غير متناهية مضافة الى خط $\overline{اب}$ ناقصا كل واحد منها عن
 خط $\overline{اب}$ سطحا شبيها بسطح $\overline{ب\epsilon}$ فيكون سطح $\overline{ام}$ اعظم من كل واحد من
 تلك السطوح بالبيان المذكور فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط مستقيم محدود مفروض معلوم لنا
 ان نضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع مساويا
 لسطح معلوم مفروض مستقيم الاضلاع ينقص عن
 تمام الخط سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح
 معلوم مفروض متوازي الاضلاع

ليكن الخط $\overline{اب}$ والسطح المستقيم الاضلاع سطح $\overline{ب\epsilon}$ والسطح المتوازي
 الاضلاع سطح $\overline{د\epsilon}$ فاقول لنا ان نضيف الى خط $\overline{اب}$ سطحا متوازي الاضلاع
 يساوي سطح $\overline{ب\epsilon}$



وينقص عن تمام
 خط $\overline{اب}$ سطحا
 متوازي الاضلاع
 شبيه بسطح $\overline{ب\epsilon}$
 برهانه نصف

خط $\overline{اب}$ على نقطة $\overline{ح}$ بالشكل العاشر من الاول ونعمل على خط $\overline{ب\epsilon}$ سطحا
 متوازي الاضلاع شبيها بسطح $\overline{د\epsilon}$ بالشكل التاسع عشر وهو سطح $\overline{ب\epsilon}$ $\overline{ب\alpha}$
 ونخرج من نقطة α خط $\alpha\epsilon$ مواز بالخط $\overline{ح\epsilon}$ بالشكل الواحد والثلاثين
 من الاول ونخرج خط $\alpha\tau$ في جهة $\overline{ط}$ على استقامته فهو يلقي خط $\alpha\epsilon$
 لانا اذا وصلنا خط $\overline{اط}$ المستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية $\overline{باط}$

خط م نه يوازي ط ا ونخرجه في جهة م علي استقامته الي غير النهاية
ومن نقطة ل خط ل نه يوازي م ط بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي
ونخرجه في جهة م علي استقامته ولانا اذا وصلنا م ل بخط مستقيم كانت
زاوية نه م ل مع الزاوية المجاورة لزاوية م ل ط كقائمتين بالشكل التاسع
والعشرين من الاولي فزاويتا نه م ل م ل نه اقل من قائمتين فخطا م نه ل نه
يلتقيان فليلتقيا علي نقطة نه فسطح م ل كسطح نه بانطباق سطح نه
علي سطح م ل بحيث ينطبق نقطة ر علي نقطة ط وضلع ق ر ر ش
علي ضلعي م ط ط ل ونخرج من ا خط يوازي ح م في جهة م بالشكل
الواحد والثلاثين من الاولي ونخرجه علي استقامته فينتهي الي خط نه م
بمثل ما بينا اذا وصلنا ا م بخط مستقيم ونخرج خطي ب ح ب ا علي
استقامتهما في جهة



فسطح ح ا كايين علي
قطر سطح م ل بالشكل الثالث والعشرين فخط نه ب ط قطر لسطح م ل
فسطح نه يشبه سطح ح ا بالشكل الثاني والعشرين وكان سطح نه شبيها
بسطح ح ا فسطحا نه م ل متشابهان بالشكل العشرين وكان سطح ح ا ح ر
يساويان سطح ق ر ش وسطح م ل يساوي سطح ق ر ش فعلم م نه ا يساوي
سطح ح م م م ب ل كتمم ب م بالشكل الثالث والاربعين من الاولي وسطح
ا م كتمم ب م بالشكل السادس والثلاثين من الاولي فسطح نه ا كعلم م نه ا وكان
سطح ح كعلم م نه ا فسطح نه المتوازي الاضلاع يساوي سطح ح ويزيد علي
خط ا ب سطح نه الشبيه بسطح ح ر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ط

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه

علي نسبة ذات وسط وطرفين



ليكن الخط ا ب فاقول لنا ان نقسمه علي نسبة ذات
وسط وطرفين برهانه نرسم علي ا ب مربع ا ب ح د
بالشكل الخامس والاربعين من الاولي ونضيف الي
خط ا د سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربع ا ح و
يزيد علي خط ا د سطحا متوازي الاضلاع يشبه
مربع بالشكل المتقدم وليكن السطح المضاف سطح ط والسطح المتوازي
الاضلاع

الاضلاع الذي يزيد علي خط ا د سطح ا د م ح فنقطه ح لا يمكن ان يقع
علي نقطه ب او خارجها عن خط ا ب والا يلزم ان يكون سطح ط ضعف
مربع ا ح او اعظم من ضعفه هذا خلف فتقع بين نقطتي ا ب فتكون
ا ح م ح مربعان لان مشابه المربع مربع فلان ضلع ح ط كضلع ا د بالشكل
الرابع والثلاثين من الاولي فضلع ا ب كضلع ح ط وضلع ا ح كضلع سطح
ح ر فاذا اخذ للاول والثالث وهما ا ب ح ط اضعايف متساوية العدد
اي عدة كانت مما لا يتناهي والثاني والرابع وهما ا ح ح ر اضعايف متساوية
العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعايف الاول زايدة علي
اضعايف الثاني كانت اضعايف الثالث زايدة علي اضعايف الرابع وان
كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة ا ب
الي ا ح كنسبة ح ط الي ح ر وايضا فلان سطح ح ر ح م متوازي الاضلاع
وزاويتا ا ح م ب ح ط متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فنسبة
ضلع ا ح الي ضلع ح ب كنسبة ط ح الي ح ر بالشكل الثالث عشر
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا ب الي ا ح كنسبة ا ح الي ح ب
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ومما تقدم ان جميع الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط
وطرفين مقسومة علي نسبة واحدة اي نسبة اي
خط منها الي قسمه الاعظم كنسبة قسم الاعظم من
كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاصغر ونسبة
كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاعظم
ونسبة تلك الخطوط الي بعضها بعض كنسبة اقسام
بعضها الي بعض النظر من النظر فجميع ما يعرض
لواحد منها يعرض لكل واحد من بواني تلك
الخط



فليكن لبيان ذلك خط ده مقسوما علي نقطة ح
بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم ح ر فليكون سطح ا ب في ح
كربع ا ح وسط ده في ح كربع ح ر باستبانة الشكل السادس عشر
فسطح ا ب في ح وده في ح م ح مربعي ا ح ح ر اربعة مقادير اذا اخذ
للاول والثالث وهما سطح ا ب في ح وده في ح م ح اضعايف متساوية
العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي واخذ للثاني والرابع وهما مربع ا ح
ح ر اضعايف متساوية العدد اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعايف
الاولي زايدة علي اضعايف الثاني كانت اضعايف الثالث زايدة علي
اضعايف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة
كانت ناقصة فنسبة سطح ا ب في ح الي مربع ا ح كنسبة سطح ده في ح
الي مربع ح ر ولان نسبة الاضعايف اذا كانت متساوية العدد كنسبة

الاجزاء بالشكل الخامسة عشر من الخامسة فتكون نسبة اربعة امثال
 سطح \overline{AB} في \overline{BAC} الى مربع \overline{AC} كنسبة اربعة امثال سطح \overline{DE} في \overline{D} الى
 مربع \overline{D} في \overline{BAC} بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة اربعة
 امثال سطح \overline{AB} في \overline{BAC} مع مربع \overline{AC} الى مربع \overline{AC} كنسبة اربعة امثال
 سطح \overline{DE} في \overline{D} مع مربع \overline{D} الى مربع \overline{D} لكن اربعة امثال سطح \overline{AB} في
 \overline{BAC} مع مربع \overline{AC} يساوي مربع \overline{AB} اذا اتصلا خطا واحدا \overline{AB}
 واربعة امثال سطح \overline{DE} في \overline{D} مع مربع \overline{D} يساوي مربع \overline{DE} اذا
 اتصلا خطا واحدا بالشكل الثامن من الثانية فنسبة مربع \overline{AB} في \overline{BAC} اذا
 اتصلا خطا واحدا الى مربع \overline{AC} كنسبة مربع \overline{DE}
 و \overline{D} اذا جعلنا خطا واحدا الى مربع \overline{D} ثم نقول
 نسبة خطي \overline{AB} في \overline{BAC} اذا اتصلا خطا واحدا الى
 خط \overline{AC} مثناة نسبة مربع \overline{AB} في \overline{BAC} اذا اتصلا خطا
 واحدا الى مربع \overline{AC} بالشكل الثامن عشر وكانت
 نسبة مربع \overline{DE} و \overline{D} اذا اتصلا خطا واحدا الى مربع
 و كنسبة مربع \overline{AB} في \overline{BAC} اذا اتصلا خطا واحدا
 الى مربع \overline{D} في الشكل الحادي عشر من الخامسة
 نسبة خطي \overline{AB} في \overline{BAC} اذا اتصلا خطا واحدا الى
 خط \overline{AC} مثناة كنسبة مربع \overline{DE} و \overline{D} اذا اتصلا خطا واحدا الى مربع \overline{D}
 ونسبة خطي \overline{DE} و \overline{D} اذا اتصلا خطا واحدا الى خط \overline{D} مثناة كنسبة
 مربع \overline{DE} و \overline{D} اذا اتصلا خطا واحدا الى مربع \overline{D} بالشكل الثامن عشر
 في الشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة خطي \overline{AB} في \overline{BAC} اذا اتصلا خطا
 واحدا الى خط \overline{AC} مثناة كنسبة خطي \overline{DE} و \overline{D} اذا اتصلا خطا واحدا
 الى خط \overline{D} مثناة فنسبة خطي \overline{AB} في \overline{BAC} اذا اتصلا خطا واحدا الى
 خط \overline{AC} كنسبة خطي \overline{DE} و \overline{D} اذا اتصلا خطا واحدا الى خط \overline{D}
 فيالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة خطوط \overline{AB} في \overline{BAC} \overline{AC}
 اذا اتصلت خطا واحدا الى خط \overline{AC} كنسبة خطوط \overline{DE} و \overline{D} اذا
 اتصلت خطا واحدا الى خط \overline{D} لكن خطوط \overline{AB} في \overline{BAC} \overline{AC} ضعف \overline{AB}
 وخطوط \overline{DE} و \overline{D} ضعف \overline{DE} ونسبة الاضعف اذا كانت متساوية
 كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة \overline{AB} الى \overline{AC}
 كنسبة \overline{DE} الى \overline{D} فيالابدال بالشكل السادس عشر من الخامسة
 نسبة \overline{AC} الى \overline{D} كنسبة \overline{AB} الى \overline{DE} فيالشكل التاسع عشر من الخامسة
 نسبة \overline{BAC} الى \overline{D} كنسبة \overline{AB} الى \overline{DE} فيالشكل الحادي عشر من الخامسة
 نسبة \overline{AC} الى \overline{D} كنسبة \overline{AB} الى \overline{DE} فيالشكل الحادي عشر من الخامسة



ل

كل

كل مثلثين متشابهين احاطا ضلعان منهما
 زاوية وكانا موازيين لضلعين اخرين منهما
 النظيرين لهما في النسبة فان احدا الضلعين
 الباقيين منهما علي استقامة الضلع الاخر منهما

ليكن ضلع \overline{BAC} من مثلثي \overline{ABC} و \overline{ADE} احاطا بزاوية \overline{BAC} و \overline{ADE}
 يوازي \overline{BAC} وكانت نسبة \overline{AC} الى \overline{AE} كنسبة \overline{BC} الى \overline{DE} فاقول ان ضلع
 \overline{AB} علي استقامة ضلع \overline{AD} برهانه فلان ضلع \overline{AC}
 يوازي ضلع \overline{AE} وضلع \overline{BC} يوازي ضلع \overline{DE} فكل من
 زاويتي \overline{ABC} و \overline{ADE} يساوي زاوية \overline{BAC} بالشكل التاسع
 والعشرين من الاولى فهما متساويتان ونسبة \overline{AC} الى \overline{AE}
 كنسبة \overline{BC} الى \overline{DE} فيالشكل السادس زاوية \overline{BAC}
 كزاوية \overline{ADE} وكانت زاوية \overline{BAC} كزاوية \overline{ADE} فزاوية \overline{BAC} كزاوية
 \overline{ADE} وهما مع زاوية \overline{BAC} كزاويتي \overline{BAC} بالشكل الثاني والثلاثين من
 الاولى فزاويتي \overline{BAC} و \overline{ADE} كزاويتي \overline{BAC} علي استقامة ضلع \overline{AD}
 فضلع \overline{AB} علي استقامة ضلع \overline{AD} بالشكل الرابع عشر من الاولى فالحكم
 ثابت وذلك ما اردنا ان نبي



لا

كل مثلث مستقيم الاضلاع قائم الزاوية فان
 الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي وتر القائمة
 منه يساوي الشكليين المستقيمي الاضلاع المضافين
 الى الضلعين المحيطين بها اذا كانا شبيهين به

لتكن زاوية \overline{BAC} من مثلث \overline{ABC} قائمة فاقول ان الشكل المستقيم
 الاضلاع المضاف الى ضلع \overline{BC} يساوي الشكليين
 المستقيمي الاضلاع المضافين الى ضلعي \overline{AB} و \overline{AC} معا
 اذا كانا شبيهين بالشكل المضاف الى \overline{BC} برهانه
 فلان نسبة مربع \overline{AB} الى مربع \overline{BC} كنسبة مربع
 \overline{AB} الى \overline{BC} مثناة بالشكل الثامن عشر ونسبة الشكل المستقيم الاضلاع



المعول على ضلع $آب$ الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على $بـ$ اذا كانا متشابهين كنسبة $آب$ الى $بـ$ مثناه بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع $آب$ الى مربع $بـ$ كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعول على $آب$ الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على $بـ$ اذا كانا متشابهين ومثل ما ذكرنا تبين ان



نسبة مربع $آ$ الى مربع $بـ$ كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعول على $آ$ الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على $بـ$ اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة مربعي $آب$ معاً الى مربع $بـ$ كنسبة الشكلين المستقيمين الاضلاع المعولين على ضلعي $آب$ معاً الى الشكل المستقيم الاضلاع المعول على $بـ$ اذا كانا شبيهين به لكن مربعاً $آب$ معاً كمربع $بـ$ بالشكل السابع والاربعين من الاولى بالشكلان المستقيمان الاضلاع المعولان على ضلعي $آب$ معاً يساويان الشكل المستقيم الاضلاع المعول على ضلع $بـ$ اذا كانا شبيهين به او نقول نخرج من نقطة $آ$ عموداً على ضلع $بـ$ بالشكل الثاني عشر من الاولى فيكون ضلع $آب$ وسطاً في النسبة بين قاعدة $بـ$ و $بـ$ الذي هو قسم منها وضلع $آ$ وسطاً في النسبة بين قاعدة $بـ$ و $بـ$ الذي هو قسم منها باستنباه الشكل الثامن فيكون نسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة $بـ$ الى $بـ$ مثناه ونسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة $بـ$ الى $بـ$ مثناه بما تبين في صدر المقالة الخامسة فبالخلاف نسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة $آب$ الى $بـ$ مثناه ونسبة الشكل المعول على $آب$ الى الشكل المعول على $بـ$ كنسبة $آب$ الى $بـ$ مثناه بالشكل الثاني عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة الشكل المعول على $آب$ الى الشكل المعول على $بـ$ اذا كانا متشابهين ونسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة $آ$ الى $بـ$ مثناه ونسبة الشكل المعول على $آ$ الى الشكل المعول على $بـ$ كنسبة $آ$ الى $بـ$ مثناه بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة الشكل المعول على $آ$ الى الشكل المعول على $بـ$ اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة $بـ$ الى $بـ$ كنسبة الشكلين المعولين على $آب$ معاً الى الشكل المعول على $بـ$ اذا كانا شبيهين به لكن $بـ$ يساويان $بـ$ فالشكلان المعولان على $آب$ معاً يساويان الشكل المعول على $بـ$ اذا كانا شبيهين به فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لـ

كل زاويتين في الدائرتين المتساويتين مركزيتين

كانتا

كانتا او محيطيتين فان نسبة احدهما الى الاخرى كنسبة قوسهما على الـ

ليكن في دائرة $آبـ$ المساوية لدائرة $دـ$ زاوية $بـ$ حـ على المركز وزاوية $بـ$ آـ على المحيط وفي الاخرى زاوية $طـ$ رـ على المركز وزاوية $دـ$ رـ على المحيط فاقول ان نسبة زاوية $بـ$ حـ الى زاوية $طـ$ رـ او نسبة زاوية $بـ$ آـ الى زاوية $دـ$ كنسبة قوس $بـ$ الى قوس $دـ$ برهانه



قوسي $آـ$ ونفصل من محيط دائرة $دـ$ امثال قوس $دـ$ كم شبيهاً وليكن المفصول قوسي $مـ$ منه ونصل بين نقطة $حـ$ وبين كل واحدة من نقطتي $آـ$ وبين نقطة $طـ$ وكل واحدة من نقطتي $مـ$ بخط مستقيم

فكل من زاويتي $لـ$ حـ $آـ$ كزاوية $بـ$ حـ وكل من زاويتي $نـ$ طـ $مـ$ كزاوية $طـ$ رـ $دـ$ بالمثل السادس والعشرين من الثالثة فعدة اضعايف زاوية $بـ$ حـ لزاوية $بـ$ حـ كعدة اضعايف قوس $بـ$ الى قوس $بـ$ وكعدة اضعايف زاوية $طـ$ رـ لزاوية $طـ$ رـ كعدة اضعايف قوس $دـ$ الى قوس $دـ$ وان كانت زاوية $بـ$ حـ اعظم من زاوية $طـ$ رـ كانت قوس $بـ$ حـ اعظم من قوس $دـ$ وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة بقوة الشكل السادس والعشرين من الثالثة فظاهر ان زاويتي $بـ$ حـ $آـ$ وقوسي $بـ$ حـ $آـ$ اربعة مقادير اذا اخذ الاول والثالث اي اضعايف متساوية العدة وهما زاوية $بـ$ حـ وقوس $بـ$ حـ والثالث والرابع اي اضعايف متساوية العدة وهما زاوية $طـ$ رـ وقوس $دـ$ وان كانت اضعايف الاول زايدة على اضعايف الثاني كانت اضعايف الثالث زايدة على اضعايف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة زاوية $بـ$ حـ الى زاوية $طـ$ رـ كنسبة قوس $بـ$ الى قوس $دـ$ ولان زاوية $بـ$ حـ ضعف زاوية $بـ$ آـ وزاوية $طـ$ رـ ضعف زاوية $دـ$ رـ بالشكل التاسع عشر من الثالثة ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعايف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة زاوية $بـ$ آـ الى زاوية $دـ$ رـ كنسبة زاوية $بـ$ حـ الى زاوية $طـ$ رـ وكانت نسبة قوس $بـ$ الى قوس $دـ$ كنسبة زاوية $بـ$ حـ الى زاوية $طـ$ رـ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة زاوية $بـ$ آـ الى زاوية $دـ$ رـ كنسبة قوس $بـ$ الى قوس $دـ$ وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة السادسة والله المجد وشكره على ما ساعد

المقالة السابعة وثلاثون

المصادر

الكم عرض يقبل القسمة والإقسمة لذاته فان اشتركت اجزاء في حد
فهو الكم المتصل والا فهو المنفصل وهو اما قار الذات وهو الذي يحصل
اجزائه في الموجود معا وهو العدد وغير قار الذات وهو الذي لا يحصل
اجزائه في الوجود معا وهو القول \Rightarrow الوحدة شيء به يمنع الوجود عن
الانقسام الى اشياء تشاركه في تمام دانياته \Rightarrow العدد هو الكمية المتألفه
من الوحدات ويقال العدد على الواحد من حيث هو واقع في مراتب
العدد \Rightarrow كل عدد اقل من عدد آخر فان عدده فهو جزءه والمعدود
اضاعفه وان لم يعدده فهو اجزاء منه \Rightarrow العدد الزوج كل عدد ينقسم
متساويين ويخالف الفرد بواحد \Rightarrow والعدد الفرد كل عدد لا يمكن
ان ينقسم بمساويين ويخالف الزوج بواحد \Rightarrow زوج الزوج كل عدد
يعدده عدد زوج مرات عدتها زوج \Rightarrow وزوج الفرد كل عدد يعدده عدد
فرد مرات عدتها زوج \Rightarrow وفرد الفرد كل عدد يعدده عدد فرد مرات
عدتها فرد \Rightarrow العدد الاول كل عدد لا تعدده غير الواحد \Rightarrow والعدد
المركب كل عدد يعدده عدد غير الواحد \Rightarrow والاول عند عدد كل عددين
يعددها معا غير الواحد \Rightarrow والعدد المركب عند عدد كل عددين
يعددها معا عدد غير الواحد \Rightarrow والاعداد المشتركة كل عددين او اعداد
يعددها معا غير الواحد \Rightarrow والاعداد المناسبة كل عددين او اعداد
لا يعددها معا عدد غير الواحد \Rightarrow الصرب هو ان يوجد احد
العددين بعدد احاد العدد الاخر فيكون خصه الواحد من احاد
المصروب في المصروب فيه بعينه والمجموع هو العدد الحاصل من الضرب
العدد \Rightarrow العدد المربع هو العدد الحاصل من ضرب عدد في مثله
ويحيط به عددان متساويان \Rightarrow العدد المكعب هو العدد الحاصل من
ضرب عدد في مربعه ويحيط به ثلثة اعداد متساوية \Rightarrow العدد المسطح
هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد ما ويحيط به عددان ويقال
للمصروب والمصروب فيه ضلعا المسطح \Rightarrow العدد المحسم هو العدد الحاصل
من ضرب عدد في عدد مسطح ويحيط به ثلثة اعداد في اضلاع الجسم \Rightarrow
الاعداد المناسبة هي الاعداد التي الاول منها مثل اوضاعف او اجزاء
من الثاني كالثالث من الرابع بعينه \Rightarrow والاعداد المسطحة والجسمه
المتشابهة هي الاعداد التي اضلاعها متناسبة \Rightarrow العدد التام كل عدد
اجزائه متساوية \Rightarrow

الشكل

الشكل

أ

كل عددين مختلفين نقص مثل الاول او
امثاله من الاكثر حتى بقي اقل من الاقل ثم نقص مثل
الباقى او امثاله من الاقل حتى بقي اقل من الباقي
الاول وهكذا دايما فلا ينتهيا في التناقص الى عدد
بعد ما يليه قبله الى ان ينتهي الى الواحد فهما

متباينان

ليكن عددا \overline{AB} \overline{CD} مختلفين و \overline{CD} اقلها ونقص مثل \overline{CD}
او امثاله من \overline{AB} الى ان يبقى \overline{AP} اقل من \overline{CD} ونقص
مثل \overline{AP} او امثاله من \overline{CD} الى ان يبقى \overline{CH} اقل من \overline{AP}
ونقص مثل \overline{CH} او امثاله من \overline{AP} الى ان يبقى \overline{AA} الواحد
فاقول ان عددي \overline{AB} \overline{CD} متباينان برهانهم فلا يلزم ان يتباينا لعددهما
عدد غيرهما وليكن هو \overline{EF} فلان \overline{EF} يعد \overline{CD} وهو يعد \overline{AP} فهو يعد
 \overline{BP} وكان \overline{EF} يعد \overline{AB} فهو يعد \overline{AP} وهو يعد \overline{CH} فهو يعد \overline{DH} وكان
يعد \overline{CD} فهو يعد \overline{CH} وهو يعد \overline{AP} فهو يعد \overline{AP} وكان يعد \overline{AP} فهو
يعد \overline{AA} الواحد هذا خلف ف \overline{AB} \overline{CD} متباينان وذلك ما اردنا ان نبين \Rightarrow

ب

لنا ان نجد اكر عدد يعد عددين مشتركين

مفروضين مختلفين

فليكن العددان المشتركان \overline{AB} \overline{CD} و \overline{CD} اقلها
نجد ان عد \overline{AB} و \overline{CD} يعد ثلثة فهو اكر عدد يعد
هما ان لا يعد \overline{CD} عدد اكر منه وان لم يعد \overline{CD}
عدد \overline{AB} فاذا سلطنا بعد الاكر منهما بالاقل
فلا بد من الانتهاء الى عدد يعد الذي يليه قبله والا لكانا متباينين
بالشكل المتقدم فلنعد \overline{CD} \overline{BE} من \overline{AB} ويبقى \overline{AE} منه اقل من \overline{CD} و \overline{AD}

ح ا ح ل معا بجمع ا ب د ل ط معا بجمع ا ب د ر معا
والعدة واحدة في بجمع ح د ط ح معا من امثال بجمع ا ب د ر معا
مثل ما في ح د ا و ح ط من امثال قريبه جزية ا ب د ر ل ح د ح ط غير
جزية ا ب ل ح د وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين احدهما اجزاء من عدد والاخر
تلك الاجزاء بعينها من عدد اخر فالعددان معا
تلك الاجزاء بعينها من العددين الاخرين معا *

ليكن أب اجزاء من حد وَمِنْ تلك الاجزاء بعينها من حط فاقول ان أب
حط معا تلك الاجزاء بعينها من حد حط معا برهانه
 نقسم أب باجزاء حد وَمِنْ باجزاء حط وَي أ أب وَل
لر فعدة اجزاء أب لحد كعدة اجزاء وَمِنْ لحط فلان
أ من حد الجزء الذي وَل من حط فاله وَل معا من حد
حط معا كأ او وَل من قريبه بالشكل المتقدم ولذلك
 نبين ان أب لر معا من حد حط معا مثل أب او لر
من قريبه فأب وَمِنْ معا من حد حط معا الاجزاء التي كانت أب او وَمِنْ
من قريبه وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كان عددان احدهما جزء من الاخر ونقص منهما
عددان احدهما ذلك الجزء بعينه من الاخر النظير
من النظير والباقي من الجزء ذلك الجزء بعينه من

الباقى من الك
ليكن أب جزء من د ونقص منها آه حمر وآه حمر ذلك
الجزء الذي كان أب من د فاقول ان ب من د الجزء الذي
كان أب من د برهانه نجعل ب جزء من ح كاه من
حمر وذلك نضعف ب بعدة اضعاى د لآب فلان جزء آه
من د كجزء ب من ح كجزئية أب من ح كجزئية آه من
حمر بالشكل الخامس وكان أب جزءا من د كجزء آه من حمر كجزء مثل
د فاذا

حَدَ فَإِذَا الْقَبِيلَا الْمَشْرَكَ يَبْعِي رَدَ مِثْلَ حَ وَكَانَ بَ جَزْءًا مِنْ حَ كَجَزْءِ
 آه مِنْ حَرٍّ كَجَزْءِ بَاءٍ مِنْ رَدٍّ كَجَزْءِ آهٍ مِنْ حَرٍّ وَكَانَ جَزْءُ أَبٍ مِنْ حَدٍّ كَجَزْءِ
 آهٍ مِنْ حَرٍّ كَجَزْءِ بَاءٍ مِنْ رَدٍّ كَجَزْءِ أَبٍ مِنْ حَدٍّ وَذَلِكَ مَا أَرَدْنَا أَنْ نُبَيِّنَ ۝

كل عددين احدهما اجزاء من الاخر ونقص منهما
عددان وكان المنقوص الاجزاء غير الاجزاء المنقوص
من الكل فالباقي من الاجزاء غير تلك الاجزاء
من الباقي من الكل

من الباقى من الكـ
 ل ب د ط
 ر ن ه ح
 ا ب ج د ه ز ح ط
 ت ث ج د ه ز ح ط
 ي ر ن ه ح
 ا ب ج د ه ز ح ط
 ت ث ج د ه ز ح ط
 ي ر ن ه ح

كل عددين احدهما جز من عدد والآخر
منهما ذلك الجز بعينه من عدد آخر فاذا بدلنا
كان الجز من الجز الجزا والاجزاء التي يكون الكل
من الك

ليكن أَب جزءاً من حَد ورَ ذلك الجزء بعينه من حط فاقول ان أَب من رَ الجزء أو الاجزاء التي يكون حَد من حط برهانه فلان في حَد من

امثال اب مثل ما في ح ط من امثال د ر فلنقسم ح د على اب وح ط على
 د ر فيكون الاقسام الحادثة ح د ل ط فكل واحد
 من ح د ل ط مثل اب وكل واحد من ح د ل ط مثل د ر
 فح د من ح د ل ط يكون ح د من ح د ل ط فح د
 من ح ط الجزء او الاجزاء التي يكون ح د من ح ط بالشكل
 الخامس او السادس واب من ح ط الجزء او الاجزاء التي
 يكون ح د من ح ط فح د من ح ط الجزء او الاجزاء التي
 يكون اب من د ر وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين احدهما اجزاء من عدد والآخر
 تلك الاجزاء بعينها من عدد آخر فاذا بدلنا
 كانت الاجزاء من الاجزاء الجزء او الاجزاء التي يكون

الكل من الكل
 ل يكن اب اجزاء من ح د وتلك الاجزاء بعينها
 من ح ط فاقول اذا بدلنا كان اب من د ر الجزء او
 الاجزاء التي يكون ح د من ح ط برهانه فلنقسم
 اب د ر الى اجزاء ح ط وي ا ل اب د ل ر فلان
 ا ل من د ل الجزء او الاجزاء التي يكون اب من ل ر
 فبالشكل الخامس او السادس اب من د ر الجزء او الاجزاء التي يكون اب
 من ل ر ود من ح ط الجزء او الاجزاء التي يكون اب من ل ر بالشكل
 المتقدم فاب من د ر الجزء او الاجزاء التي يكون ح د من ح ط وذلك ما
 اردنا ان نبين

كل عددين نقص منهما عددان علي نسبتها
 النظير من النظير فان الباقيين علي تلك النسبة

ل يكن نسبة اب الى ح د كنسبة ا ه الى ح ر ونقص ا ه ح ر من
 نظيرتها فاقول ان نسبة ب ه الى د ر الباقيين كنسبة اب الى ح د
 برهانه فلان اب من ح د الجزء او الاجزاء التي ا ه من ح ر فب
 من د ر الجزء او الاجزاء التي اب من ح د بالشكل السابع
 والثامن

والثامن فلسبة د ب الى ح د كنسبة اب الى ح د وذلك ما اردنا ان نبين
 واستبان منه ان ا ه من ح ر الجزء او الاجزاء التي د ب من ح د كنسبة ا ه الى
 ح ر كنسبة د ب الى ح د

كل اعداد متناسبة فنسبة مقدم الي تاليه
 كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي

ل يكن نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د فاقول ان نسبة
 مجموع ا ج الى مجموع ب د كنسبة ا الى ب برهانه فلان
 ا من ب الجزء او الاجزاء التي ج من د فح د معا من ب د
 الجزء او الاجزاء التي ا من ب بالشكل الخامس او
 السادس فنسبة ا ج معا الى ب د معا كنسبة ا الى ب
 وذلك ما اردنا ان تبين

كل اربعة اعداد متناسبة اذا ابدلت كانت

ايضا متناسبة
 ل يكن نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د فاقول اذا ابدلت
 كانت نسبة ا الى ج كنسبة ب الى د برهانه فلان ا
 من ب الجزء او الاجزاء التي ج من د فاذا ابدلنا كان ا من
 ج الجزء او الاجزاء التي يكون ب من د بالشكل التاسع او العاشر فنسبة
 ا الى ج كنسبة ب الى د وذلك ما اردنا ان نبين
 واستبان من هذه الاشكال الثلاثة المتقدمة ان كل اربعة اعداد متناسبة
 بالتركيب فادها متناسبة بالتفصيل وبالعكس

ل يكن نسبة عدد اب الى عدد ب ه كنسبة عدد ح د الى عدد د ر
 د ر بالتركيب فبالابدال نسبة اب الى ح د كنسبة د ب الى ح ر
 بالشكل المتقدم فباستبانة الشكل الحادي عشر نسبة ا ه الى ح ر
 كنسبة د ب الى د فبالابدال نسبة ا ه الى د كنسبة ح ر الى
 د بالتفصيل بالشكل المتقدم
 وان كانت نسبة ا ه الى د كنسبة ح ر الى د بالتفصيل
 فبالابدال نسبة ا ه الى ح ر كنسبة د ب الى د بالشكل المتقدم فبالشكل
 الثاني عشر نسبة اب الى ح د كنسبة د ب الى د فبالابدال بالشكل
 المتقدم نسبة اب الى ب ه كنسبة ح د الى د بالتركيب

كل صنفين من الاعداد متساويين العدة كم
كانت العدة وكان كل اثنين من صنف على نسبة
اثنين من صنف آخر النظيف من النظيف في نسبة

المساواة متناسبة

لكن آي ح د ه ر صنفين من العدد على عدة
 واحدة ونسبة آ ب كنسبة د ه ونسبة ب ح
 كنسبة ه ر فاقول في المساواة نسبة آ الي ح
 كنسبة د الي ر برهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه فنسبة
 آ الي د كنسبة ب الي ه بالشكل المتقدم وكانت نسبة ب الي ح كنسبة
 ه الي ر فبالشكل المتقدم نسبة ح الي ر كنسبة ب الي ه فام من د الجزء
 والجزء التي ب من ه و من ر الجزء والجزاء التي ب من ه فام من د الجزء
 والجزاء التي ح من ر فنسبة آ الي د كنسبة ح الي ر فبالإبدال نسبة
 آ الي ح كنسبة د الي ر بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين
 واستبان منه ان النسبة المتساوية النسبة متساوية

كل عدد يعده الواحد بعدة ما يعد عدد آخر
عدداً آخر فاذا ابدلنا فان الواحد يعد العدد العا
بعدة ما يعد معدون الواحد معدون العدد العا

ليكن الواحد يعد أب بعدة ما يعد رد فاقول ان الواحد يعد رد
 بعدة ما يعد أب و برهانه فلان في أب من الاحاد بعدة
 ما في رد من امثال رد فنقسم أب الي الاحاد و رد الي امثال
 رد وليكن احاد أب هي آح ح ط ب واقسام رد هي د هـ ز
 ل م فاح يعد د هـ ز ح ط ب ل م بعدة واحدة فاب
 يعد رد بعدة ما يعد آح د هـ ز بالشكل الخامس والواحد
 يعد رد بعدة ما يعد آح د هـ ز فاح يعد رد بعدة ما
 يعد أب و رد ذلك ما اردنا ان نبين

کل

كل عدد دين ضرب كل منهما في الآخر فمسطحا

همانسان و بیان * ۴

ليكن \bar{a} ضرب في \bar{b} حصل منه \bar{c} وب ضرب
في \bar{a} حصل منه \bar{d} فاقول ان عددي \bar{c} و \bar{d} متساويان

برهانه فلان آ ضرب في ب حصل منه ج فالواحد يعد ب بعدة ما
يعد آ ج فبالابدال يعد الواحد آ بعدة ما يعد ب ج بالشكل المتقدم
ولان ب ضرب في آ حصل منه د فب يعد د بعدة ما يعد الواحد آ
وكان ب يعد ج بعدة ما يعد الواحد عدد آ فب يعد د و ج بعدة
واحدة فمهما عددان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

کل عدد میں ضرب کل واحد منہما فی عدد

ثالث فنسبة احد هـا الي الاخر كنسبة المـسطـيـن

عليه السلام

لنضرب كل من عددي \bar{b} في \bar{a} ولنجعل
منه \bar{d} فاقول ان نسبة \bar{b} الى \bar{c} كنسبة \bar{d} الى \bar{e}
برهانه فلان \bar{b} ضرب في \bar{a} وحصل منه \bar{d}
فعدد \bar{b} بعد \bar{d} بعدة ما بعد الواحد \bar{a}

ولان \bar{c} ضرب في \bar{a} وحصل منه \bar{e} فح \bar{e} بعد \bar{e} ما بعد الواحد \bar{a}
 فنسبة \bar{b} الي \bar{d} كنسبة \bar{c} الي \bar{e} فبالابدال نسبة \bar{b} الي \bar{c} كنسبة \bar{d} الي \bar{e}
 بالشكل الثالث عشر وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد ضرب في عددين فنسبتهما كنسبة

مسطحها على السواء

لنضرب \bar{c} في $\bar{a}b$ وليحصل منه \bar{d} فاقول ان
نسبة \bar{a} الي \bar{b} كنسبة \bar{d} الي \bar{e} برهانه فلان
مسطح \bar{a} في \bar{c} كمسطح \bar{c} في \bar{a} وكذلك مسطح \bar{b} في \bar{c}
كمسطح \bar{c} في \bar{b} بالشكل السادس عشر فدها مسطحا $\bar{a}b$ في \bar{c} فنسبة
 \bar{a} الي \bar{b} كنسبة \bar{d} الي \bar{e} بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

كل أربعة اعداد متناسبة فسطح الاول في الرابع
كمسطح الثاني في الثالث وان كان مسطح الاول في
الرابع كمسطح الثاني في الثالث فنسبة الاول الي
الثاني كنسبة الثالث الي الرابع

لتكن نسبة \bar{A} الى \bar{B} الثاني كنسبة \bar{C} الثالث الى \bar{D} الرابع فاقول ان
 مسطح \bar{A} في \bar{D} الذي هو \bar{C} مسطح \bar{B} في \bar{C} الذي هو \bar{D} وبالعكس برهانه
 ليهكن مسطح \bar{A} في \bar{C} هو \bar{C} فلان \bar{A} ضرب
 في \bar{C} و \bar{C} حصل \bar{C} فنسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبة
 \bar{C} الى \bar{D} بالشكل المتقدم وكانت نسبة \bar{A}
 الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} فنسبة \bar{C} الى \bar{D}
 كنسبة \bar{A} الى \bar{B} باستبانة الشكل الرابع
 عشر ولان \bar{A} ضرب في \bar{C} وحصل \bar{C} \bar{C}
 فنسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبة \bar{A} الى \bar{B} بالشكل
 السابع عشر فنسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبته الى \bar{D} بالشكل الحادي عشر من
 الخامس فسطح \bar{A} في \bar{D} الذي هو \bar{C} يساوي \bar{C} الذي هو مسطح \bar{B} في \bar{C}
 وليكن \bar{C} مسطح \bar{A} في \bar{D} ولان \bar{C} متساويان \bar{C} اما جزء او اجزاء من \bar{C}
 واما ضعف او اضعاف او ضعف وجزء او ضعف و اجزاء او اضعاف
 و اجزاء او اضعاف و اجزاء لة او مساوية او مساو و جزء او اجزاء من \bar{C} فهو
 من \bar{C} كذلك فنسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبته الى \bar{D} ولان \bar{A} ضرب في \bar{C} وحصل
 منه \bar{C} فنسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} بالشكل المتقدم وباستبانة الشكل
 الرابع عشر نسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} ولان \bar{A} ضرب في \bar{C} وحصل
 منه \bar{C} فنسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} وكانت نسبة \bar{C} الى \bar{D} كنسبة
 \bar{C} الى \bar{D} فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} وذلك
 ما اردنا ان نبين

كل اقل عددين علي نسبة فهما يعدان جميع
الاعداد التي علي تلك النسبة عدًا واحدًا المقدم
للمقدم

للمقدم والنالي للنسالي

ليكن $\bar{A}B$ حـد علي نسبة و $\bar{H}\Gamma$ هما اقل عدددين علي تلك النسبة
 فاقول ان \bar{D} ر يعد $\bar{A}B$ بعدة ما يعد $\bar{H}\Gamma$ حـد برهانه
 فلان نسبة \bar{D} ر الي $\bar{H}\Gamma$ كنسبة $\bar{A}B$ الي $\bar{H}\Gamma$ فيا لابدال
 نسبة \bar{D} ر الي $\bar{A}B$ كنسبة $\bar{H}\Gamma$ الي $\bar{H}\Gamma$ بالشكل الثالث
 عشر وهـ ر اقل من $\bar{A}B$ فهو جز منه او اجزاء بالشكل
 الرابع لا جاز ان يكون اجزاء منه والا لكان $\bar{H}\Gamma$ من
 حـد تلك الاجزاء بعينها فنقسمها باجزاءهما وليكن الاجزاء المجاورة هـ و
 الز حـل ل ط فهـ من حـل والز من ل ط الجزء او الاجزاء التي امر من ل ط
 فنسبه هـ و الي حـل كنسبة الز الي ل ط فنسبة هـ و الي حـل كنسبة هـ و الي
 حـط بالشكل الثالث عشر وكانت نسبة $\bar{A}B$ الي $\bar{H}\Gamma$ كنسبة هـ و الي حـط
 فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة هـ و الي حـل كنسبة $\bar{A}B$ الي حـد وهـ و
 اقل من ز وحـل اقل من حـط فهـ حـل هما اقل عدددين علي نسبة $\bar{A}B$ حـد
 وكان اقل للعدددين علي نسبتها هما هـ حـط هذا خلف فمـر جز من
 $\bar{A}B$ فحـط ذلك الجز بعينه من حـد فمـر يعد $\bar{A}B$ بعدة ما يعد $\bar{H}\Gamma$ حـط حـد
 وذلك ما اردنا ان نبين

كل اقل عديدين على نسبة فيها متباينان *

لكن آ ب اقل عددين على نسبتها فاقول انهما متباينان برهانة فلان
 آ ب لو كانا مشتركين يعد هما عدد فليعد هـ ح
 فليعد آ باحاد عدد د وليعد ب باحاد عدد و فـ
 اضعاف ح بعدة احاد د فـ اعظم من د وب اضعافه
 ايضا بعدة احاد و فب اعظم من و فالحاصل من
 ضرب ح في د اوفي و ب فنسبة د الي و كنسبة
 آ الي ب بالشكل الثامن عشر و اقل من آ و اقل
 من ب فـ اقل عددين على نسبة آ ب وكان آ ب اقل عددين على
 نسبتها هذا خلف فآ ب متباينان و ذلك ما اردنا ان نبين

کل عددین متباینین فہما اقل عددین علیٰ
 نسبتہما
 لیکن آب متباینین فاقول انہما اقل عددین علیٰ نسبتہما برہانہ لانہ

لو لم يكن اقل عددين علي نسبتها فليكن اقل
العددين علي نسبتها $\frac{1}{2}$ فليكن $\frac{1}{2}$ بعدد
واحدة بالشكل العشرين فليكن بعدد احاد
فان بعدد احاد $\frac{1}{2}$ ومثله نين ان $\frac{1}{2}$ بعدد
بعدد احاد $\frac{1}{2}$ مشتركان وكانا متباينين هذا
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد يعد احد المتباينين فهو يباين الاخر *

١
 ٢
 ٣
 ٤
 ٥
 ٦
 ٧
 ٨
 ٩
 ١٠
 ١١
 ١٢
 ١٣
 ١٤
 ١٥
 ١٦
 ١٧
 ١٨
 ١٩
 ٢٠
 ٢١
 ٢٢
 ٢٣
 ٢٤
 ٢٥
 ٢٦
 ٢٧
 ٢٨
 ٢٩
 ٣٠
 ٣١
 ٣٢
 ٣٣
 ٣٤
 ٣٥
 ٣٦
 ٣٧
 ٣٨
 ٣٩
 ٤٠
 ٤١
 ٤٢
 ٤٣
 ٤٤
 ٤٥
 ٤٦
 ٤٧
 ٤٨
 ٤٩
 ٥٠
 ٥١
 ٥٢
 ٥٣
 ٥٤
 ٥٥
 ٥٦
 ٥٧
 ٥٨
 ٥٩
 ٦٠
 ٦١
 ٦٢
 ٦٣
 ٦٤
 ٦٥
 ٦٦
 ٦٧
 ٦٨
 ٦٩
 ٧٠
 ٧١
 ٧٢
 ٧٣
 ٧٤
 ٧٥
 ٧٦
 ٧٧
 ٧٨
 ٧٩
 ٨٠
 ٨١
 ٨٢
 ٨٣
 ٨٤
 ٨٥
 ٨٦
 ٨٧
 ٨٨
 ٨٩
 ٩٠
 ٩١
 ٩٢
 ٩٣
 ٩٤
 ٩٥
 ٩٦
 ٩٧
 ٩٨
 ٩٩
 ١٠٠

کل عددین بیانان عدد افسطح احدہما فی

الآخر بباينه ايضا

ان د بيان برهانہ فلان د لولر بتباين لشاركا فليعدھا
فليعد د بر فسطح في د و كان مسطح آي ب د ف نسبتہ الي آ كنسبة
ب الي ر بالشكل التاسع عشر وه يعد المباين فہ بيان آ بالشكل
المتقدم فہا اقل عددين علي نسبتہما بالشكل الثاني والعشرين فہ يعد
ب بالشكل العشرين وكان يعد فب مشتركان وكانا متباينين هذا
خلف فہ بيان د ذلك ما اردنا ان نبين

کل عدد یباین عدد افرجه یباینه *

لهكن آيباين بَ وَجَ مربع آفاقول ان حَ يباين بَ
برهانه فاهكن دَ يساوي آفلان آدَ يباين بَ ومسطح
دَني آهوَ حَ يباين بَ بالشكل المتقدم وذلك ما
اردنا ان نبين

الو
كل

کل عددین کل واحد منہما یباین عددین

اخرين فمسطح العددين الاولين يباين مسطح

العدددين الاخرين

لكن كل واحد من آباء يباين كل واحد
 من حدة ومسطح آبي ب هوة ومسطح ح في د هو
 فاقول ان يباين ر برهانه فلان كل
 واحد من آباء يباين كل واحد من ح و د ف
 يباين كل واحد من ح د بالشكل الرابع والعشرين ولان ح د يباينان ف
 يباين بالشكل الرابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين
 البر

كل عددین متباینین ضرباً هاتمتباینان وكذلك

مكعباتها وما يتلوها من المراتب الى غير النهاية ❁

لهكن آيباين بَ ومربع آح ومكعبه دَ
ومربع بَ دَ ومكعبه رفاقول ان ح يباين دَ
وه يباين ربرهانه فلان آيباين بَ فح
الذي هو مربع آيباين بَ بالشكل الخامس
والعشرين وبهذا الشكل ايضا يباين كل

واحد من آة ولان كل واحد من آة يباين كل واحد من بة فمسطح
 آ في د وهو مباین مسطح ب في د وهو بالشكل المتقدم وبمثله تبين
 فيما يتلوه من المرتب وذلك ما اردنا ان نبين

10

كل عددین متباینین مجموعهما بعد

التركيب يبين كل واحد منهما وان كان مجموعهما

یہاں کل واحد منہما متباینان

لیکن اب بآ متباینین فاقول ان آہ یہاں کل
 واحد منہما برہانہ فلان آہ لولہ یہاں
 اب لکان مشارکا لہ فلےعدہما عدد ولیکن د

فلان د يعدد آ ب فهو يعدد ب ب فاب ب مشتركان وكانا متباينين هذا
خلف وبمثله تبين ان آ بيايين ب ب وان كان
..... ب ح
آ بيايين ب ب او آ ب فاب ب متباينان والا
د
لكانا مشتركين فد مثلا يعدد آ ب ب فب يعدد آ
فآ ب يشارك ب ب وكان يباينهما هذا خلف وبمثله تبين التشارك
وذلك ما اردنا ان نبين

ط

كل عدد مركب فلا بد وان يعدده عدد اول

ليكن آ عددا مركبا فاقول لابد وان يعدده عدد اول برهانه فلان آ
عدد مركب فبعدة عدد وليكن هوب فان كان ب عدد
اول فقد حصل المطلوب والا فليعد ب ب وب يعدد آ ح
يعد آ فان كان ح اول فقد حصل المطلوب والا فليعد ح
عدد آخر وهكذا دائما فلا بد وان ينتهي الى عدد اول
يعد آ والا يلزم ان يكون آ عدد امقروض متناهيها
الاحاد يعدده اعداد مشتركة غير متناهيها كل واحد منها اعظم فبايله
فلا ينتهي حينئذ الى الواحد فيكون احاده غير متناهيها وكانت
متناهيها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ج

كل عدد فهو اما اول او يعدده عدد اول

ليكن آ عدد ما فاقول انه اول او يعدده عدد اول برهانه فلان
آ لا يحلوا اما ان يكون اول او ليس باول فان كان اول فقد حصل
احد الامرين وهو المطلوب وان لم يكن اول فلا بد وان يكون
مركب وكل عدد مركب يعدده اول بالشكل المتقدم فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا

كل عدد اول فهو مباين لكل عدد لا يعدده

ليكن آ عددا اول وهو لا يعدد ب فاقول ان آ بيايين ب
برهانه فلان آ لو لم يباين ب لكن مشاركا له فبعدة اعداد
فا يعدده عدد غير الواحد فهو مركب وكان اول هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لب

كل عدد

كل عدد اول يعدد عددا مسطحا اي مسطح كان

فهو يعدد احد ضلعيه

ليكن آ عدد اول ويعدد ب وهو مسطح وضلعاه ح د
فاقول ان آ يعدد اما ح او د برهانه فلان آ اما ان يعدد ح
اولا يده فان يعدد ح فقد حصل المطلوب وان لم يعدده فهو
يباينه بالشكل المتقدم فآ اقل عددين علي نسبتها
بالشكل الثاني والعشرين وليكن آ يعدد ب يعدده احاد عدد
د فسطح آ في د هوب وكان مسطح ح في د وهوب فنسبة آ الي ح كنسبة
د الي ه بالشكل التاسع عشر فآ يعدد د بالشكل العشرين وذلك ما
اردنا ان نبين

ح

كل اعداد مفروضة معلومة لنا ان نجد اقل

الاعداد علي نسبها

ليكن الاعداد المفروضة المعلومة آ ب ح فاقول لنا ان نبين كيف نجد
اقل الاعداد علي نسبها برهانه فان كان كل واحد منها اول عند
صاحبه او بعضه عند

بعض فهي اقل الاعداد
علي نسبها والا فلتكن
اقل الاعداد علي نسبها
ه ح فليعد ه ر عددي
آ ب عدد واحد علي ان

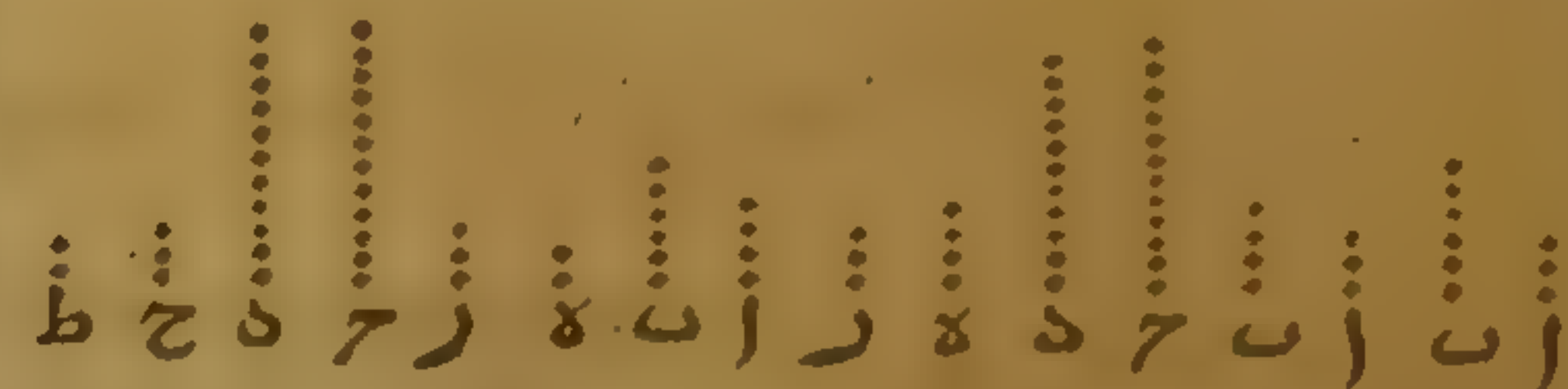
آ ب متباينان بالشكل العشرين فليعد ه ح فليعد ه ح والواحد يعدد ه
بعدة ما يعدد ه آ و ب فن يعدد كل واحد من عددي آ ب بالشكل
الخامس عشر هذا خلف وان لم يكن اول بعضه عند بعض فهي
مشتركة فنجد اكثر عدد يعددها بالشكل الثالث وليكن هو د فليعد آ
به وب بروج ح فلان مسطح د في ه ح هي آ ب فنسبة ه الي ر كنسبة
آ الي ب ونسبة ه الي ح كنسبة ب الي ح بالشكل الثامن عشر فهي اقل
اعداد علي نسب آ ب ح والا فلتكن اقل الاعداد علي نسبها ط آل فهي
يعد آ ب ح عددا واحدا بالشكل العشرين فليعددها بعدة احاد عدد
م فالواحد يعدد م بعدة ما يعدد ط أو آل ب ول ح فبالا بدال بالشكل
الخامس عشر يعدد م آ بعدة احاد ط وب بعدة احاد آل و ح بعدة احاد

ل فسطح ط في م آ وكان سطح د في ه آ فنسبة ه الى ط كنسبة م الى د بالشكل التاسع عشر لكن ه أكثر من ط بالفرض فم أكثر من د وم يعد كل واحد من اعداد آ ب ه فهو يعد د باستبانة الشكل الثاني فالاكثر يعد الاقل هذا خلف فم ح اقل اعداد يعد آ ب وذلك ما اردنا ان نبين

لد

كل عددين مختلفين مفروضين لنا ان نجد اقل عدد يعدده العددان المختلفان

ليكن العددان المختلفان آ ب واصغرها آ فاقول لنا ان نجد اقل عدد يعدده آ وب برهانه وذلك لان آ لا يخلو اما ان يعد ب او لا يعده فان



عد آ ب وب يعد نفسه فب اقل عدد يعده آ وب لان اي عدد يفرض اقل من ب فب لا يعده وان لم يعد آ ب فلا يخلو اما ان يكونا متباينين او مشتركين فان كانا متباينين فنضرب آ في ب فليحصل منه ه فليعد ه آ بما يعد الواحد ب فبالابدال بالشكل الخامس عشر يعد الواحد آ بما يعد ب فكل من آ ب يعد ه فاقول ان ح اقل عدد يعده آ ب والا فليكن اقل عدد يعده آ ب عدد د فليعد ه آ باحاده وب باحاده فد مسطح آ في ه ومسطح ب في ه فنسبة آ الى ب كنسبة ه الى ه بالشكل التاسع عشر لكن آ ب متباينان فهما اقل عددين علي نسبتهمما بالشكل الثاني والعشرين فيعدان كل عددين علي نسبتهمما بالشكل العشرين فاقول ان ه هو اقل عدد يعده آ وب فان عد د وآ يعد ه وب يعد ه وب ضرب في آ وم حصل منه ه فنسبة آ الى ه كنسبة ه الى د بالشكل الثامن عشر لكن آ يعد ه فح يعد ه فالاكثر يعد الاقل منه هذا خلف وان كانا مشتركين فنجد اقل عددين علي نسبتهمما بالشكل المتقدم وليكن ه ه وتكون نسبة ه الى ه كنسبة آ الى ب فسطح آ في ه مسطح ب في ه بالشكل التاسع عشر وليكن ذلك المسطح ه فاقول ان ه هو اقل عدد يعده آ ب والا فليكن اقل عدد يعد آ ب هو د وليعد ه آ ح وب ب فسطح آ في ح وب في ه فنسبة آ الى ح كنسبة آ الى ب بالشكل التاسع عشر وكانت نسبة ه الى ه كنسبة آ الى ب فنسبة ه الى ه كنسبة ط الى ح باستبانة الشكل الرابع عشر لكن ه اقل

ه ر اقل عددين علي نسبتهمما فم يعد ط بالشكل العشرين وعدد ب ضرب في ه ط حصل منهما ه د فنسبة ه الى ط كنسبة ه الى د بالشكل الثامن عشر لكن ه يعد ط فح يعد د فالعدد الاكثر يعد الاقل منه هذا خلف فح اقل عدد يعد آ ب وذلك ما اردنا ان نبين

لد

كل اقل عدد يعده عددان فانه يعد كل عدد يعدان

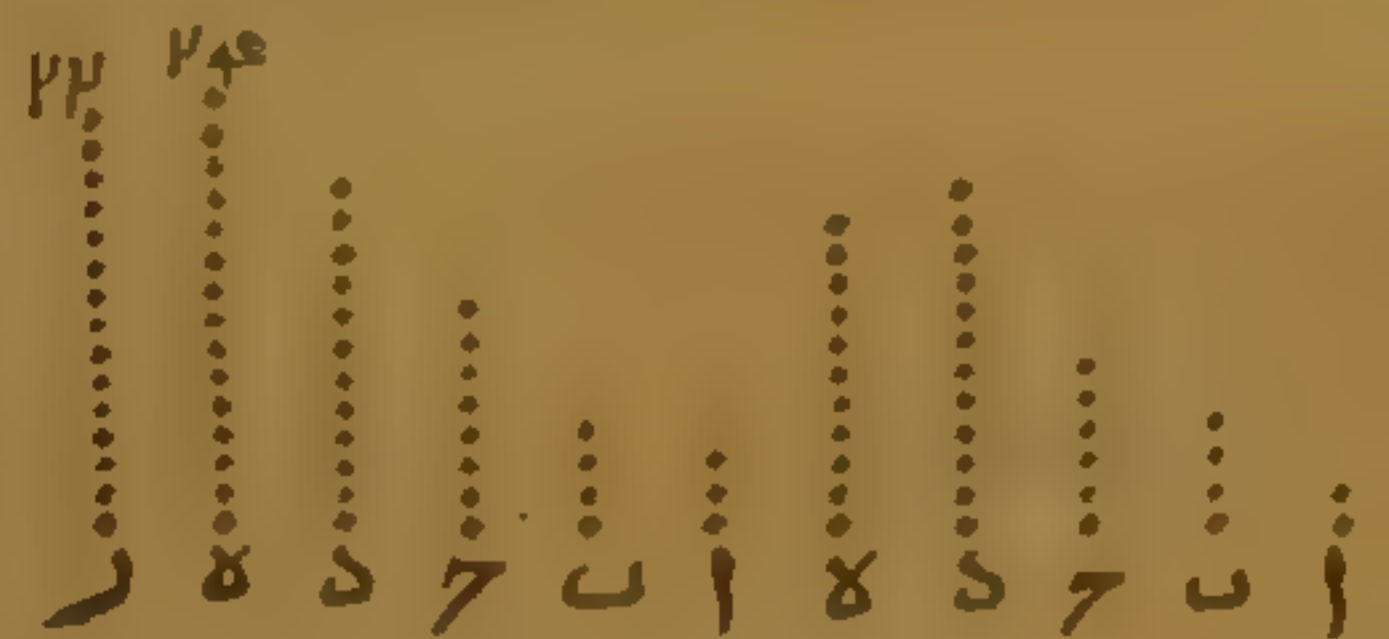
ليكن عدد ح ط اقل عدد يعده آ ب وح وها يعدان ه فاقول ان ح ط يعد ه برهانه وذلك لان ح ط لو لم يعد ه فليعد ه ه من ه لان ح ط اقل من ه فبقي اقل من ح ط فلان آ ب ح وها يعدان ح ط وهو يعد ه فآ ب يعدان ه وكانا يعدان ه فهما يعدان ه وهو اقل من ح ط فاقول عدد يعده آ ب ح هو اقل عدد يعده آ ب ح هذا خلف فح يعد ه وذلك ما اردنا ان نبين

لو

نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد يعده اعداد

مختلفة مفروضة فوق اثنين


فليكن آ ب ه اعداد مختلفة فوق اثنين فنجد اقل عدد يعده آ ب بالشكل الرابع والثلاثين وهو د فاما ان يعد د او لا يعده فان عد د وآ ب يعدانه فاقول ان د هو اقل عدد يعده آ ب والا لكان الاقل عدد ه فلان آ ب يعدان ه فد يعد ه بالشكل المتقدم فالاكثر يعد الاقل منه هذا خلف وان لم يعد د فنجد اقل عدد يعده ح د بالشكل



الرابع والثلاثين وليكن هو عدد ه فلان د يعد عدد ه فآ ب يعدانه فآ ب يعد عدد ه فاقول انه اقل عدد يعده آ ب والا لكان الاقل من فلان آ ب يعدان ه فح يعد ه بالشكل المتقدم وچ يعد عدد ه فح د يعدان ه فالاكثر يعد ر اقل منه بالشكل المتقدم هذا خلف فح اقل عدد


يعدده آ ب ح وذلك ما اردنا ان نبين
كل عدد يعد عددا آخر فالعدد جزء سمي

للعدد الواحد

الواحد  فليكن عدد آ يعده ب فاقول ان لا المعدود جزء سمي لب الذي يعد آ برهانه لبيكن يعد عدد ح بعده ما يعد ب آ فالواحد يعد ب بعده بما يعد ح آ بالشكل الخامس عشر والواحد من ب الجزء السمي لب فح من آ جزء سمي لب وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد له جزء فسمي ذلك الجزء من الاعداد

يعد ذلك العدد

الواحد  لبيكن ب جزءا من آ فاقول ان العدد الذي هو سمي جزء ب من آ يعده ب برهانه فليكن الواحد يعد عدد ح بعده ما يعد ب آ فح سمي جزء ب من آ فبالابدال يعد الواحد ب بعده ما يعد ح آ بالشكل الخامس عشر فح سمي جزء ب من آ يعده ب وذلك ما اردنا ان نبين

نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد له اجزاء مفروضة

وليكن تلك الاجزاء آ ب ح واسمها د ه م فنجد اقل عدد يعده اعداد د ه م بالشكل السادس والثلاثين وليكن هو عدد ح فله الاجزاء السبعة لاعداد د ه ر ويه آ ب ح بالشكل السابع والثلاثين فاقول ان ح اقل عدد له تلك الاجزاء المفروضة برهانه فلانه لو لم يكن ح اقل عدد له تلك الاجزاء لكان عدد آخر اقل منه له تلك الاجزاء وليكن هو ط فده م يعد ط بالشكل المتقدم وط اقل من ح فط هو اقل عدد يعده د ه ر وكان ح اقل عدد يعده د ه م هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة السابعة والحمد لله وحده

المقالة الثامنة في عشر مسائل

كل اعداد متوالية على نسبة واحدة فان كان طرفاها متباينين فهي اقل الاعداد على تلك

النسبة

ليكن آ ب ح د على نسبة واحدة وآ د متباينان فاقول انها اقل الاعداد على نسبتها برهانه فلانه لو لم يكن هي اقل الاعداد على تلك النسبة

ليكن ه م ح ط اقل الاعداد على تلك النسبة وبعدها فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ب الي ح كنسبة ر الي ح ونسبة ح الي د كنسبة ح الي ط فبالمساواة نسبة آ الي د كنسبة ه الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ د متباينان فهما اقل الاعداد على نسبتها بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعد ان كل عددين على نسبتها بالشكل العشرين منها فالاكثر يعد ه الاقل منه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

نريد ان نبين كيف نجد اقل اعداد متوالية على

نسبة كم كانت الاعداد

وليكن آ ب عددين متباينين فهما اقل العددين على نسبتها بالشكل الثاني والعشرين من السابعة وليكن النسبة المفروضة هي نسبة آ الي ب وعدة الاعداد المطلوبة ا م ر بعا فليكن ح حاصل من ضرب آ في نفسه وه من ضرب ب في نفسه وه من ضرب آ في ب وليكن م حاصل من ضرب آ في ح و ر حاصل من ضرب ب في ح ط حاصل من ضرب آ في د في د فيكون ح مربع آ وم مربع ب وه مربع ح واله مكعبه فاقول ان اعداد م ح ط هي اقل الاعداد على نسبة آ الي ب برهانه فلان كلاً من آ ب

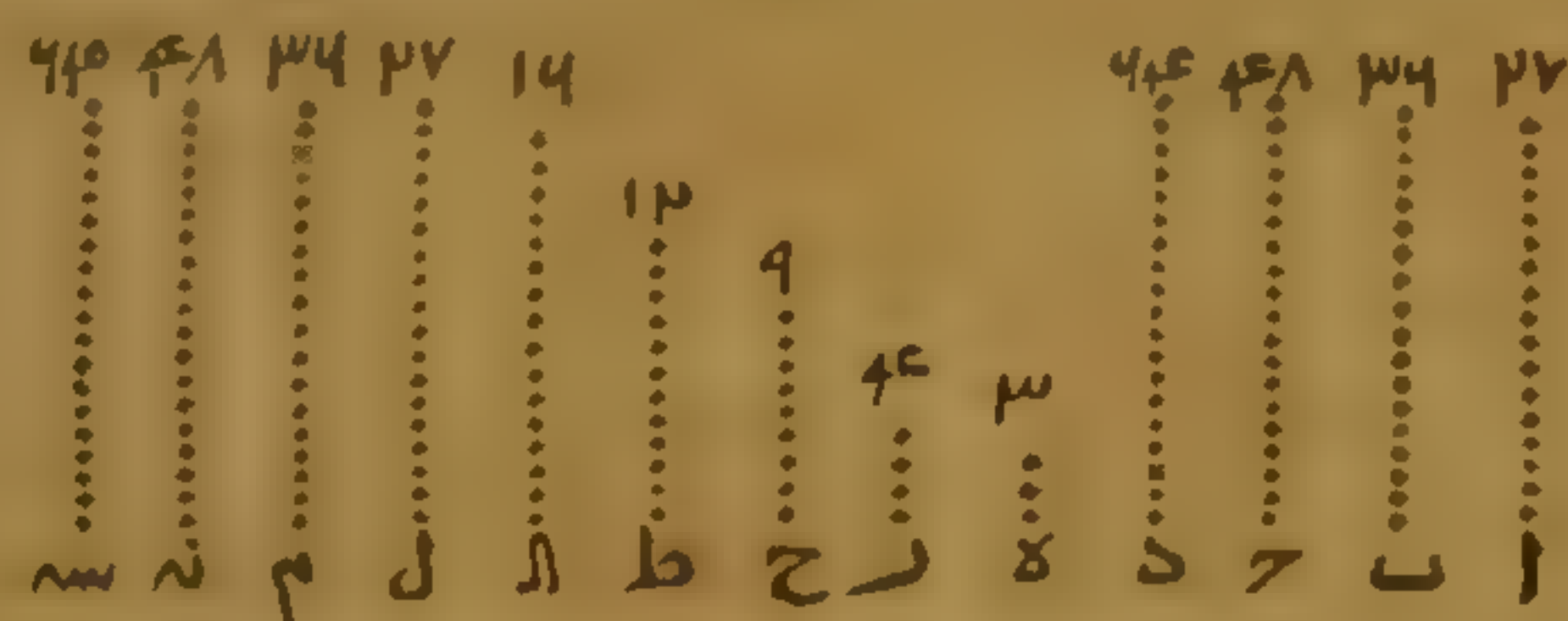
[illegible]

وقد استبان منه ان طرفي كل اقل ثلاثة اعداد متوالية علي نسبة مربعان وان طرفي كل اقل اربعة اعداد متوالية علي نسبة مكعبان

الاعداد فان طرفيها متباينان

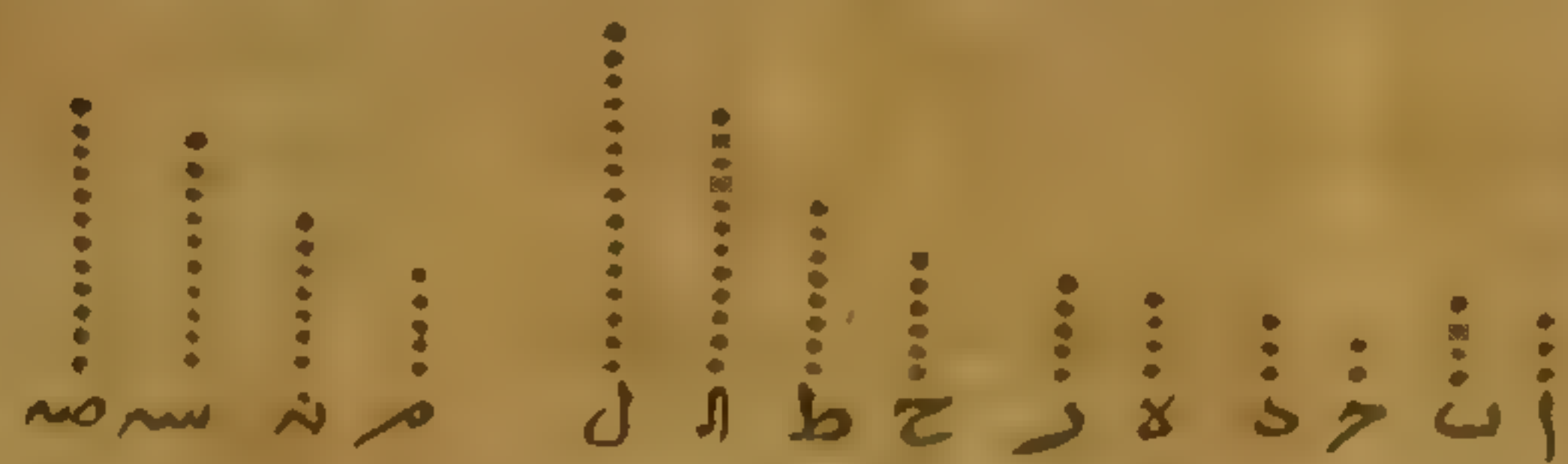
الجلتين

☆ ۱۱۱



اعداد مفروضة

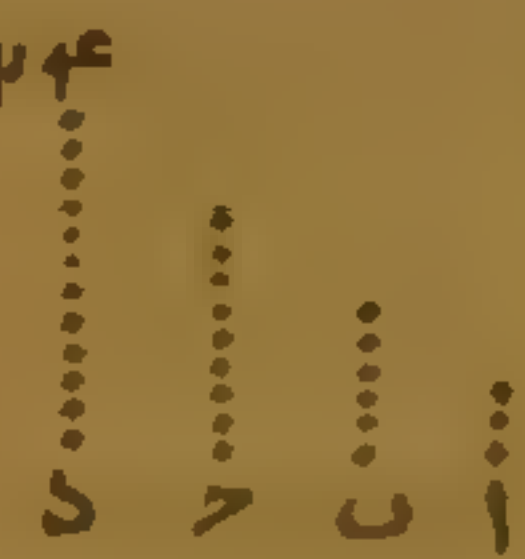
بالشكل الرابع والثلاثين من السابعة وليكن هـ و ط وليكن أ بعد ح



ان لا يعد α ولناخذ اقل عدد يعد α بالشكل الرابع والثلاثين من

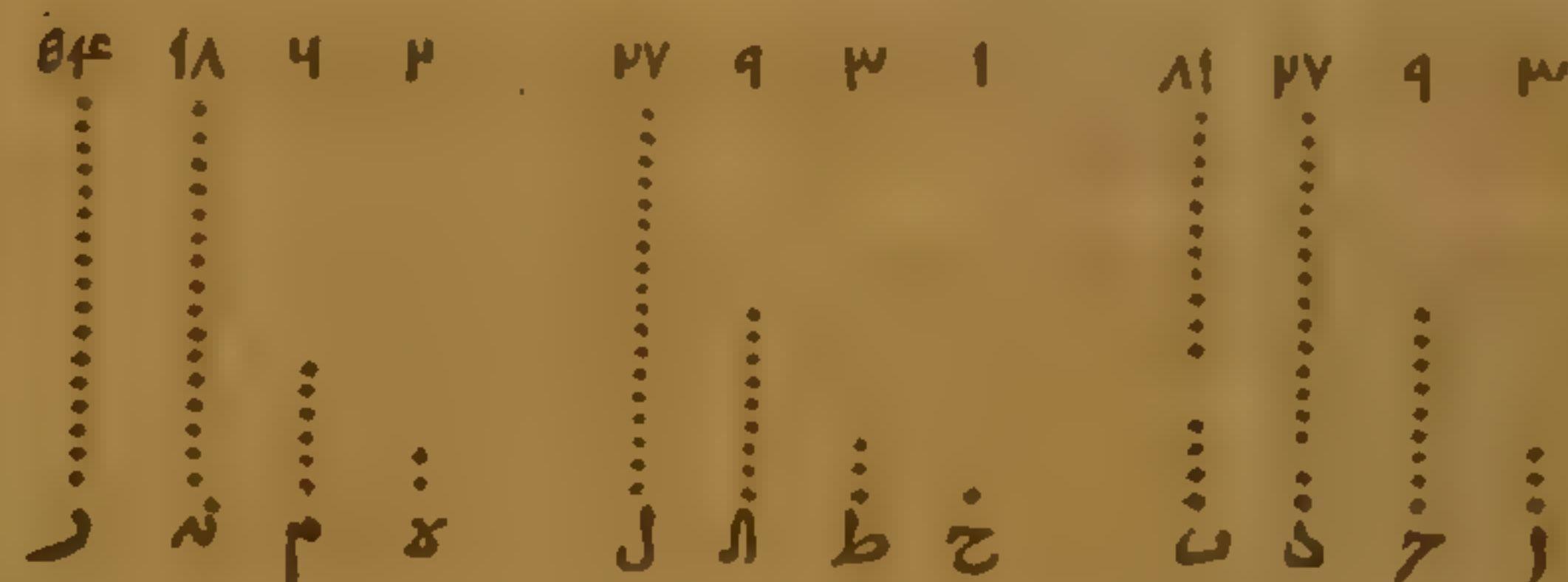
والاول منها يعد اخيرها فهو يعد الثاني

ليكن $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ عددا متوالية على نسبة واحدة وأ يعد \bar{D} فاقول ان \bar{A} يعد \bar{B} ايضا برهانه فلان \bar{A} لولم يعد \bar{B} فلا يعد \bar{D} بالشكل المتقدم وهو يعد \bar{D} هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل عددين يقع بينهما اعداد ويصير الكل متوالية على نسبة واحدة فكل عددين على نسبتها فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة ويصير الكل على تلك النسبة

ليقع بين $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ عددا \bar{D} ويصيران مع $\bar{A} \bar{B}$ متوالية على نسبة واحدة ونسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{A} الى \bar{B} فاقول انه يقع بين \bar{A} و \bar{C} عددا ايضا ويصيران مع \bar{A} على تلك النسبة برهانه فلنأخذ اقل اعداد على نسبة اعداد $\bar{A} \bar{C}$ \bar{D} ونعد بها بالشكل الثاني وهي $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ الى \bar{L}



كنسبة \bar{A} الى \bar{B} بالشكل الرابع عشر من السابعة وكانت نسبة \bar{A} الى \bar{C} كنسبة \bar{A} الى \bar{B} فنسبة \bar{A} الى \bar{L} كنسبة \bar{A} الى \bar{C} باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة و \bar{C} يباين \bar{L} بالشكل الثالث فهما اقل عددين على نسبتها عددا واحدا بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ويعدان كل عددين على نسبتها عددا واحدا بالشكل العشرين من السابعة فيعد \bar{C} و \bar{L} عددا واحدا وليعد \bar{D} م و \bar{A} بتلك العدة فنسبة \bar{A} الى \bar{C} كنسبة \bar{A} الى \bar{M} وكنسبة \bar{A} الى \bar{N} وكنسبة \bar{L} الى \bar{M} فبالابدال نسبة \bar{A} الى \bar{M} كنسبة

كنسبة \bar{C} الى \bar{M} ونسبة \bar{M} الى \bar{N} كنسبة \bar{C} الى \bar{A} ونسبة \bar{N} الى \bar{C} كنسبة \bar{A} الى \bar{L} بالشكل الثالث عشر من السابعة وكانت $\bar{A} \bar{C}$ \bar{D} على نسبة \bar{C} الى \bar{A} فاعداد \bar{M} و \bar{N} على نسبة $\bar{A} \bar{C}$ \bar{D} باستبانة الشكل السابع عشر من السابعة وبعدتها وبمثله تبين الحكم في كل عددين هما على نسبة \bar{A} الى \bar{B} فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل عددين متباينين يقع بينهما اعداد كم كانت وتصير معها متوالية على نسبة واحدة فانه يقع بين الواحد وبين كل واحد من العددين المتباينين اعداد بعدة ما وقع بين المتباينين وتصير مع الواحد وكل منهما متوالية على نسبة

واحدة

ليكن $\bar{A} \bar{B}$ العددين المتباينين ووقع بينهما عددا \bar{C} وصارا معها متوالية على نسبة واحدة فاقول انه يقع بين الواحد وبين كل واحد من $\bar{A} \bar{B}$ عددا ويصير الكل متوالية على نسبة واحدة برهانه نجد اقل عددين على نسبة \bar{A} الى \bar{B} بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة

وهما \bar{M} ونجد اقل ثلاثة اعداد متوالية على تلك النسبة وهي $\bar{C} \bar{D} \bar{E}$ ولانزال نسلك هذه الطريقة حتى نجد اعدادا متوالية على نسبة واحدة عدتها عدة $\bar{A} \bar{C}$ \bar{D} بالشكل الثاني ولتكن هي اعداد $\bar{L} \bar{M} \bar{N}$ فل \bar{M} متباينان بالشكل الثالث وكل واحد من اعداد $\bar{L} \bar{M} \bar{N}$ و $\bar{A} \bar{C}$ \bar{D} \bar{E} اقل الاعداد على نسبتها بالشكل الاول فل يساوي \bar{A} و \bar{M} يساوي \bar{B} فلان \bar{A} ضرب في نفسه وحصل منه \bar{C} وفي \bar{B} من امثال \bar{A} بعدة احاد \bar{A} والواحد يعد \bar{A} باحاد \bar{A} فنسبة الواحد الى \bar{A} كنسبة \bar{A} الى \bar{C} و \bar{C} ضرب

في ح حصل منه ل فالواحد يعد ح بعدة ما يعد ل فنسبة الواحد

الي ح كنسبة ه الي ل فبالابدال

بالشكل الثالث عشر من

السابعة نسبة الواحد الي ه

كنسبة ح الي ل فح يعد ل

بعدة احاد ه وكان ه يعد ح

بعدة احاد ه فنسبة الواحد

الي ه كنسبة ه الي ح وكنسبة

ح الي ل فقد وقع بين الواحد

وا اعداد متوالية علي نسبة

واحدة وعدتها عدة ما وقع

بين عددي آ ب وبمثله تبين

انه يقع بين الواحد وب

اعداد عدتها عدة ما وقع بين

عددي آ ب وصار الجميع متوالية علي نسبة واحدة فالحكم ثابت وذلك

ما اردنا ان نبين

الواحد	٩	١٢	١٤	١٩
١	٣	٤	٥	٧
٢	٦	٨	١٠	١٤
٣	٩	١٢	١٥	٢١
٤	١٢	١٦	٢٠	٢٨
٥	١٥	٢٠	٢٥	٣٥
٦	١٨	٢٤	٣٠	٤٢
٧	٢١	٢٨	٣٥	٤٩
٨	٢٤	٣٢	٤٠	٥٦
٩	٢٧	٣٦	٤٥	٦٣

كل عددين يقع بين كل واحد منهما وبين

الواحد اعداد كم كانت وتصير معها متوالية علي

نسبة واحدة فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة

وتصير معها متوالية علي نسبة واحدة

ليكن العدادان آ ب

والواحد ل والواقع بين ل وا

ح د وبينه بين ب ه ونسبة

ل الي ح كنسبة ح الي د وكنسبة

د الي آ ونسبة ل الي ه كنسبة ه

الي ب ونسبة ب الي ب فاقول

انه يقع بين آ ب عددا

ويصيران معها متوالية علي

نسبة واحدة برهانه فلان

نسبة الواحد الي ح كنسبة ح

الي د والواحد

الواحد	٩	١٢	١٤	١٩
١	٣	٤	٥	٧
٢	٦	٨	١٠	١٤
٣	٩	١٢	١٥	٢١
٤	١٢	١٦	٢٠	٢٨
٥	١٥	٢٠	٢٥	٣٥
٦	١٨	٢٤	٣٠	٤٢
٧	٢١	٢٨	٣٥	٤٩
٨	٢٤	٣٢	٤٠	٥٦
٩	٢٧	٣٦	٤٥	٦٣

الي د والواحد يعد ح بعدة احاد ح فحرب ح في نفسه هو د فد مربع

ح ولان نسبة الواحد الي ح كنسبة د الي آ والواحد يعد ح بعدة احاد

ح فد يعد آ بعدة احاد ح فحرب ح في د هو آ وبمثله تبين ان ح مربع

ه وان الحاصل من ضرب ه في ح هو ب ونضرب ح في ه فيحصل منه ح

ونضرمها في ح فيحصل منه ط آ وتبين بمثل ما مر في الشكل الثاني

ان نسبة آ الي ط كنسبة ط الي ه وكنسبة ه الي ب فالحكم ثابت وذلك ما

اردنا ان نبين

يا

بين كل مربعين عدد يتوالي الثلثة علي نسبة

واحدة ونسبة المربع الي المربع كنسبة ضلع

احدها الي ضلع آخر مثناة

ليكن آ ب مربعين وضلع آ وضلع ب د ونضرب ح في د فيحصل منه

ه فاقول ان نسبة آ الي ه كنسبة ه الي ب ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د

مثناة برهانه فلان الحاصل من

ضرب ح في د كالحاصل من ضرب د في ح

بالشكل السادس عشر من السابعة فلان

ح د ضربا في ح وحصل منه آ ه فنسبة آ

الي ه كنسبة ح الي د بالشكل السابع

عشر من السابعة وبمثله تبين ان نسبة

الي ب كنسبة ح الي د فنسبة آ الي ه كنسبة ه الي ب باستبانة الشكل الرابع

عشر من السابعة ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ه فنسبة ح الي د مثناة

كنسبة آ الي ه مثناة ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي ه مثناة فنسبة آ الي

ب كنسبة ح الي د مثناة باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم

ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

يب

بين كل مكعبين عددان يتوالي الاربعة علي نسبة

واحدة ونسبة المكعب الي المكعب كنسبة ضلعه

الي ضلع آخر مثلثة بالتك

ليكن المكعبان آ ب وح ضلع آ وضلع ب فيحصل اقل ثلثة اعداد

١٩٥

علي نسبة ح الى د بالشكل الثاني وفي ح ف ح مربع ح وح مربع د
باستبانة الشكل الثاني ونضرب كل واحد من ح د في ح فيحصل منه ط
و ا مكعب ح وب
٢٧ ٣٤ ٤٤ ٤٤

مكعب د فاعداد آ
ط آ ب الامربعة
متوالية علي نسبة
واحدة بالشكل
الثاني وفي نسبة ح
الى د فنسبة ح الى د

مثلثة كنسبة آ الى ط مثلثة ونسبة آ الى ب كنسبة آ الى ط مثلثة فنسبة
آ الى ب كنسبة ح الى د مثلثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة فمربعاتها
متوالية علي نسبة واحدة وكذلك مكعباتها وما
يتلوهما من المراتب الغير المتناهية

ليكن آ ب ح متوالية علي نسبة واحدة ود مربع آ و ه مربع ب و ز
مربع ح و ح مكعب آ و ط مكعب ب و لا مكعب ح فاقول ان نسبة د الى

١ ٤ ٨ ١٦ ٢٥ ٣٦ ٤٩ ٦٤ ٨١ ١٠٠ ١٢١ ١٤٤ ١٦٩ ٢٠٠ ٢٢٥ ٢٥٦ ٢٨٩ ٣٢٤ ٣٦١ ٤٠٠ ٤٣٩ ٤٨٠ ٥٢١ ٥٦٤ ٦٠٩ ٦٥٦ ٧٠٤ ٧٥٤ ٨٠٩ ٨٦٠ ٩١٦ ٩٦٩ ١٠٢٦ ١٠٨٤ ١١٤٤ ١٢٠٦ ١٢٧١ ١٣٣٦ ١٤٠٤ ١٤٧٤ ١٥٤٦ ١٦١٦ ١٦٨٩ ١٧٦٤ ١٨٤١ ١٩٢٠ ١٩٩٩ ٢٠٨٠ ٢١٦١ ٢٢٤٤ ٢٣٢٩ ٢٤١٦ ٢٥٠٤ ٢٥٩٣ ٢٦٨٤ ٢٧٧٦ ٢٨٦٩ ٢٩٦٤ ٣٠٦١ ٣١٦٠ ٣٢٦١ ٣٣٦٤ ٣٤٦٩ ٣٥٦٦ ٣٦٦٤ ٣٧٦٤ ٣٨٦٦ ٣٩٦٩ ٤٠٦٤ ٤١٦٩ ٤٢٦٦ ٤٣٦٤ ٤٤٦٩ ٤٥٦٦ ٤٦٦٤ ٤٧٦٩ ٤٨٦٦ ٤٩٦٤ ٥٠٦٩ ٥١٦٦ ٥٢٦٤ ٥٣٦٩ ٥٤٦٦ ٥٥٦٤ ٥٦٦٩ ٥٧٦٦ ٥٨٦٤ ٥٩٦٩ ٦٠٦٦ ٦١٦٤ ٦٢٦٩ ٦٣٦٦ ٦٤٦٤ ٦٥٦٩ ٦٦٦٦ ٦٧٦٤ ٦٨٦٩ ٦٩٦٦ ٧٠٦٤ ٧١٦٩ ٧٢٦٦ ٧٣٦٤ ٧٤٦٩ ٧٥٦٦ ٧٦٦٤ ٧٧٦٩ ٧٨٦٦ ٧٩٦٤ ٨٠٦٩ ٨١٦٦ ٨٢٦٤ ٨٣٦٩ ٨٤٦٦ ٨٥٦٤ ٨٦٦٩ ٨٧٦٦ ٨٨٦٤ ٨٩٦٩ ٩٠٦٦ ٩١٦٤ ٩٢٦٩ ٩٣٦٦ ٩٤٦٤ ٩٥٦٩ ٩٦٦٦ ٩٧٦٤ ٩٨٦٩ ٩٩٦٦ ١٠٠٦٤ ١٠١٦٩ ١٠٢٦٦ ١٠٣٦٤ ١٠٤٦٩ ١٠٥٦٦ ١٠٦٦٤ ١٠٧٦٩ ١٠٨٦٦ ١٠٩٦٤ ١١٠٦٩ ١١١٦٦ ١١٢٦٤ ١١٣٦٩ ١١٤٦٦ ١١٥٦٤ ١١٦٦٩ ١١٧٦٦ ١١٨٦٤ ١١٩٦٩ ١٢٠٦٦ ١٢١٦٤ ١٢٢٦٩ ١٢٣٦٦ ١٢٤٦٤ ١٢٥٦٩ ١٢٦٦٦ ١٢٧٦٤ ١٢٨٦٩ ١٢٩٦٦ ١٣٠٦٤ ١٣١٦٩ ١٣٢٦٦ ١٣٣٦٤ ١٣٤٦٩ ١٣٥٦٦ ١٣٦٦٤ ١٣٧٦٩ ١٣٨٦٦ ١٣٩٦٤ ١٤٠٦٩ ١٤١٦٦ ١٤٢٦٤ ١٤٣٦٩ ١٤٤٦٦ ١٤٥٦٤ ١٤٦٦٩ ١٤٧٦٦ ١٤٨٦٤ ١٤٩٦٩ ١٥٠٦٦ ١٥١٦٤ ١٥٢٦٩ ١٥٣٦٦ ١٥٤٦٤ ١٥٥٦٩ ١٥٦٦٦ ١٥٧٦٤ ١٥٨٦٩ ١٥٩٦٦ ١٦٠٦٤ ١٦١٦٩ ١٦٢٦٦ ١٦٣٦٤ ١٦٤٦٩ ١٦٥٦٦ ١٦٦٦٤ ١٦٧٦٩ ١٦٨٦٦ ١٦٩٦٤ ١٧٠٦٩ ١٧١٦٦ ١٧٢٦٤ ١٧٣٦٩ ١٧٤٦٦ ١٧٥٦٤ ١٧٦٦٩ ١٧٧٦٦ ١٧٨٦٤ ١٧٩٦٩ ١٨٠٦٦ ١٨١٦٤ ١٨٢٦٩ ١٨٣٦٦ ١٨٤٦٤ ١٨٥٦٩ ١٨٦٦٦ ١٨٧٦٤ ١٨٨٦٩ ١٨٩٦٦ ١٩٠٦٤ ١٩١٦٩ ١٩٢٦٦ ١٩٣٦٤ ١٩٤٦٩ ١٩٥٦٦ ١٩٦٦٤ ١٩٧٦٩ ١٩٨٦٦ ١٩٩٦٤ ٢٠٠٦٩ ٢٠١٦٦ ٢٠٢٦٤ ٢٠٣٦٩ ٢٠٤٦٦ ٢٠٥٦٤ ٢٠٦٦٩ ٢٠٧٦٦ ٢٠٨٦٤ ٢٠٩٦٩ ٢١٠٦٦ ٢١١٦٤ ٢١٢٦٩ ٢١٣٦٦ ٢١٤٦٤ ٢١٥٦٩ ٢١٦٦٦ ٢١٧٦٤ ٢١٨٦٩ ٢١٩٦٦ ٢٢٠٦٤ ٢٢١٦٩ ٢٢٢٦٦ ٢٢٣٦٤ ٢٢٤٦٩ ٢٢٥٦٦ ٢٢٦٦٤ ٢٢٧٦٩ ٢٢٨٦٦ ٢٢٩٦٤ ٢٣٠٦٩ ٢٣١٦٦ ٢٣٢٦٤ ٢٣٣٦٩ ٢٣٤٦٦ ٢٣٥٦٤ ٢٣٦٦٩ ٢٣٧٦٦ ٢٣٨٦٤ ٢٣٩٦٩ ٢٤٠٦٦ ٢٤١٦٤ ٢٤٢٦٩ ٢٤٣٦٦ ٢٤٤٦٤ ٢٤٥٦٩ ٢٤٦٦٦ ٢٤٧٦٤ ٢٤٨٦٩ ٢٤٩٦٦ ٢٥٠٦٤ ٢٥١٦٩ ٢٥٢٦٦ ٢٥٣٦٤ ٢٥٤٦٩ ٢٥٥٦٦ ٢٥٦٦٤ ٢٥٧٦٩ ٢٥٨٦٦ ٢٥٩٦٤ ٢٦٠٦٩ ٢٦١٦٦ ٢٦٢٦٤ ٢٦٣٦٩ ٢٦٤٦٦ ٢٦٥٦٤ ٢٦٦٦٩ ٢٦٧٦٦ ٢٦٨٦٤ ٢٦٩٦٩ ٢٧٠٦٦ ٢٧١٦٤ ٢٧٢٦٩ ٢٧٣٦٦ ٢٧٤٦٤ ٢٧٥٦٩ ٢٧٦٦٦ ٢٧٧٦٤ ٢٧٨٦٩ ٢٧٩٦٦ ٢٨٠٦٤ ٢٨١٦٩ ٢٨٢٦٦ ٢٨٣٦٤ ٢٨٤٦٩ ٢٨٥٦٦ ٢٨٦٦٤ ٢٨٧٦٩ ٢٨٨٦٦ ٢٨٩٦٤ ٢٩٠٦٩ ٢٩١٦٦ ٢٩٢٦٤ ٢٩٣٦٩ ٢٩٤٦٦ ٢٩٥٦٤ ٢٩٦٦٩ ٢٩٧٦٦ ٢٩٨٦٤ ٢٩٩٦٩ ٣٠٠٦٦ ٣٠١٦٤ ٣٠٢٦٩ ٣٠٣٦٦ ٣٠٤٦٤ ٣٠٥٦٩ ٣٠٦٦٦ ٣٠٧٦٤ ٣٠٨٦٩ ٣٠٩٦٦ ٣١٠٦٤ ٣١١٦٩ ٣١٢٦٦ ٣١٣٦٤ ٣١٤٦٩ ٣١٥٦٦ ٣١٦٦٤ ٣١٧٦٩ ٣١٨٦٦ ٣١٩٦٤ ٣٢٠٦٩ ٣٢١٦٦ ٣٢٢٦٤ ٣٢٣٦٩ ٣٢٤٦٦ ٣٢٥٦٤ ٣٢٦٦٩ ٣٢٧٦٦ ٣٢٨٦٤ ٣٢٩٦٩ ٣٣٠٦٦ ٣٣١٦٤ ٣٣٢٦٩ ٣٣٣٦٦ ٣٣٤٦٤ ٣٣٥٦٩ ٣٣٦٦٦ ٣٣٧٦٤ ٣٣٨٦٩ ٣٣٩٦٦ ٣٤٠٦٤ ٣٤١٦٩ ٣٤٢٦٦ ٣٤٣٦٤ ٣٤٤٦٩ ٣٤٥٦٦ ٣٤٦٦٤ ٣٤٧٦٩ ٣٤٨٦٦ ٣٤٩٦٤ ٣٥٠٦٩ ٣٥١٦٦ ٣٥٢٦٤ ٣٥٣٦٩ ٣٥٤٦٦ ٣٥٥٦٤ ٣٥٦٦٩ ٣٥٧٦٦ ٣٥٨٦٤ ٣٥٩٦٩ ٣٦٠٦٦ ٣٦١٦٤ ٣٦٢٦٩ ٣٦٣٦٦ ٣٦٤٦٤ ٣٦٥٦٩ ٣٦٦٦٦ ٣٦٧٦٤ ٣٦٨٦٩ ٣٦٩٦٦ ٣٧٠٦٤ ٣٧١٦٩ ٣٧٢٦٦ ٣٧٣٦٤ ٣٧٤٦٩ ٣٧٥٦٦ ٣٧٦٦٤ ٣٧٧٦٩ ٣٧٨٦٦ ٣٧٩٦٤ ٣٨٠٦٩ ٣٨١٦٦ ٣٨٢٦٤ ٣٨٣٦٩ ٣٨٤٦٦ ٣٨٥٦٤ ٣٨٦٦٩ ٣٨٧٦٦ ٣٨٨٦٤ ٣٨٩٦٩ ٣٩٠٦٦ ٣٩١٦٤ ٣٩٢٦٩ ٣٩٣٦٦ ٣٩٤٦٤ ٣٩٥٦٩ ٣٩٦٦٦ ٣٩٧٦٤ ٣٩٨٦٩ ٣٩٩٦٦ ٤٠٠٦٤ ٤٠١٦٩ ٤٠٢٦٦ ٤٠٣٦٤ ٤٠٤٦٩ ٤٠٥٦٦ ٤٠٦٦٤ ٤٠٧٦٩ ٤٠٨٦٦ ٤٠٩٦٤ ٤١٠٦٩ ٤١١٦٦ ٤١٢٦٤ ٤١٣٦٩ ٤١٤٦٦ ٤١٥٦٤ ٤١٦٦٩ ٤١٧٦٦ ٤١٨٦٤ ٤١٩٦٩ ٤٢٠٦٦ ٤٢١٦٤ ٤٢٢٦٩ ٤٢٣٦٦ ٤٢٤٦٤ ٤٢٥٦٩ ٤٢٦٦٦ ٤٢٧٦٤ ٤٢٨٦٩ ٤٢٩٦٦ ٤٣٠٦٤ ٤٣١٦٩ ٤٣٢٦٦ ٤٣٣٦٤ ٤٣٤٦٩ ٤٣٥٦٦ ٤٣٦٦٤ ٤٣٧٦٩ ٤٣٨٦٦ ٤٣٩٦٤ ٤٤٠٦٩ ٤٤١٦٦ ٤٤٢٦٤ ٤٤٣٦٩ ٤٤٤٦٦ ٤٤٥٦٤ ٤٤٦٦٩ ٤٤٧٦٦ ٤٤٨٦٤ ٤٤٩٦٩ ٤٥٠٦٦ ٤٥١٦٤ ٤٥٢٦٩ ٤٥٣٦٦ ٤٥٤٦٤ ٤٥٥٦٩ ٤٥٦٦٦ ٤٥٧٦٤ ٤٥٨٦٩ ٤٥٩٦٦ ٤٦٠٦٤ ٤٦١٦٩ ٤٦٢٦٦ ٤٦٣٦٤ ٤٦٤٦٩ ٤٦٥٦٦ ٤٦٦٦٤ ٤٦٧٦٩ ٤٦٨٦٦ ٤٦٩٦٤ ٤٧٠٦٩ ٤٧١٦٦ ٤٧٢٦٤ ٤٧٣٦٩ ٤٧٤٦٦ ٤٧٥٦٤ ٤٧٦٦٩ ٤٧٧٦٦ ٤٧٨٦٤ ٤٧٩٦٩ ٤٨٠٦٦ ٤٨١٦٤ ٤٨٢٦٩ ٤٨٣٦٦ ٤٨٤٦٤ ٤٨٥٦٩ ٤٨٦٦٦ ٤٨٧٦٤ ٤٨٨٦٩ ٤٨٩٦٦ ٤٩٠٦٤ ٤٩١٦٩ ٤٩٢٦٦ ٤٩٣٦٤ ٤٩٤٦٩ ٤٩٥٦٦ ٤٩٦٦٤ ٤٩٧٦٩ ٤٩٨٦٦ ٤٩٩٦٤ ٥٠٠٦٩ ٥٠١٦٦ ٥٠٢٦٤ ٥٠٣٦٩ ٥٠٤٦٦ ٥٠٥٦٤ ٥٠٦٦٩ ٥٠٧٦٦ ٥٠٨٦٤ ٥٠٩٦٩ ٥١٠٦٦ ٥١١٦٤ ٥١٢٦٩ ٥١٣٦٦ ٥١٤٦٤ ٥١٥٦٩ ٥١٦٦٦ ٥١٧٦٤ ٥١٨٦٩ ٥١٩٦٦ ٥٢٠٦٤ ٥٢١٦٩ ٥٢٢٦٦ ٥٢٣٦٤ ٥٢٤٦٩ ٥٢٥٦٦ ٥٢٦٦٤ ٥٢٧٦٩ ٥٢٨٦٦ ٥٢٩٦٤ ٥٣٠٦٩ ٥٣١٦٦ ٥٣٢٦٤ ٥٣٣٦٩ ٥٣٤٦٦ ٥٣٥٦٤ ٥٣٦٦٩ ٥٣٧٦٦ ٥٣٨٦٤ ٥٣٩٦٩ ٥٤٠٦٦ ٥٤١٦٤ ٥٤٢٦٩ ٥٤٣٦٦ ٥٤٤٦٤ ٥٤٥٦٩ ٥٤٦٦٦ ٥٤٧٦٤ ٥٤٨٦٩ ٥٤٩٦٦ ٥٥٠٦٤ ٥٥١٦٩ ٥٥٢٦٦ ٥٥٣٦٤ ٥٥٤٦٩ ٥٥٥٦٦ ٥٥٦٦٤ ٥٥٧٦٩ ٥٥٨٦٦ ٥٥٩٦٤ ٥٦٠٦٩ ٥٦١٦٦ ٥٦٢٦٤ ٥٦٣٦٩ ٥٦٤٦٦ ٥٦٥٦٤ ٥٦٦٦٩ ٥٦٧٦٦ ٥٦٨٦٤ ٥٦٩٦٩ ٥٧٠٦٦ ٥٧١٦٤ ٥٧٢٦٩ ٥٧٣٦٦ ٥٧٤٦٤ ٥٧٥٦٩ ٥٧٦٦٦ ٥٧٧٦٤ ٥٧٨٦٩ ٥٧٩٦٦ ٥٨٠٦٤ ٥٨١٦٩ ٥٨٢٦٦ ٥٨٣٦٤ ٥٨٤٦٩ ٥٨٥٦٦ ٥٨٦٦٤ ٥٨٧٦٩ ٥٨٨٦٦ ٥٨٩٦٤ ٥٩٠٦٩ ٥٩١٦٦ ٥٩٢٦٤ ٥٩٣٦٩ ٥٩٤٦٦ ٥٩٥٦٤ ٥٩٦٦٩ ٥٩٧٦٦ ٥٩٨٦٤ ٥٩٩٦٩ ٦٠٠٦٦ ٦٠١٦٤ ٦٠٢٦٩ ٦٠٣٦٦ ٦٠٤٦٤ ٦٠٥٦٩ ٦٠٦٦٦ ٦٠٧٦٤ ٦٠٨٦٩ ٦٠٩٦٦ ٦١٠٦٤ ٦١١٦٩ ٦١٢٦٦ ٦١٣٦٤ ٦١٤٦٩ ٦١٥٦٦ ٦١٦٦٤ ٦١٧٦٩ ٦١٨٦٦ ٦١٩٦٤ ٦٢٠٦٩ ٦٢١٦٦ ٦٢٢٦٤ ٦٢٣٦٩ ٦٢٤٦٦ ٦٢٥٦٤ ٦٢٦٦٩ ٦٢٧٦٦ ٦٢٨٦٤ ٦٢٩٦٩ ٦٣٠٦٦ ٦٣١٦٤ ٦٣٢٦٩ ٦٣٣٦٦ ٦٣٤٦٤ ٦٣٥٦٩ ٦٣٦٦٦ ٦٣٧٦٤ ٦٣٨٦٩ ٦٣٩٦٦ ٦٤٠٦٤ ٦٤١٦٩ ٦٤٢٦٦ ٦٤٣٦٤ ٦٤٤٦٩ ٦٤٥٦٦ ٦٤٦٦٤ ٦٤٧٦٩ ٦٤٨٦٦ ٦٤٩٦٤ ٦٥٠٦٩ ٦٥١٦٦ ٦٥٢٦٤ ٦٥٣٦٩ ٦٥٤٦٦ ٦٥٥٦٤ ٦٥٦٦٩ ٦٥٧٦٦ ٦٥٨٦٤ ٦٥٩٦٩ ٦٦٠٦٦ ٦٦١٦٤ ٦٦٢٦٩ ٦٦٣٦٦ ٦٦٤٦٤ ٦٦٥٦٩ ٦٦٦٦٦ ٦٦٧٦٤ ٦٦٨٦٩ ٦٦٩٦٦ ٦٧٠٦٤ ٦٧١٦٩ ٦٧٢٦٦ ٦٧٣٦٤ ٦٧٤٦٩ ٦٧٥٦٦ ٦٧٦٦٤ ٦٧٧٦٩ ٦٧٨٦٦ ٦٧٩٦٤ ٦٨٠٦٩ ٦٨١٦٦ ٦٨٢٦٤ ٦٨٣٦٩ ٦٨٤٦٦ ٦٨٥٦٤ ٦٨٦٦٩ ٦٨٧٦٦ ٦٨٨٦٤ ٦٨٩٦٩ ٦٩٠٦٦ ٦٩١٦٤ ٦٩٢٦٩ ٦٩٣٦٦ ٦٩٤٦٤ ٦٩٥٦٩ ٦٩٦٦٦ ٦٩٧٦٤ ٦٩٨٦٩ ٦٩٩٦٦ ٧٠٠٦٤ ٧٠١٦٩ ٧٠٢٦٦ ٧٠٣٦٤ ٧٠٤٦٩ ٧٠٥٦٦ ٧٠٦٦٤ ٧٠٧٦٩ ٧٠٨٦٦ ٧٠٩٦٤ ٧١٠٦٩ ٧١١٦٦ ٧١٢٦٤ ٧١٣٦٩ ٧١٤٦٦ ٧١٥٦٤ ٧١٦٦٩ ٧١٧٦٦ ٧١٨٦٤ ٧١٩٦٩ ٧٢٠٦٦ ٧٢١٦٤ ٧٢٢٦٩ ٧٢٣٦٦ ٧٢٤٦٤ ٧٢٥٦٩ ٧٢٦٦٦ ٧٢٧٦٤ ٧٢٨٦٩ ٧٢٩٦٦ ٧٣٠٦٤ ٧٣١٦٩ ٧٣٢٦٦ ٧٣٣٦٤ ٧٣٤٦٩ ٧٣٥٦٦ ٧٣٦٦٤ ٧٣٧٦٩ ٧٣٨٦٦ ٧٣٩٦٤ ٧٤٠٦٩ ٧٤١٦٦ ٧٤٢٦٤ ٧٤٣٦٩ ٧٤٤٦٦ ٧٤٥٦٤ ٧٤٦٦٩ ٧٤٧٦٦ ٧٤٨٦٤ ٧٤٩٦٩ ٧٥٠٦٦ ٧٥١٦٤ ٧٥٢٦٩ ٧٥٣٦٦ ٧٥٤٦٤ ٧٥٥٦٩ ٧٥٦٦٦ ٧٥٧٦٤ ٧٥٨٦٩ ٧٥٩٦٦ ٧٦٠٦٤ ٧٦١٦٩ ٧٦٢٦٦ ٧٦٣٦٤ ٧٦٤٦٩ ٧٦٥٦٦ ٧٦٦٦٤ ٧٦٧٦٩ ٧٦٨٦٦ ٧٦٩٦٤ ٧٧٠٦٩ ٧٧١٦٦ ٧٧٢٦٤ ٧٧٣٦٩ ٧٧٤٦٦ ٧٧٥٦٤ ٧٧٦٦٩ ٧٧٧٦٦ ٧٧٨٦٤ ٧٧٩٦٩ ٧٨٠٦٦ ٧٨١٦٤ ٧٨٢٦٩ ٧٨٣٦٦ ٧٨٤٦٤ ٧٨٥٦٩ ٧٨٦٦٦ ٧٨٧٦٤ ٧٨٨٦٩ ٧٨٩٦٦ ٧٩٠٦٤ ٧٩١٦٩ ٧٩٢٦٦ ٧٩٣٦٤ ٧٩٤٦٩ ٧٩٥٦٦ ٧٩٦٦٤ ٧٩٧٦٩ ٧٩٨٦٦ ٧٩٩٦٤ ٨٠٠٦٩ ٨٠١٦٦ ٨٠٢٦٤ ٨٠٣٦٩ ٨٠٤٦٦ ٨٠٥٦٤ ٨٠٦٦٩ ٨٠٧٦٦ ٨٠٨٦٤ ٨٠٩٦٩ ٨١٠٦٦ ٨١١٦٤ ٨١٢٦٩ ٨١٣٦٦ ٨١٤٦٤ ٨١٥٦٩ ٨١٦٦٦ ٨١٧٦٤ ٨١٨٦٩ ٨١٩٦٦ ٨٢٠٦٤ ٨٢١٦٩ ٨٢٢٦٦ ٨٢٣٦٤ ٨٢٤٦٩ ٨٢٥٦٦ ٨٢٦٦٤ ٨٢٧٦٩ ٨٢٨٦٦ ٨٢٩٦٤ ٨٣٠٦٩ ٨٣١٦٦ ٨٣٢٦٤ ٨٣٣٦٩ ٨٣٤٦٦ ٨٣٥٦٤ ٨٣٦٦٩ ٨٣٧٦٦ ٨٣٨٦٤ ٨٣٩٦٩ ٨٤٠٦٦ ٨٤١٦٤ ٨٤٢٦٩ ٨٤٣٦٦ ٨٤٤٦٤ ٨٤٥٦٩ ٨٤٦٦٦ ٨٤٧٦٤ ٨٤٨٦٩ ٨٤٩٦٦ ٨٥٠٦٤ ٨٥١٦٩ ٨٥٢٦٦ ٨٥٣٦٤ ٨٥٤٦٩ ٨٥٥٦٦ ٨٥٦٦٤ ٨٥٧٦٩ ٨٥٨٦٦ ٨٥٩٦٤ ٨٦٠٦٩ ٨٦١٦٦ ٨٦٢٦٤ ٨٦٣٦٩ ٨٦٤٦٦ ٨٦٥٦٤ ٨٦٦٦٩ ٨٦٧٦٦ ٨٦٨٦٤ ٨٦٩٦٩ ٨٧٠٦٦ ٨٧١٦٤ ٨٧٢٦٩ ٨٧٣٦٦ ٨٧٤٦٤ ٨٧٥٦٩ ٨٧٦٦٦ ٨٧٧٦٤ ٨٧٨٦٩ ٨٧٩٦٦ ٨٨٠٦٤ ٨٨١٦٩ ٨٨٢٦٦ ٨٨٣٦٤ ٨٨٤٦٩ ٨٨٥٦٦ ٨٨٦٦٤ ٨٨٧٦٩ ٨٨٨٦٦ ٨٨٩٦٤ ٨٩٠٦٩ ٨٩١٦٦ ٨٩٢٦٤ ٨٩٣٦٩ ٨٩٤٦٦ ٨٩٥٦٤ ٨٩٦٦٩ ٨٩٧٦٦ ٨٩٨٦٤ ٨٩٩٦٩ ٩٠٠٦٦ ٩٠١٦٤ ٩٠٢٦٩ ٩٠٣٦٦ ٩٠٤٦٤ ٩٠٥٦٩ ٩٠٦٦٦ ٩٠٧٦٤ ٩٠٨٦٩ ٩٠٩٦٦ ٩١٠٦٤ ٩١١٦٩ ٩١٢٦٦ ٩١٣٦٤ ٩١٤٦٩ ٩١٥٦٦ ٩١٦٦٤ ٩١٧٦٩ ٩١٨٦٦ ٩١٩٦٤ ٩٢٠٦٩ ٩٢١٦٦ ٩٢٢٦٤ ٩٢٣٦٩ ٩٢٤٦٦ ٩٢٥٦٤ ٩٢٦٦٩ ٩٢٧٦٦ ٩٢٨٦٤ ٩٢٩٦٩ ٩٣٠٦٦ ٩٣١٦٤ ٩٣٢٦٩ ٩٣٣٦٦ ٩٣٤٦٤ ٩٣٥٦٩ ٩٣٦٦٦ ٩٣٧٦٤ ٩٣٨٦٩ ٩٣٩٦٦ ٩٤٠٦٤ ٩٤١٦٩ ٩٤٢٦٦ ٩٤٣٦٤ ٩٤٤٦٩ ٩٤٥٦٦ ٩٤٦٦٤ ٩٤٧٦٩ ٩٤٨٦٦ ٩٤٩٦٤ ٩٥٠٦٩ ٩٥١٦٦ ٩٥٢٦٤ ٩٥٣٦٩ ٩٥٤٦٦ ٩٥٥٦٤ ٩٥٦٦٩ ٩٥٧٦٦ ٩٥٨٦٤ ٩٥٩٦٩ ٩٦٠٦٦ ٩٦١٦٤ ٩٦٢٦٩ ٩٦٣٦٦ ٩٦٤٦٤ ٩٦٥٦٩ ٩٦٦٦٦ ٩٦٧٦٤ ٩٦٨٦٩ ٩٦٩٦٦ ٩٧٠٦٤ ٩٧١٦٩ ٩٧٢٦٦ ٩٧٣٦٤ ٩٧٤٦٩ ٩٧٥٦٦ ٩٧٦٦٤ ٩٧٧٦٩ ٩٧٨٦٦ ٩٧٩٦٤ ٩٨٠٦٩ ٩٨١٦٦ ٩٨٢٦٤ ٩٨٣٦٩ ٩٨٤٦٦ ٩٨٥٦٤ ٩٨٦٦٩ ٩٨٧٦٦ ٩٨٨٦٤ ٩٨٩٦٩ ٩٩٠٦٦ ٩٩١٦٤ ٩٩٢٦٩ ٩٩٣٦٦ ٩٩٤٦٤ ٩٩٥٦٩ ٩٩٦٦٦ ٩٩٧٦٤ ٩٩٨٦٩ ٩٩٩٦٦ ١٠٠٠٦٤

ه كنسبة ه الى م وان نسبة ح الى ط كنسبة ط الى آ وكذلك ما يتلوه من
المراتب برهانه ليكن ل حاصل من ضرب آ في ب وم حاصل من
ضرب ب في ح ونه سه حاصل من ضرب آ في ح ونه ح حاصل من ضرب ب في ح
في م فلان نسبة ب الى ح كنسبة آ الى ب وبالشكل الحادي عشر نسبة د الى
ل كنسبة ل الى ه ونسبة ه الى م كنسبة م الى م وكل واحدة من نسبتي د
الى ل ول الى ه كنسبة آ الى ب فكل من نسبتي د الى ل ول الى ه كنسبة ب
الى ح فنسبة د الى ل كنسبة ه الى م ونسبة ل الى ه كنسبة م الى م فنسبة
د الى ه

د الى ه كنسبة ه الى م بالشكل الرابع عشر من السابعة وايضا فلان ح ط
ال مكعبات لاعداد آ ب ح وقد ضرب آ ب في ل حصل منه سه وب ح
ضرب في م حصل منه ع فبالشكل المتقدم نسبة ح الى م ونه الى سه
ونسه الى ط كنسبة آ الى ب ونسبة ط الى ع ونه الى م ونه الى سه كنسبة ب الى
ح فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة كل واحدة من نسبة ح الى
نه ونه الى سه ونه الى ط كنسبة ب الى ح فبهذه الاستبانة نسبة ح الى نه
كنسبة ط الى ع ونسبة نه الى سه كنسبة ع الى م ونسبة سه الى ط
كنسبة م الى ل فبالمساواة نسبة ح الى ط كنسبة ط الى آ بالشكل
الرابع عشر من السابعة وبمثله تبين ما وراء لك من المراتب فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين

يد

كل مربعين يعد احدهما الآخر فضلع العاد يعد
ضلع المعدود وكل عدد يعد عددا فمربع العاد
يعد مربع المعدود

٣٧٤
١ ٤ ٩ ١٦ ٢٥ ٣٦ ٤٩ ٦٤ ٨١ ١٠٠ ١٢١ ١٤٤ ١٦٩ ٢٠٠ ٢٢٥ ٢٥٦ ٢٨٩ ٣٢٤ ٣٦١ ٤٠٠ ٤٣٩ ٤٨٠ ٥٢١

كل مكعبين يعد أحدهما الآخر فضلع العاد يعد
ضلع المعدود وكل عدد يعد عدداً فمكعب العاد

يعد مكعب المعدود

ليكن $آ ب$ عددين مكعبين
وضلع $آ$ وضلع $ب$ $د$
فاقول ان عدد $آ$ يعد $د$
وان عدد $د$ علي ايهما عددان
فبعد مكعب $د$ مكعب

$د$ برهانه فنضرب $د$ في نفسه فيحصل منه $د$ ونضرب $د$ في $د$
فيحصل منه $د$ ونضرب $د$ في نفسه فيحصل منه $د$ ونضرب $د$ في $د$
فيحصل منه $د$ فظاهر ان $د$ $ر$ متوالية و $آ ط$ $آ$ $ب$ متوالية علي نسبة
 $آ$ الي $د$ بالشكل السابع عشر وبالشكل الثامن عشر من السابعة وبالشكل
الثاني عشر من الثامنة ولان $آ ط$ $آ$ $ب$ متوالية علي نسبة واحدة ويعد
 $آ ب$ فأيعد $ط$ بالشكل السابع ونسبة $آ$ الي $ط$ كنسبة $د$ الي $د$ فأيعد $د$
وايضاً ان عدد $د$ فبعد $آ ب$ وليكن $آ$ مكعب $د$ وب مكعب $د$ و
الحاصل من ضرب $د$ في نفسه وح الحاصل من ضرب $د$ في $د$ و $ر$ الحاصل
من ضرب $د$ في نفسه و $ط$ $آ$ الحاصلان من ضرب $د$ في $د$ في $د$ فتيين بمثل ما
بيننا ان $آ ط$ $آ$ $ب$ متوالية علي نسبة $د$ الي $د$ وايضاً ان $د$ $ر$ متوالية علي
نسبة $د$ الي $د$ ولان $د$ يعد $د$ ونسبة $د$ الي $د$ كنسبة $آ$ الي $ط$ فأيعد $ط$
وبهذا الدليل $ط$ يعد $آ$ و $آ ب$ ولان أيعد $ط$ و $ط$ يعد $آ$ فأيعد $آ$ لكن
 $آ$ يعد $ب$ فأيعد $ب$ وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه انه اذا لم يعد عدد لريعد مكعبه مكعبه واذا لم يعد
مكعب مكعباً لم يعد ضلعه ضلعه

كل عددين مسطحين متشابهين فانه يقع بينهما
عدد ويتوالي الثلاثة علي نسبة واحدة ونسبة المسطح
الي المسطح كنسبة ضلع من المنسوب الي نظيره من
ضلي المنسوب اليه مثناة بالتركيب
ليكن

ليكن $آ ب$ مسطحين متشابهين وضلعا $آ$ $د$ وضلعا $ب$ $د$ ونسبة $د$ الي $د$
كنسبة $د$ الي $د$ فاقول انه يقع بين $آ ب$ عدد ويصير الثلاثة متوالية علي
نسبة واحدة وان نسبة $آ$ الي $ب$
كنسبة $د$ الي $د$ مثناة برهانه وليكن $ح$
حاصل من ضرب $د$ في $د$ فلان $د$ ضرب
في $د$ وحصل منه $ح$ والحاصل من ضرب
في $د$ وعكسه متساويان بالشكل
السادس عشر من السابعة فح يساوي
مسطح كل من $د$ في الآخر فد ضرب في

$د$ حصل منه $آ ح$ فنسبة $آ$ الي $ح$ كنسبة $د$ الي $د$ بالشكل الثامن عشر
من السابعة وكانت نسبة $د$ الي $د$ كنسبة $د$ الي $د$ فباستبانة الشكل
الرابع عشر من السابعة نسبة $آ$ الي $ح$ كنسبة $د$ الي $د$ ولان $د$ ضرب في $د$
وحصل منه $ح$ فنسبة $ح$ الي $ب$ كنسبة $د$ الي $د$ بالشكل الثامن عشر من
السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة $آ$ الي $ح$ كنسبة
 $ح$ الي $ب$ ولان نسبة $د$ الي $د$ كنسبة $آ$ الي $ح$ فنسبة $د$ الي $د$ مثناة كنسبة $آ$ الي
 $ح$ مثناة لان نسبة $آ$ الي $ح$ كنسبة $ح$ الي $ب$ فنسبة $آ$ الي $ب$ كنسبة $آ$ الي $ح$
مثناة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة $آ$ الي $ب$ كنسبة $د$ الي
 $د$ مثناة ومثله تبين ان نسبة $آ$ الي $ب$ كنسبة $د$ الي $د$ مثناة وذلك ما
اردنا ان نبين

كل عددين مجسمين متشابهين فانه يقع
بينهما عددان ويتوالي الاربعة علي نسبة واحدة
ونسبة المجسم الي المجسم كنسبة ضلع من اضلاع
احدهما اي ضلع كان الي نظيره من اضلاع الآخر
مثلثة بالتركيب

ليكن $آ ب$ المجسمين المتشابهين و $د$ $د$ اضلاع $آ$ و $ح$ $ط$ اضلاع $ب$
وليكن نسبة $د$ الي $د$ كنسبة $د$ الي $ح$ وكنسبة $د$ الي $ط$ وليكن $آ$ حاصل
من ضرب $د$ في $د$ وح حاصل من ضرب $د$ في $ح$ و $آ$ $ط$ مسطحان متشابهان
فتقع بينهما عدد وليكن $م$ ويتوالي الثلاثة علي نسبة $د$ الي $د$ بالشكل
المتقدم وليكن $ن$ $س$ حاصلين من ضرب $د$ في $د$ فاقول ان $آ$ $ن$ $س$ $ب$

س في ح فنسبة ط الى س كنسبة د الى ب بالشكل التاسع عشر من السابعة
وكانت نسبة م الى ح كنسبة د الى ب فنسبة ط الى س كنسبة م الى ح
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة آ الى م اول الى ن كنسبة
م الى ح كما تبين في الشكل المتقدم فنسبة ط الى س كنسبة آ الى م و
الى ن باستبانة الشكل الرابع من السابعة فآ ب مجسمان متشابهان وذلك
ما اردنا ان نبين

كل ثلاثة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اولها

مربع فثالثها مربع

ليكن $آ ب$ متوالية علي نسبة واحدة $وآ منها$ مربع فاقول ان $مربع$
برهانه نأخذ اقل ثلاثة اعداد متوالية علي نسبة $آ ب$ بالشكل
الثالث والثلثين من

السابعة وهي د م ر
فكل من د م ر مربع
باستبانة الشكل
الثماني فد م
متباينان بالشكل

الثالث فهما اقول عددان علي نسبتهم بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ونسبة د الي ع كنسبة آ الي ب ونسبة ه الي د كنسبة م الي ح فبالمساواة بالشكل الرابع عشر من السابعة نسبة د الي م كنسبة آ الي ح فد يعدد آ بعدد م ما يعدد م بالشكل العشرين من السابعة وليكن ط ضلع د وح ضلع آ و ه ضلع م وان عدد مربع مربعا عد ضلع العاد ضلع المعداد بالشكل الرابع عشر فط يعدد ح ولبعدد آ ل بعدد ما يعدد ط ح فنسبة آ الي ل كنسبة ط الي ح فنسبة آ الي ل مئاة كنسبة ط الي ح مئاة ونسبة المربع الي المربع كنسبة ضلع المربع المنسوب الي ضلع المربع المنسوب اليه مئاة بالشكل الحادي عشر فنسبة مربع آ الي مربع ل كنسبة مربع ط الي مربع ح ود مربع ط و أ مربع ح وم مربع آ وكانت نسبة د الي م كنسبة آ الي ح فبالايد ال نسبة م الي ح كنسبة د الي آ بالشكل الثالث عشر من السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة م الي ح كنسبة م بعينه الي مربع ل فح مربع ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نتد

کے

كل اربعة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اولها

مکعب فرابعها مکعب

ليكن AB حرة متوالة على نسبة واحدة و A مكعب فاقول ان D مكعب
برهانه نأخذ أربعة أعداد متوالة على نسبة A الى B بالشكل الثالث
الثلاثين وهي E FG H فباستبانة الشكل الثاني E H مكعبان وهما متباينان

4	μ	μ	1	Λ	4 ⁴	μμ	14	Λ
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
ω	ν	ν	λ	6	7	7	λ	1

کل عددین علی نسبتہ مربعین و احدہما مربع

فالاخسر مرد

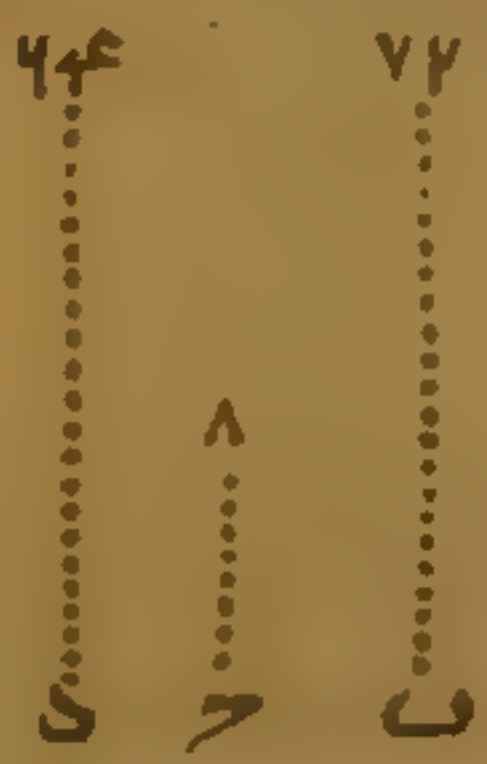
ليكن \bar{c} د مربعين ونسبة \bar{a} الي \bar{b} كنسبة \bar{c} الي \bar{d} و \bar{a} مربع فاقول ان \bar{b} مربع برهانه فلان \bar{c} د مربعان فبقع بينهما عدد ويصير الثلاثة متوالية على نسبة واحدة بالشكل الحادي عشر و \bar{a} \bar{b} على نسبة \bar{c} د فبقع بينهما

عدد ويصير الثلاثة متوالية على نسبة واحدة بالشكل الثامن وكل ثلاثة اعداد متوالية على نسبة واحدة وأولها مربع فثالثها مربع بالشكل العشرين فب مربع وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه ان كل عددين على نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان لان تبين من هذا الشكل ان كل عددين على نسبة مربعين وليس احدهما مربعاً فهما مسطحان متشابهان لاننا بينا في برهانه ان كل عددين على نسبة مربعين فانه يقع بينهما عدد ويصير الثلاثة متوالية على نسبة وقد بين في الشكل الثامن عشر ان كل عددين يقع بينهما عدد ويصير الثلاثة متوالية على نسبة فهما مسطحان متشابهان وكل مربعين فهما مسطحان متشابهان وكل عددين على نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان



كل عددين على نسبة مكعبين واحدهما

مكعب فالآخر مكعب
ليكن د مكعبين ونسبة آ الى ب كنسبة ح الى د
وأ مكعب فاقول ان ب ايضا مكعب برهانه
فلان د مكعبان فيقع بينهما عددان ويصير
الاربعة متوالية على نسبة بالشكل الثاني عشر
فيقع بين آ ب عددان ويصير الاربعة متوالية
على نسبة بالشكل الثامن وكل عددين يقع بينهما عددان ويصير الاربعة
متوالية على نسبة واحدهما مكعب فالآخر مكعب بالشكل الواحد
والعشرين فب مكعب وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه ان كل عددين على نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان
وذلك لاننا بينا في برهان هذا الشكل ان كل عددين على نسبة مكعبين
فانه يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متوالية على نسبة وقد بين في
الشكل التاسع عشر ان كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالي الاربعة
على نسبة فهما مجسمان متشابهان وكل مكعبين فهما مجسمان متشابهان
فكل عددين على نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان
اقول ان الشكلين الذين ذكرناهما الاستبانة في هذا الشكل والشكل
الذي قبله جعلهما ثابت بن قره الشكل الرابع والعشرين والخامس
والعشرين

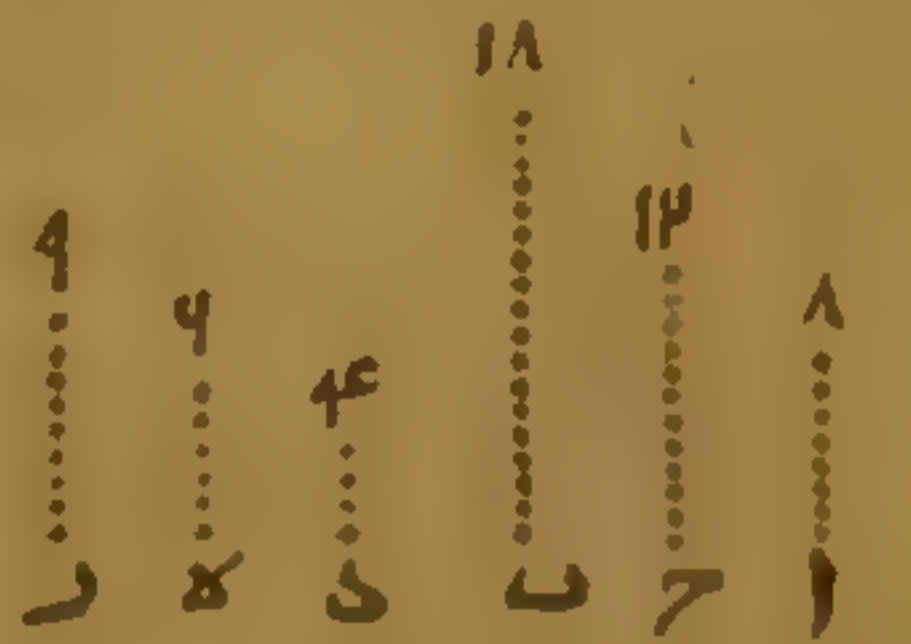


والعشرين من كتابه ولم يجعلهما الحجاج شكلا من كتابه والا يف بطريقه
اقله دس في كتابه هذا ان كل ما يعلم بطريق الاستبانة او من الاشكال
المتقدمه لم يجعله شكلا من كتابه فلذلك لم يجعلهما من اصل الكتاب

اد

كل مسطحين متشابهين فهما على نسبة مربعين

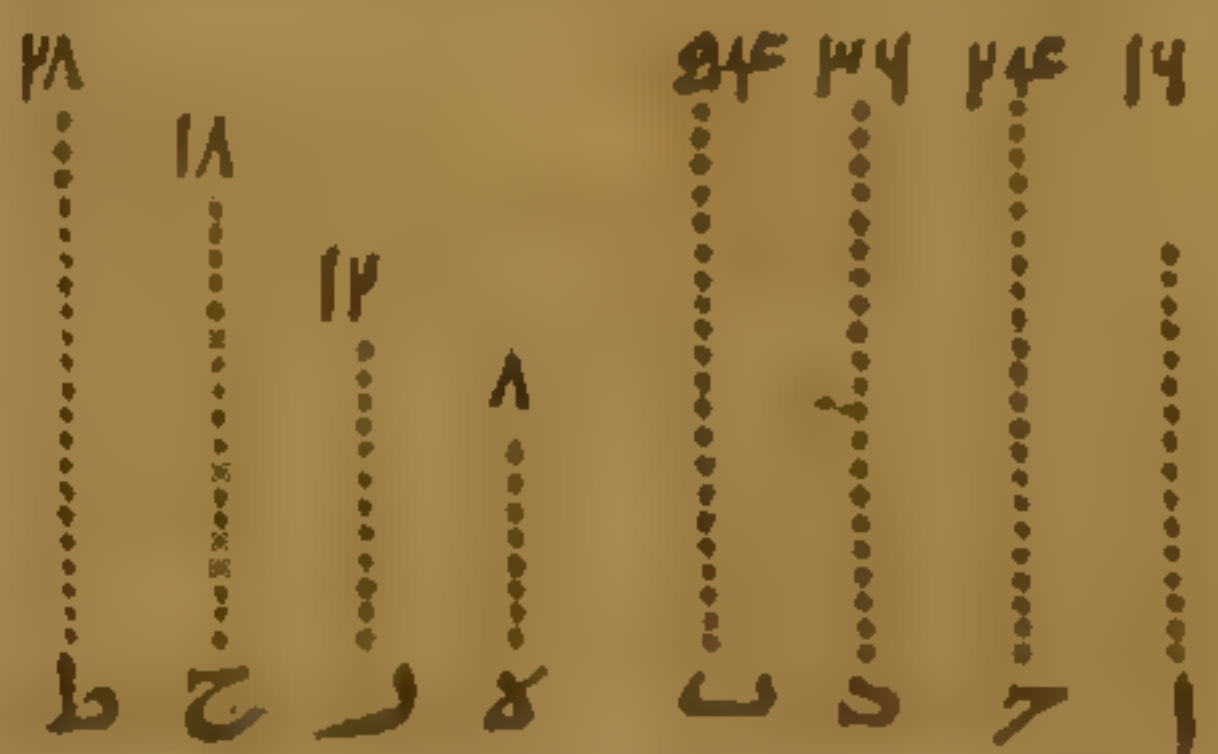
ليكن آ ب مسطحين متشابهين فاقول انهما على نسبة مربعين برهانه
فلان آ ب مسطحان متشابهان يقع بينهما عدد ويتوالي الثلاثة على نسبة
واحدة بالشكل السادس عشر وليكن
ذلك العدد ح وناخذ اقل ثلاثة اعداد
على نسبة آ ح ب بالشكل الثالث
والثلاثين من السابعة وهي د ه ز فكل
من د ه ز مربع باستبانة الشكل الثاني
ونسبة آ الى ح كنسبة د الى ه ونسبة ح
الى ب كنسبة ه الى ز فبالمساواة نسبة آ الى ب كنسبة د الى ز بالشكل
الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



اله

كل مجسمين متشابهين فهما على نسبة مكعبين

ليكن آ ب مجسمين متشابهين فاقول انهما على نسبة مكعبين برهانه
فلان آ ب مجسمان متشابهان
يقع بينهما عددان ويصير
الكل متوالية على نسبة
بالشكل السابع عشر
وليكن ه ح د وناخذ اقل
اعداد على نسبة آ ح د ب
بالشكل الثالث والثلاثين



من السابعة وهي ه ح ط ف ه ط مكعبان باستبانة الشكل الثاني فلان
نسبة آ الى ح كنسبة ه الى ط ونسبة ح الى د كنسبة ط الى ه ونسبة د الى
ب كنسبة ه الى ط فبالمساواة بالشكل الرابع عشر نسبة آ الى ب كنسبة د الى ه
ط بالشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الثامنة والحمد لله على التوفيق

المقالة التاسعة وثلاثون في أشكال

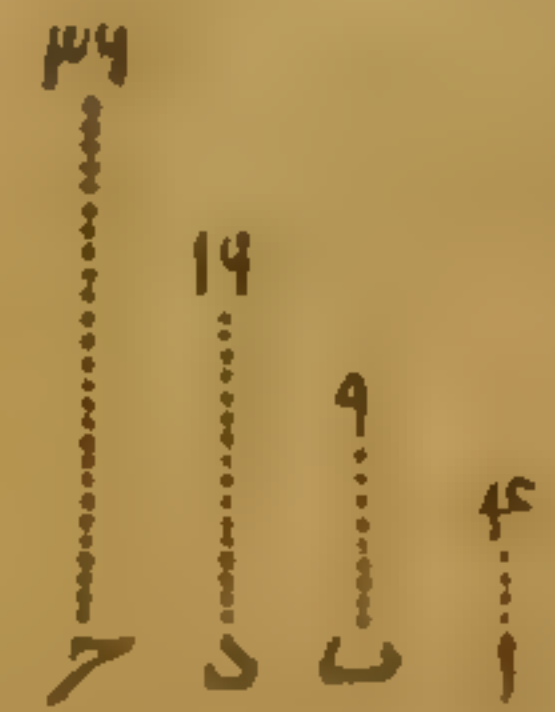
الأشكال

أ

كل مستطین متشابهین فان الحاصل من ضرب

احدهما في الآخر مربع

ليكن A B مستطین متشابهین وضرب A في B حصل منه C فاقول ان C مربع برهانه نضرب A في نفسه فيحصل منه D فلان A ضرب في نفسه وفي B حصل منه C فنسبة A الي B كنسبة D الي C بالشكل الثامن عشر من السابعة و A B مستطان متشابهان فيقع بينهما عدد ويتوالي الثلاثة علي نسبة بالشكل السادس عشر من الثامنة فيقع بين C و D عدد ويصير معهما متوالية علي نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل ثلثة اعداد يتوالية علي نسبة اولها مربع فالثالث مربع بالشكل العشرين من الثامنة و C مربع D مربع وذلك ما اردنا ان نبين



كل عددین مستطاح احدهما في الآخر مربع فهما

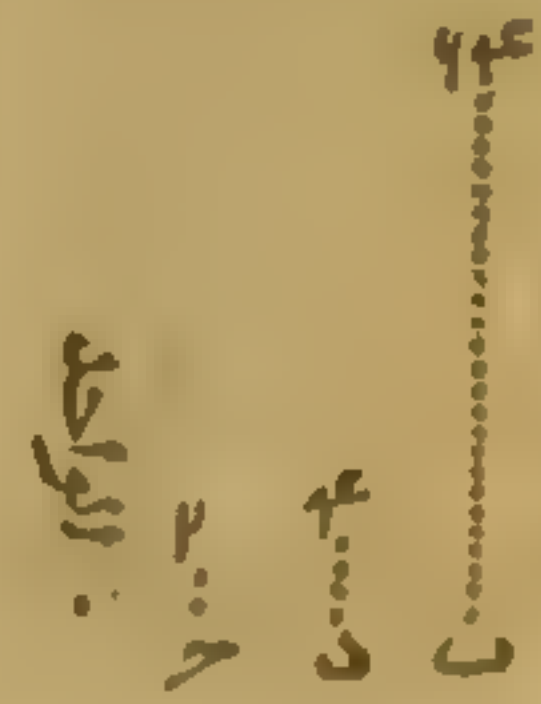
مستطان متشابهان

ليكن مستطاح A في B وهو مربع فاقول ان عددي A B مستطان متشابهان برهانه نضرب A في نفسه فيحصل منه C مربعاً فلان A ضرب في نفسه وفي B حصل منه C فنسبة A الي B كنسبة D الي C بالشكل الثامن عشر من السابعة و C عددان مربعان وكل عددین علي نسبة مربعین فهما مستطان متشابهان باستبانة الشكل الثاني والعشرين من الثامنة ف A B عددان مستطان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين



ضرب عدد في عدد اذا كان مربعاً فالمضروب فيه مربع وان الحاصل من ضرب المربع في عدد اذا كان غير مربع فان المضروب فيه غير مربع وان الحاصل من ضرب مربع في غير مربع غير مربع

مربع كل مكعب مكعب



ليكن A مكعباً وضرب في نفسه حصل منه B فاقول ان B مكعب برهانه ليكن C ضلع A و D مربع C فنسبة الواحد الي C كنسبة C الي D و C ضرب في D حصل منه E فنسبة C الي E كنسبة الواحد الي D وبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة D الي E كنسبة الواحد الي C وكانت نسبة C الي D كنسبة الواحد الي C فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة C الي D كنسبة D الي E فاقول ان E مكعب برهانه ليكن F ضلع A و G مربع F فنسبة الواحد الي F كنسبة F الي G و F ضرب في G حصل منه H فنسبة F الي H كنسبة الواحد الي G وبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة G الي H كنسبة الواحد الي F وكانت نسبة F الي G كنسبة الواحد الي F فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة F الي G كنسبة G الي H فاقول ان H مكعب برهانه ليكن I ضلع A و J مربع I فنسبة الواحد الي I كنسبة I الي J و I ضرب في J حصل منه K فنسبة I الي K كنسبة الواحد الي J وبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة J الي K كنسبة الواحد الي I وكانت نسبة I الي J كنسبة الواحد الي I فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة I الي J كنسبة J الي K فاقول ان K مكعب برهانه

فنسبة C الي E كنسبة الواحد الي D وبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة D الي E كنسبة الواحد الي C وكانت نسبة C الي D كنسبة الواحد الي C فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة C الي D كنسبة D الي E فاقول ان E مكعب برهانه ليكن F ضلع A و G مربع F فنسبة الواحد الي F كنسبة F الي G و F ضرب في G حصل منه H فنسبة F الي H كنسبة الواحد الي G وبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة G الي H كنسبة الواحد الي F وكانت نسبة F الي G كنسبة الواحد الي F فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة F الي G كنسبة G الي H فاقول ان H مكعب برهانه

الحاصل من ضرب المكعب في المكعب مكعب



ليكن A المكعب ضرب في B المكعب حصل C فاقول ان C مكعب برهانه نضرب A في نفسه فيحصل منه D ف D مكعب بالشكل المتقدم ف A ضرب في نفسه وفي B حصل منه C فنسبة A الي B كنسبة D الي C بالشكل الثامن عشر من السابعة ف C علي نسبة مكعبين و D منها مكعب ف C مكعب بالشكل الثامن عشر من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد ضرب فيه مكعب فحصل منه

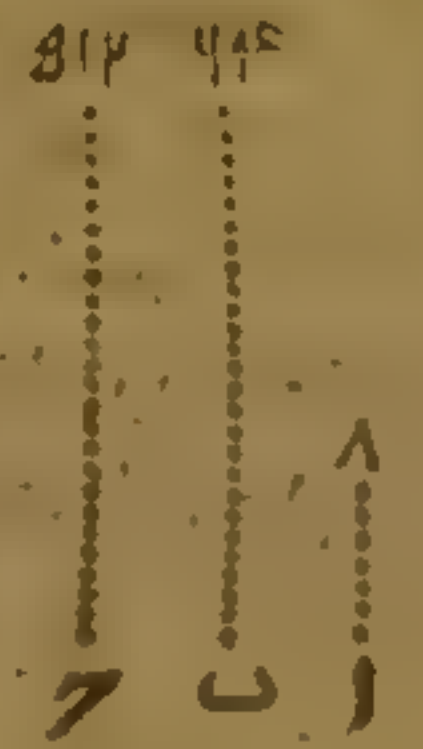
مكعب فالمضروب فيه مكعب

ليكن \bar{A} مكعبا وضرب في \bar{B} فحصل \bar{C} مكعبا فاقول ان \bar{B} مكعب برهانه
نضرب \bar{A} في نفسه فيحصل منه \bar{D} مكعبا بالشكل
الثالث ونسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{D} الى \bar{C} بالشكل
الثامن عشر من السابعة فاقول ان \bar{B} على نسبة المكعبين
وا مكعب \bar{D} مكعب \bar{B} بالشكل الثالث
والعشرين من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه ان مسطح المكعب في غير المكعب
غير مكعب وان كل عدد ضرب فيه مكعب
وحصل غير المكعب فالمضروب فيه غير مكعب



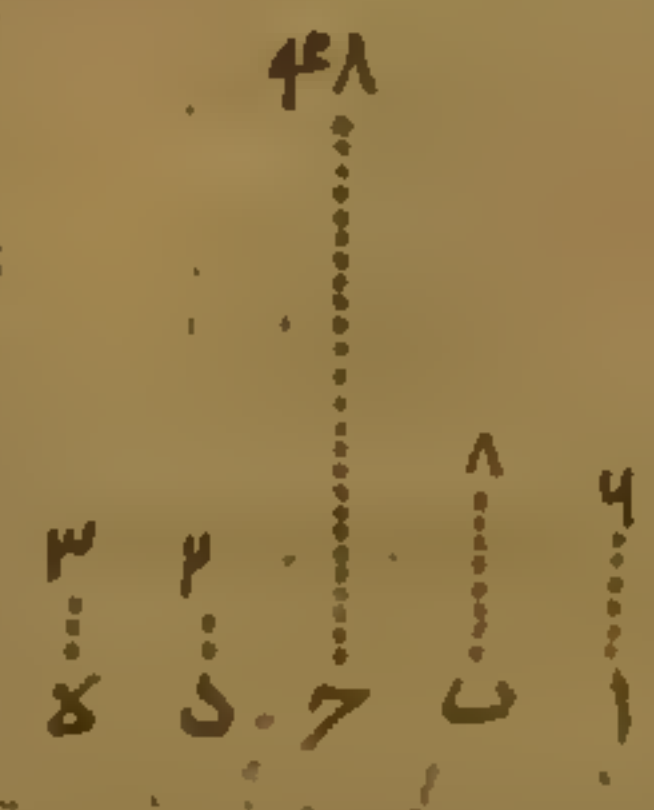
كل عدد ضرب في نفسه فحصل منه مكعب

فهو مكعب
ليكن \bar{A} ضرب في نفسه فحصل منه \bar{B} مكعب فاقول
ان \bar{A} مكعب برهانه نضرب \bar{A} في \bar{B} فيحصل \bar{C}
مكعب فلان \bar{A} ضرب في نفسه فحصل \bar{B} وا ضرب
في \bar{B} فحصل \bar{C} فنسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{B} الى \bar{C} بالشكل
الثامن عشر من السابعة فاقول ان \bar{B} على نسبة مكعبين وب
مكعب فاقول ان \bar{A} مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وذلك ما اردنا
ان نبين



كل عدد مركب ضرب في عدد آخر فالحاصل

منه عدد مجسم
ليكن \bar{A} عددا مركبا وضرب في \bar{B} فحصل \bar{C}
فاقول ان \bar{C} عدد مجسم برهانه فلان \bar{A}
مركب فليعدد \bar{A} فليعدد \bar{B} فاحاد \bar{C} فاقول
حاصل من ضرب \bar{D} في \bar{E} وضرب \bar{A} في \bar{B}
وحصل \bar{C} فخر مجسم وذلك ما اردنا ان نبين



كل اعداد مبتدئية من الواحد متوالية على نسبة

واحدة

واحدة كم كانت فان ثالث الواحد منها مربع ثم ثالث
الثالث مربع على الاول بالغاما بلغ ورابع الواحد
مكعب ثم رابع الرابع مكعب على الاول بالغاما
بلي وسابع الواحد مربع مكعب ثم سابع السابع
على الاول بالغاما بلغ مربع مكعب

ليكن \bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} اعداد متوالية على نسبة من الواحد فاقول ان \bar{B}
مربع وثالث وثالث ثالث بالغاما بلغ مربع ود مكعب ورابعة ورابع
رابعة بالغاما بلغ مكعب ور
مربع مكعب وسابعة وسابع
سابعة بالغاما بلغ مربع
مكعب برهانه فلان نسبة
الواحد الى \bar{A} كنسبة \bar{A} الى \bar{B}
فب مربع \bar{A} لان \bar{A} يعد \bar{B}
باحاد \bar{A} فالحاصل من ضرب \bar{A} في

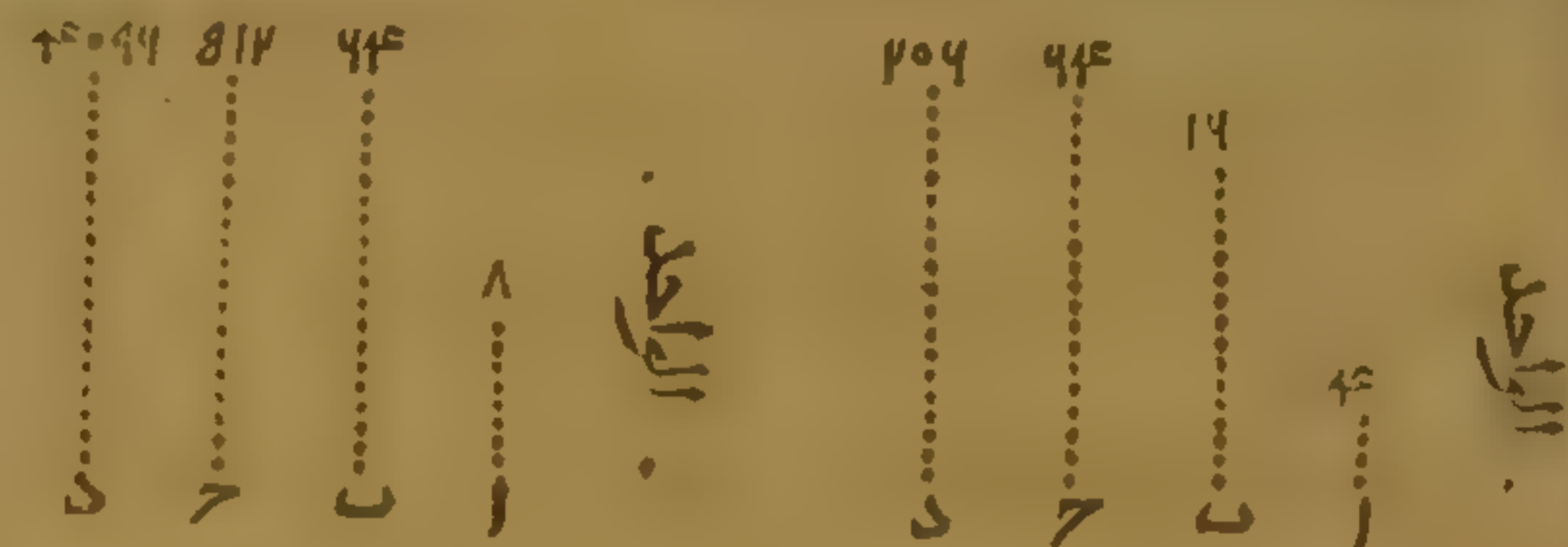


نفسه يكون بالمضادة ولان نسبة الواحد الى \bar{B} كنسبة \bar{B} الى \bar{D} وكنسبة
 \bar{D} الى \bar{C} بالشكل الرابع عشر من السابعة فكل واحد من \bar{D} و \bar{C} مربع
بالشكل العشرين من الثامنة ولوبناء بالمضادة لجاز وكان احسن ولان
نسبة الواحد الى \bar{A} كنسبة \bar{A} الى \bar{C} فالحاصل من ضرب \bar{A} في \bar{C} فخر
مكعب ونسبة الواحد الى \bar{C} كنسبة \bar{C} الى \bar{D} بالشكل الرابع عشر من
السابعة و \bar{C} مكعب فمكعب بالشكل العشرين من الثامنة فمربع
مكعب معا ومثله نبين ان سابع \bar{C} مربع معا وهكذا تبين فيهما بعد
من المراتب وذلك ما اردنا ان نبين

ط

كل اعداد متوالية من الواحد على نسبة واحدة
كم كانت الاعداد فان كان الذي يلي الواحد مربعا
فالكل مربع وان كان مكعبا فالكل مكعب

ليكن الاعداد المتوالية من الواحد على نسبة $\bar{a} \bar{b}$ \bar{c} \bar{d} فاقول ان كان \bar{a} مربعاً فكل واحد من \bar{b} \bar{c} \bar{d} مربع وان كان مكعباً فكل واحد من \bar{b} \bar{c} \bar{d} مكعب برهانه فان كان \bar{a} مربعاً وب \bar{b} ثالث الواحد فهو مربع بالشكل

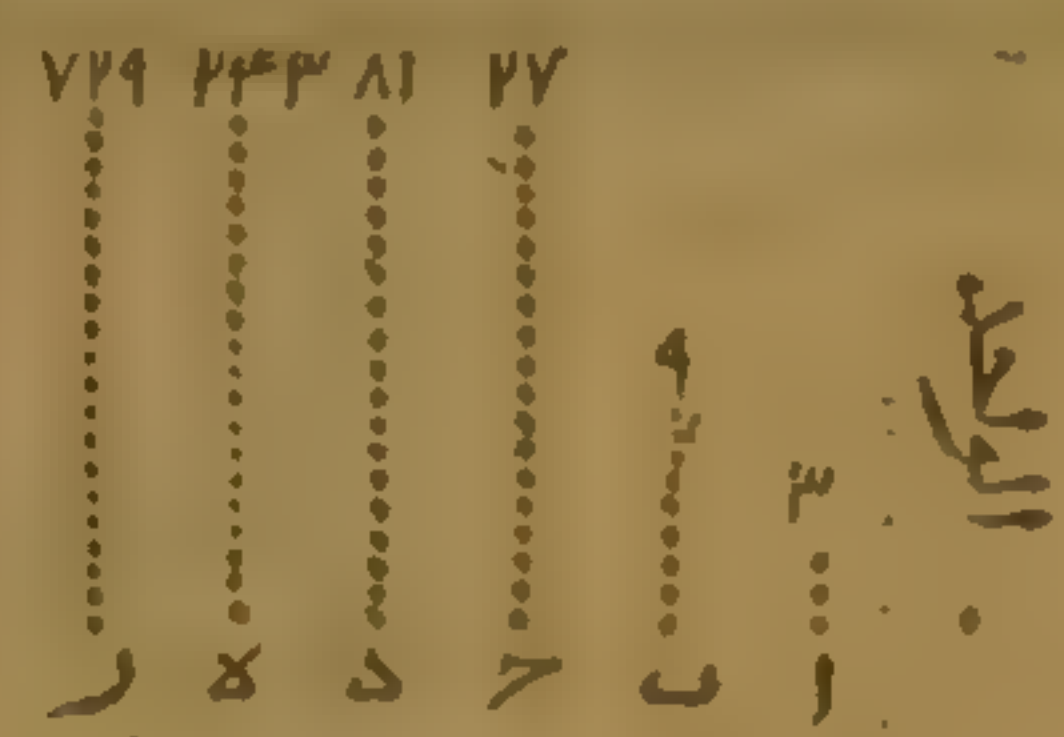


المتقدم ونسبة \bar{a} الى \bar{b} كنسبة \bar{b} الى \bar{c} وب \bar{c} على نسبة مربعين وب \bar{d} مربع \bar{c} مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة وبمثله تبين ما بعده وان كان \bar{a} مكعباً فب \bar{b} مكعب لان نسبة الواحد الى \bar{a} كنسبة \bar{a} الى \bar{b} فب \bar{b} مربع \bar{a} باستنباط الشكل التاسع عشر من السابعة و \bar{a} مكعب فب \bar{b} مكعب بالشكل الثالث ولان نسبة \bar{a} الى \bar{b} كنسبة \bar{b} الى \bar{c} فب \bar{c} على نسبة مكعبين وب \bar{d} مكعب \bar{c} مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وهذا تبين فيما بعد بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية من الواحد على نسبة كم كانت الاعداد وكان الذي يلي الواحد غير مربع فليس منها عدد مربع الا ثالث من الواحد وثالث الثالث على الولا على هذا النسق بالغاً ما بلغت وان كان الذي يلي الواحد غير مكعب فليس منها عدد مكعب الا رابع الواحد ورابع الرابع على الولا على هذا النسق بالغاً ما بلغت

ليكن $\bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d}$ الاعداد المتوالية من الواحد على نسبة واحدة و \bar{a} غير مربع فليس منها غير \bar{b} وان كان غير مكعب فليس منها غير \bar{c} مكعب على هذا النسق لو كانت الاعداد المتوالية المبتدئية من الواحد

الواحد اكثر من هذه برهانه اما ان كل واحد من \bar{b} \bar{c} \bar{d} مربع وكل واحد من \bar{b} \bar{c} \bar{d} مكعب فبالشكل الثامن لذلك ما ينلوه من المراتب على هذا النسق واما ان غير \bar{b} \bar{c} \bar{d} لا يجوز ان يكون مربعاً فلانه لو جاز



ليكن \bar{c} مربعاً فلان نسبة \bar{a} الى \bar{b} كنسبة \bar{b} الى \bar{c} وب \bar{c} مربعاً ف \bar{a} مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل واما ان غير \bar{c} لا يجوز ان يكون مكعباً فلانه لو جاز لكان \bar{a} مكعباً ونسبة \bar{a}

الى \bar{b} كنسبة \bar{b} الى \bar{c} بالشكل الرابع عشر من السابعة و \bar{a} مكعباً فنسبة \bar{a} الى \bar{b} كنسبة مكعبين و \bar{a} مكعب فمكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية من الواحد على نسبة فان عدد الاقل منها يعد الاكثر منها بعدة احاد عدد منها

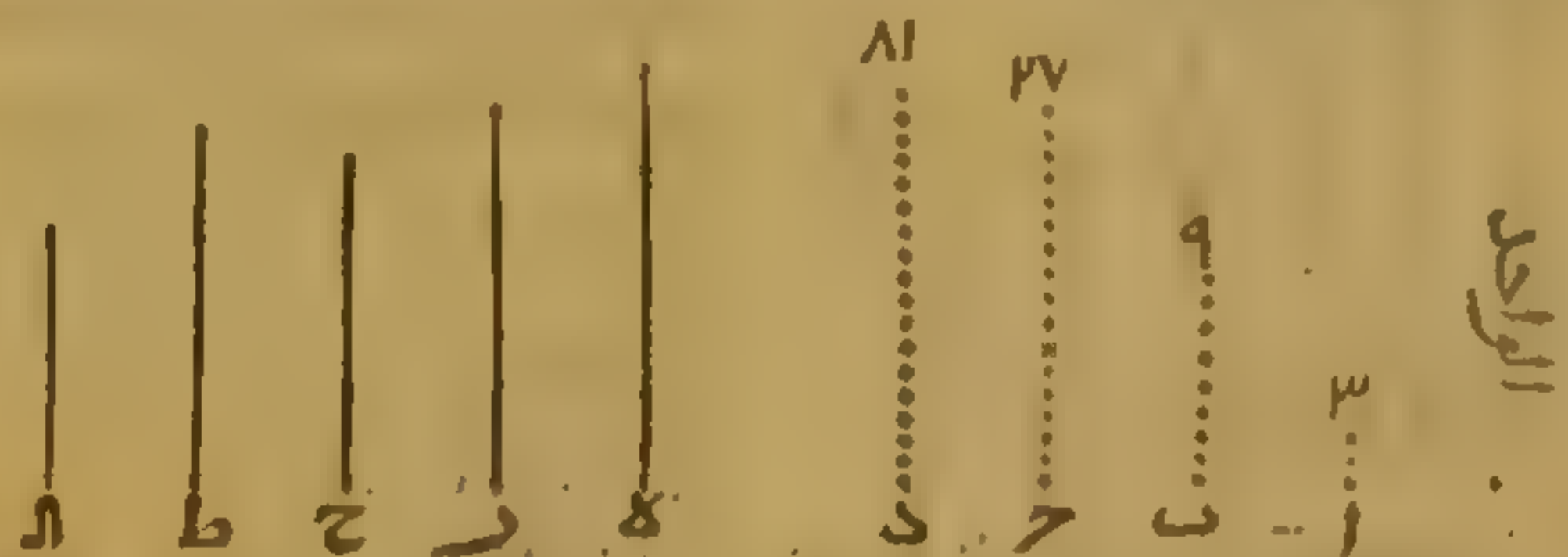
ليكن اعداد $\bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d}$ متوالية من الواحد على نسبة و \bar{a} يعدد \bar{b} فاقول انه يعدد بعدة احاد عدد منها



برهانه فلان نسبة الواحد الى \bar{b} كنسبة \bar{b} الى \bar{c} بالشكل الرابع عشر من السابعة والواحد يعدد \bar{b} بعدة احاد \bar{b} يعدد \bar{c} بعدة احاد \bar{b} فكل اقل عدد يعدد الاكثر منها فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد توات من الواحد على نسبة كم كانت الاعداد وكل عدد اول يعدد الاخير منها فانه يعدد العدد الذي يلي الواحد

ليكن $آ ب ح د$ متوالية من الواحد على نسبة $و د$ عدد أول يعد $د$ فاقول
انه يعد $آ$ برهانه لانه لو لم يعد $آ$ فيكونان متباينين بالشكل الواحد
والثلاثين من السابعة فهما اقل عددين على نسبتهم بالشكل الثاني
والعشرين من السابعة فيعدان كل عددين على نسبتهم اعدا واحدا

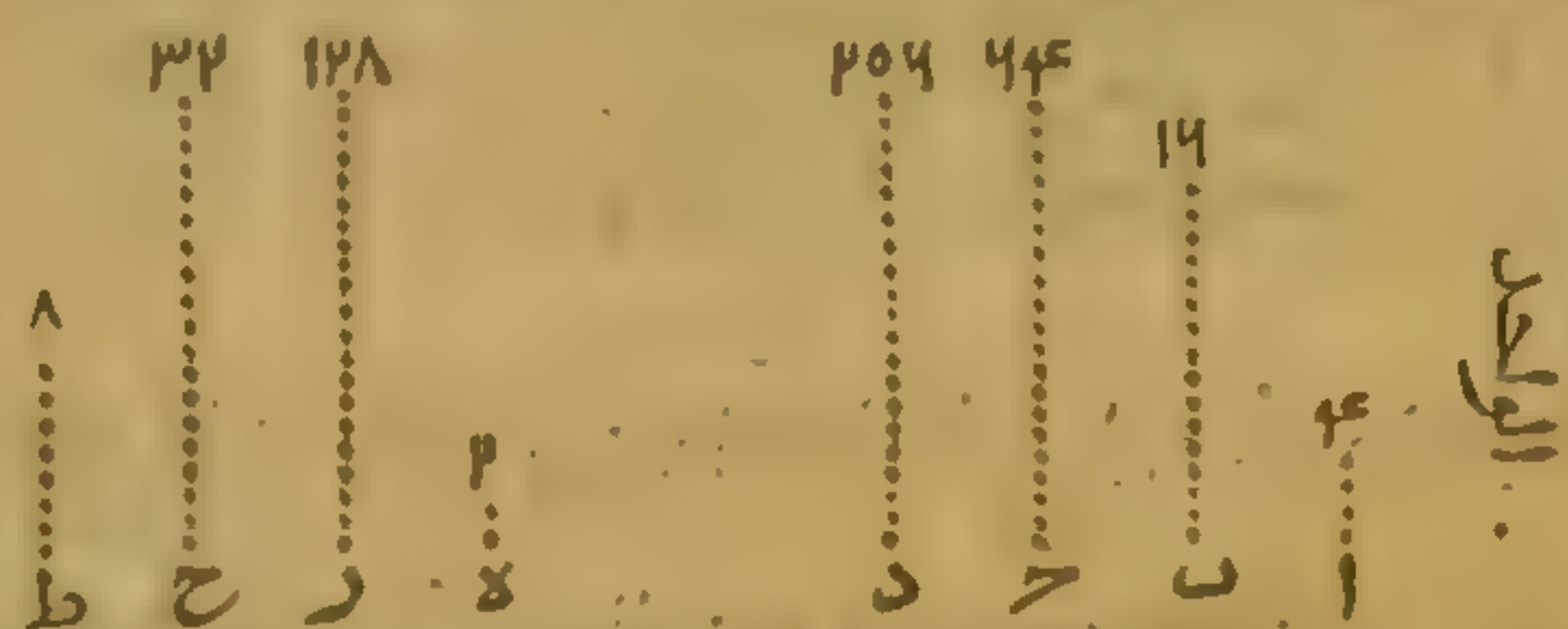


بالشكل العشرين من السابعة وليكن $د ب ر$ فنسبة الواحد الى $ر$
كنسبة $د$ الى $د$ قد هو الحاصل من ضرب $ر$ في $د$ بالشكل التاسع عشر
من السابعة ولان الواحد يعد $آ$ بعد ما يعد $د$ فنسبة الواحد الى $آ$
كنسبة $د$ الى $د$ فالحاصل من ضرب $آ$ في $د$ بالشكل التاسع عشر من
السابعة فنسبة $د$ الى $آ$ كنسبة $د$ الى $ر$ بالشكل التاسع عشر من السابعة
فهو يعد $د$ بالشكل العشرين من السابعة ولبعده $ح$ في $د$ ومثله ما
بينا تبين ان $آ$ في $ب$ ونسبة $د$ الى $آ$ كنسبة $ب$ الى $ح$ فهو يعد $ب$ ولبعده
بط $د$ في $ط$ ف $آ$ في مثله $ب$ فنسبة $د$ الى $آ$ كنسبة $آ$ الى $ط$ فهو يعد $آ$
وكان لا يعد هذا خلف الحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد توالى على نسبة مبتدأة من الواحد
كم كانت وكان العدد الذي يلي الواحد منها
عددا اول فلا يعد العدد الاكثر منها عدد غير
تلك الاعداد

ليكن الاعداد المتوالية من الواحد على نسبة اعداد $آ ب ح د$ والذى
يلي الواحد اول فاقول لا يعد $د$ غير اعداد $آ ب ح$ برهانه والا فليعد
 $د$ عددا وهو غير $آ ب ح$ في لا يجوز ان يكون عددا اول والا فليعد $آ$
بالشكل المتقدم واعداد اول هذا خلف فهو عدد مركب وكل عدد
مركب يعد عددا اول بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الاول
لا يمكن ان يكون غير عدد $آ$ والا فليكن عدد $آ$ ولا يعد $د$ فيعد $آ$
بالشكل

بالشكل المتقدم هذا خلف فالعدد الاول الذي يعد عدده $د$ هو $آ$
غير ولبعده $د$ بعدة احاد $ر$ فنسبة الواحد الى $ر$ كنسبة $د$ الى $د$ قد
مسطح $ر$ في $د$ بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة $آ$ الى $ر$ كنسبة $د$
الى $د$ بالشكل التاسع عشر من السابعة و $آ$ يعد $د$ ف $ر$ يعد $د$ ولان $د$ يعد $د$



بعدد ليس هو $آ ب ح د$ فليس هو $آ$ ولا $ب$ فهو غيرهما وليس $ر$ اول والا
لعد $آ$ الاول بالشكل المتقدم هذا خلف فهو مركب وكل مركب يعد
عددا اول بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الاول لا يمكن ان
يكون غير $آ$ والا لكان $آ$ فك يعد $د$ فيعد $آ$ بالشكل المتقدم هذا
خلف فذلك الاول هو $آ$ لا غير ف $آ$ يعد $د$ ولبعده $ح$ في $د$ ومثله ما
بينا تبين ان $آ$ في $ب$ ونسبة $د$ الى $آ$ كنسبة $ب$ الى $ح$ فنسبة $د$ الى $آ$
ولان نسبة الواحد الى $آ$ كنسبة $ب$ الى $ح$ في مسطح $آ$ في $ب$ بالشكل التاسع
عشر من السابعة فنسبة $آ$ الى $ر$ كنسبة $ح$ الى $ب$ بالشكل التاسع عشر من
السابعة و $آ$ يعد $ر$ يعد $ب$ وليس $ح$ لان $ر$ عد $د$ بعدد ليس هو $آ$
ولا $ب$ وليس $ح$ عددا اول والا لعد $آ$ بالشكل المتقدم فهو مركب ولا
يعد $ح$ غير $آ$ كما بينا فليعد $ح$ بط فنسبة الواحد الى $ط$ كنسبة $ح$ الى
 $ب$ في مسطح $ط$ في $ح$ بالشكل التاسع عشر من السابعة ولان نسبة
الواحد الى $آ$ كنسبة $آ$ الى $ب$ ف $آ$ في نفسه هو $ب$ باستبانة الشكل التاسع
عشر من السابعة فنسبة $آ$ الى $ر$ كنسبة $ط$ الى $آ$ و $آ$ يعد $ح$ ف $ط$ يعد $آ$ وهو
عددا اول هذا خلف الحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد اوائل تغرض معلومة العدة فلا بد
ان يوجد عدد اول لا يكون واحدا منها

ليكن الاعداد الاوائل المفروضة $آ ب ح د$ فاقول لنا ان نجد عددا اول غير
هذه الثلاثة برهانه فلنجد اول عددها اعداد $آ ب ح$ بالشكل
السادس والثلاثين من السابعة وليكن $د$ ونزيد عليه واحدا وهو $ر$
فد $ر$ ان كان اول فقد وجدنا عددا اول غير $آ ب ح$ وان لم يكن $د$ عددا

أول فبعد عدد أول بالشكل الثلاثين من
السابعة وليكن الأول الذي يعد در هوح
وهو ليس واحدا من أ ب لان كل واحد
منها يعد د ه فلو كان ح واحدا من أ ب
لكان يعد د ه وكان يعد د ه فعدد ح يعد
ه هذا خلف فتح عدد أول غير أ ب
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

۴۵

كل اقل عدد يعده اعداد او ايل مفروضة فلا

يمكن ان يعد ذلك العدد المعدود غدد اول غير

المفروضة

ليكن أقل عدد بعده أعداد
ب ح د ا و ايل فاقول لا يمكن
ان يعد أعداد اول غير ب ح د

برهانہ فان امکان فلیحد

أعداد أول غير بـ حـ د وليكن هو عدد د وليعد بـ بر فنسبة الواحد الي
م كنسبة د الي آ فامسطح مـ نـ يـ د بالشكل التاسع عشر من السابعة وإذا
عد الأول مسطحا أعداد اضلاعه بالشكل الثاني والثلاثين من السابعة وكل
واحد من بـ حـ د عد آ فبعد أحد اضلاعه ولا يمكن أن يعد د لانه أول
فكل منها يعد مـ فـ ر أقل من آ فقل عدد يعد بـ حـ د هو مـ الأقل من
آ وكان هو آ هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا أن نبين

مجموع ای عددین من کل اقل ثلثة اعداد توالت

على نسبة واحدة يباين الثالث منه

ليكن آ ب ح اقل ثلاثة اعداد توالت علي نسبتها فاقول ان مجموع آ بر
يباين ح ومجموع ب ح يباين آ ومجموع آ ح يباين ب برهانہ تجد اقل
عدددين علي نسبة آ ب ح بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة وهما ده
و هـ فهما متباينان بالشكل الواحد والعشرين من السابعة وتجد اقل
ثلاثة اعداد علي نسبة ده و هـ بالشكل الثاني من الثامنة فيكون طرفاهما
متباينين ويكون اقل عدد علي نسبة آ ب ح باستبانة الشكل الرابع عشر

من

من السابعة فتكون في آ ب ح بعينها فأربع د ه و ح مربع د ه وب مسطح
د ه في د ه فلان د ه يباين د ه فكل منهما يباين
د ه بالشكل الثامن والعشرين من السابعة
ولأن ضرب د ه في د ه هو تضعيف د ه باحاد د ه
واحاد د ه في احاد د ه فرضرب د ه في د ه هو
تضعيف د ه باحاد د ه وهو مربع د ه اعني أ ب
تضعيف د ه باحاد د ه هو مسطح د ه في د ه
اعني ب فال حاصل من ضرب د ه في د ه هو مجموع

	١٦	٩
ر	:	:
هـ	:	:
ز	:	:
ح	:	:
د	:	:
ب	:	:
ا	:	:

پر

كل عددین متباينین فلا ثالث لهما فی النسبة

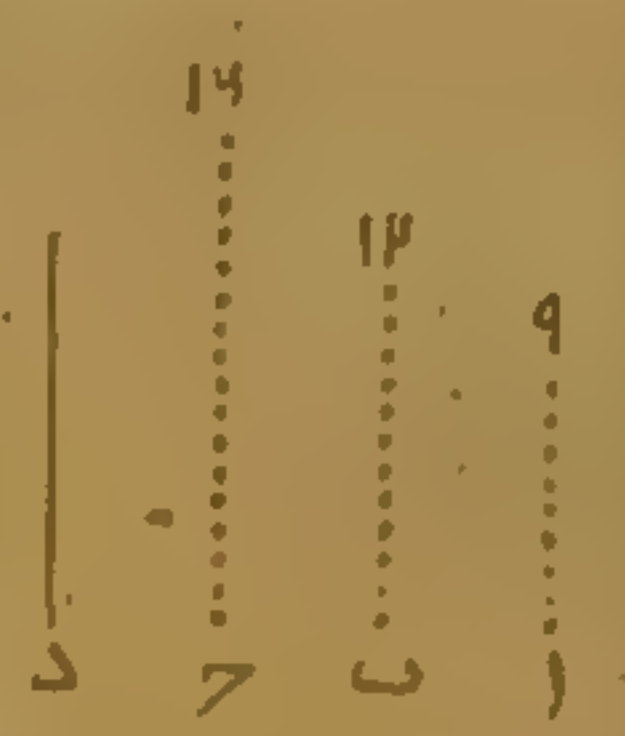
لېکن آييان بـ فاقول لېس یمکن ان یكون نسبة آالي بـ كنسبة بـ آالي
عدد آخر برهانہ فان امکن فلنکن نسبة آالي

ب كنسبة ب الي ٧ وآ ب اقل عددين علي نسبتها
بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعد ان كل
عددين علي نسبتها بالشكل العشرين من السابعة
فا يعد ب وهو يعد نفسه فآ ب ليسا متباينين هذا
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فان كل عددين
احدهما واحد فان لهما ثالثا في النسب

一

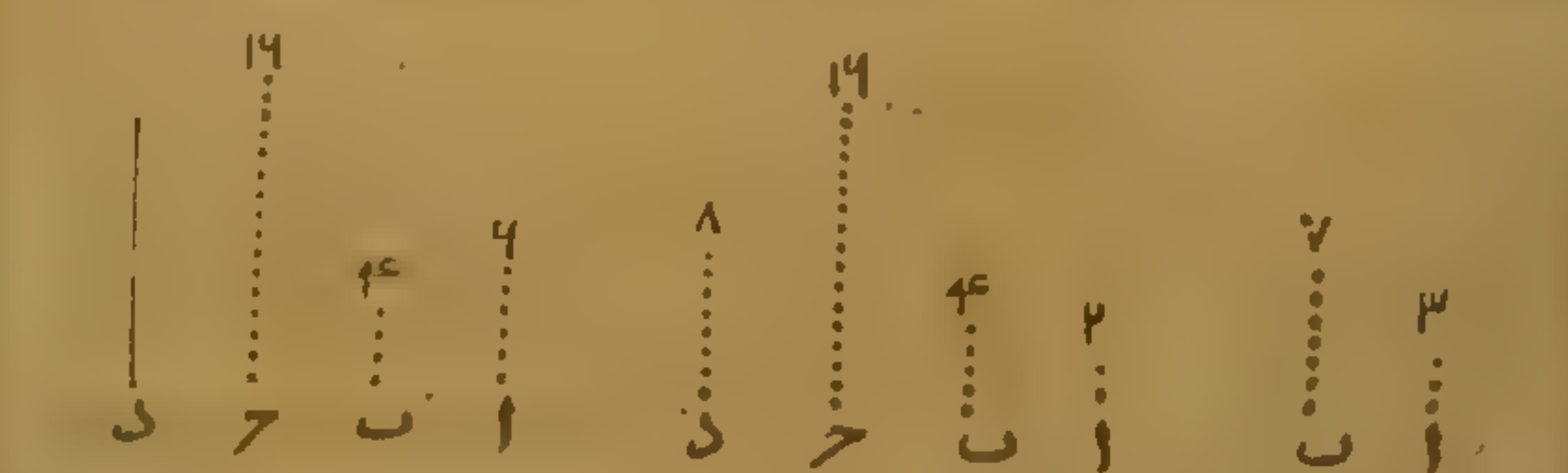
كل اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وثباين طرفاها فنسبة الاول الي الثاني لا يمكن ان تكون كنسبة الاخر منها الي عدد اخر غير هـ

لكن آ ب ح متوالية علي نسبة وآ يباين ح فلا يمكن ان تكون نسبة آ الي ب كنسبة ح الي عدد آخر برهانه فان امكن فلتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فبالمساواة نسبة آ الي ح كنسبة ب الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ ح اقل عددين علي نسبتهم بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعد ان كل عددين علي نسبتهم بالشكل العشرين منهما فإ بعد ب ونسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فب بعد ح فإ بعد ح وهو عدد نفسه فآ ح متشاركان وكانا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد ما كان اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وكان احد طرفيها واحدا فان نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الاخر منها الي عدد اخر



كل عددين مفروضين لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لهما ثالث في النسبة اولا يمكن

فليكن آ ب عددين مفروضين فان كانا متباينين فلا ثالث لهما في النسبة بالشكل السابع عشر وان لم يكونا متباينين فانا نضرب احدهما في نسبة وليكن ب ومربعه ح فاقول ان آ ان عد ح فيمكن ان يكون

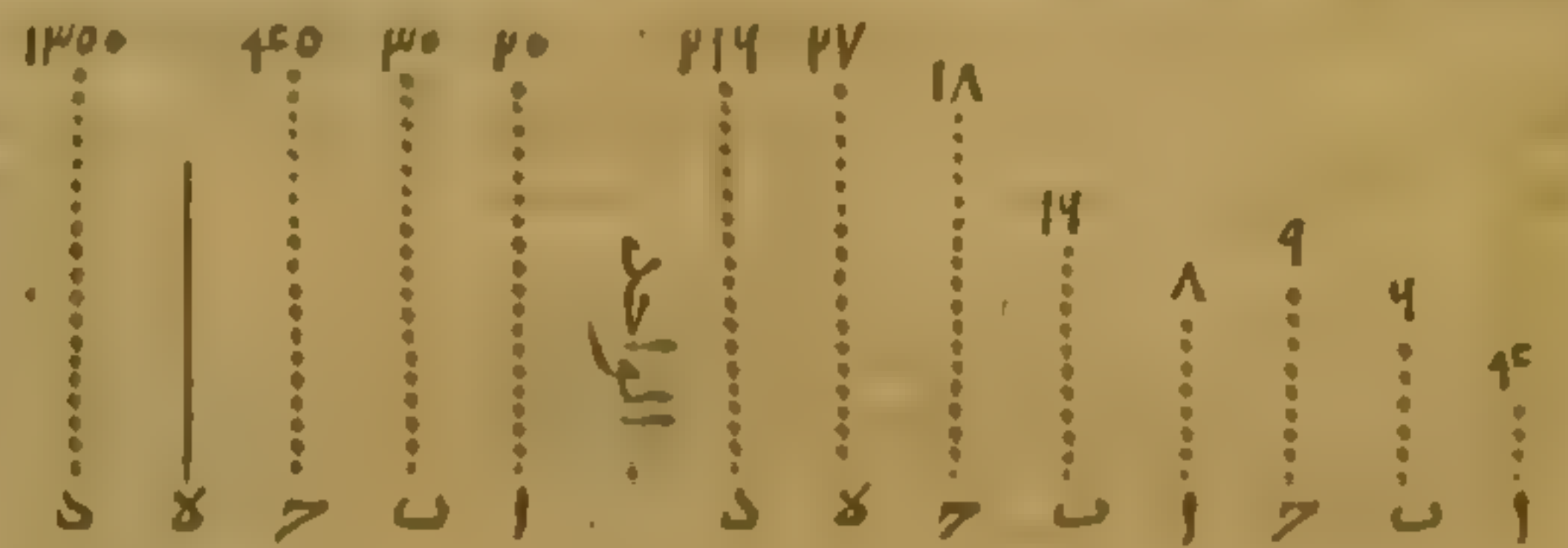


لعددي آ ب ثالث في النسبة والا فلا برهانه فان عد ح فليبعده ب كنسبة

فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح هو مسطح د في آ وهو مربع ب فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي د واستبان بالشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعد آ ح فلا ثالث لآ ب في النسبة والا فليكن د ثالثهما فالحاصل من ضرب آ في د الذي هو مربع باستبان الشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح والواحد الي د فإ بعد ح وكان لا يعد ح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فكل عددين احدهما واحد فان لهما ثالث في النسبة بالضرورة لان العدد الذي هو غير الواحد منهما يعد عددا ما باحد نفسه فتكون نسبة الواحد اليه كنسبة العدد العاد الي العدد المعاد

كل ثلثة اعداد مفروضة متوالية علي نسبة لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لهما رابع في النسبة اولا

لكن آ ب ح ثلثة اعداد متوالية علي نسبة فان كان آ يباين ح فلا يمكن ان يوجد لها رابع في النسبة بالشكل الثامن عشر وان لم يكونا متباينين فيمكن فنضرب ب في ح فيحصل د فان عد آ د فليبعده ب فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح فالحاصل من ضرب د في آ هو د بالشكل التاسع



عشر من السابعة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي د بالشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعد آ د فلا رابع لاعداد آ ب ح في النسبة والا فليكن د رابعا لها في النسبة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فسطح آ في د كسطح ب في الشكل التاسع عشر من السابعة فد مسطح آ في د فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح فإ بعد ح وكان لا يعد ح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد على الواحد فكل ثلاثة اعداد
احد طرفها واحد فان لها رابع في النسبة بالضرورة لان الواحد يعد
الثاني كما يعد الثالث عددا ما فتكون نسبة الاول الى الثاني كنسبة
الثالث الى الرابع

ع

مجموع كل اعداد كل واحد منها زوج فهو زوج

ليكن كل واحد من اعداد آ ب
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠
ب زوج زوجا فاقول ان آ زوج
برهانه فلان لكل واحد من
آ ب زوج نصف اذ كل منها زوج ومجموع اصداف آ ب زوج نصف
مجموع آ فلا نصف فاذ زوج وذلك ما اردنا ان نبين

ب

مجموع كل اعداد عدتها زوج وكل واحد منها فرد هو

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠
ع زوج

ليكن آ ب زوج زوج
كل واحد منها فرد وعدتها زوج فاقول ان آ زوج برهانه فلان كل
واحد من اعداد آ ب زوج زوج وكل فرد يزد على عدد زوج بواحد
ولو فصل من كل واحد من هذه الافراد واحد صار كل واحد منها
زوجا ومجموع الاحاد المفصلة زوج ومجموع الازواج زوج بالشكل المتقدم
فاه زوج وذلك ما اردنا ان نبين

ج

مجموع كل اعداد كل واحد منها فرد وعدتها فرد

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠
ف هو فرد

ليكن كل واحد من آ ب
زوج فردا فاقول ان آ زوج لان مجموع افراد عدتها زوج فهو زوج بالشكل
المتقدم واذا نقص من زوج واحد بقي زوجا وهو زوج
بالشكل الواحد والعشرين فاذ فرد وذلك ما اردنا ان نبين

د

كل

كل عدد زوج فصل منه عدد زوج فالباقي زوج

ليكن آ ب عددا زوجا وفصل
زوج من آ وهو عدد زوج
فاقول ان آ عدد زوج برهانه

فلانا اذا نقصنا نصف عدد الزوج من نصف آ بقي آ فلا
نصف فهو عدد زوج وذلك ما اردنا ان نبين

هـ

كل عدد زوج فصل منه عدد فرد فالباقي

عدد فرد
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠
ع زوج

ليكن آ ب عددا زوجا وفصل
منه زوج فردا فاقول ان آ فرد برهانه فلان ب فرد نصف منه
واحد وهو زوج يبغي ب عدد زوجا فاذ زوج بالشكل المتقدم فاذا
نقصنا زوج الواحد من آ الزوج يبغي آ عدد فردا وذلك ما اردنا ان نبين

و

كل عدد فرد فصل منه عدد زوج فالباقي فرد

ليكن آ ب فردا وفصل منه زوج
زوجا فاقول ان آ فرد برهانه
فزيد واحدا وهو زوج علي
زوج صار آ زوجا فردا فاذ فرد بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا
ان نبين

ز

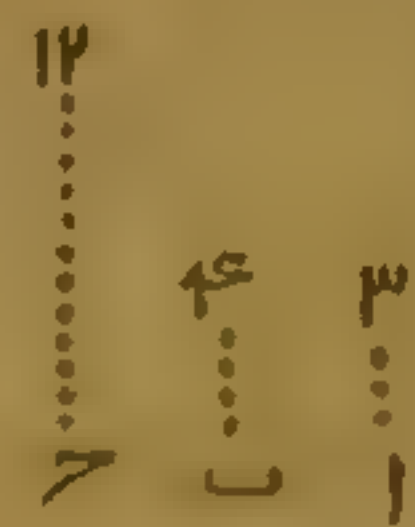
كل عدد فرد فصل منه عدد فرد فالباقي زوج

ليكن آ ب عددا فردا وفصل منه
زوج عدد فردا فاقول ان آ زوج
برهانه فصل من ب زوج
واحد فبصر كل واحد من آ عدد زوجا فاذ زوج بالشكل الرابع
والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين

ح

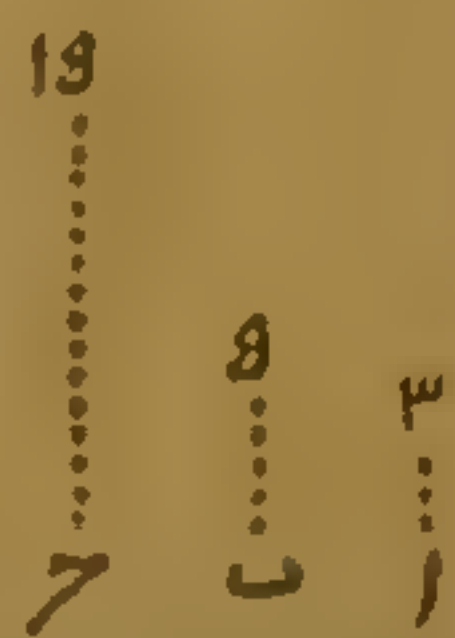
مسطح كل عدد فرد في اي عدد زوج عدد زوج

ليكن اعدادا فردا وب عدد زوجا ومسطح آي ب
فاقول ان عدد زوج برهانه فلان في من امثال
عدد الفرد بعدة احاد ب الزوج فعدد زوج
بالشكل الثاني والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين



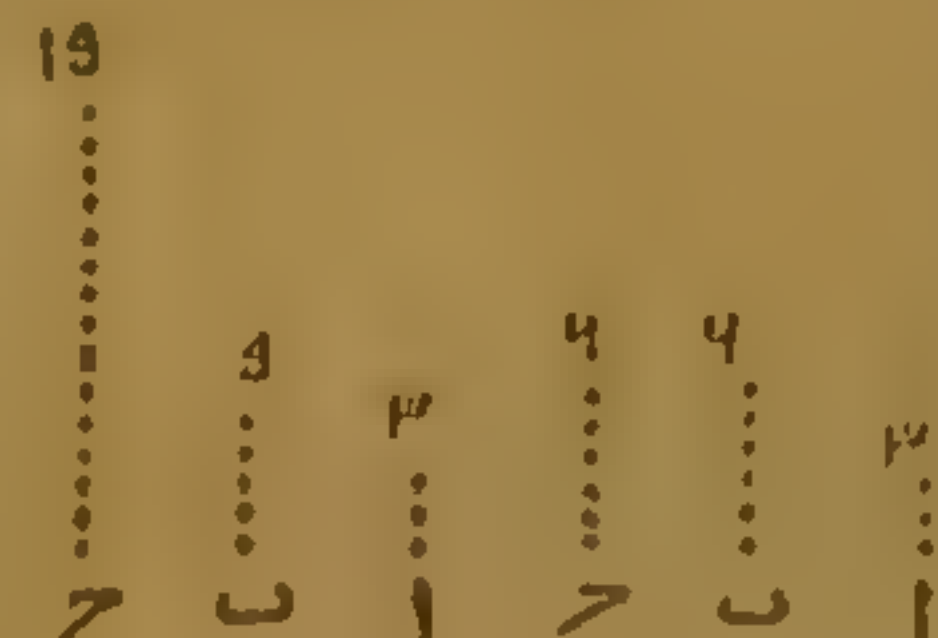
مسطح كل عدد فرد في اي عدد زوج عدد زوج

ليكن مسطح آي ب الفردين فاقول ان عدد
فرد برهانه فلان في من امثال الفرد بعدة
احاد الفرد يكون عدد فردا بالشكل الثالث
والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان من هذين الشكلين ان كل عدد فرد عد
عدد زوجا فانه انما بعدة زوج وان كل عدد



فرد عدد فردا فانه بعدة زوج عدد فرد
اما الاول فليكن اعدادا فردا عدد الزوج فلا بد وان بعدة بعدد
وليكن ذلك عدد هو ب فاقول انه

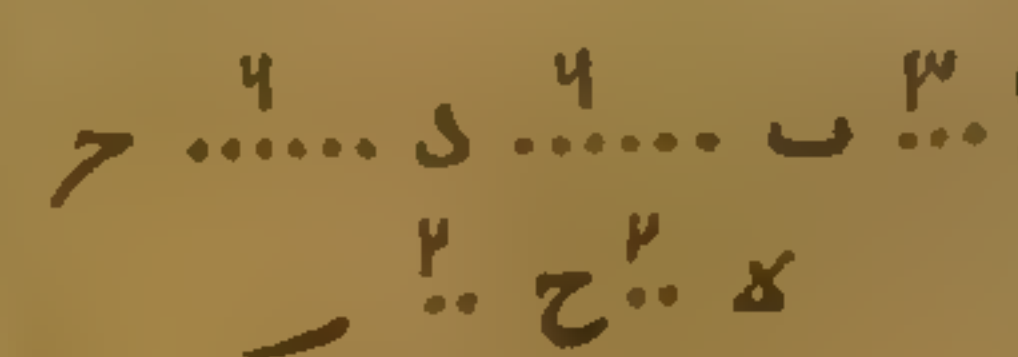
زوج لانه لو كان فردا لكان عدد
فردا بالشكل التاسع والعشرين لان
حبيب حاصل من ضرب آي ب
الفرد هذا خلف واما الثاني
فليكن اعدادا فردا عدد عدد
الفرد فلا بد وان بعدة بعدد



وليكن ذلك هو ب فاقول انه فرد لانه لو كان زوجا لكان عدد زوجا
بالشكل الثامن والعشرين لان عدد حبيب حاصل من ضرب آي ب
الزوج هذا خلف

كل عدد فرد عدد زوجا فانه بعدة زوج

ليكن اعدادا فردا و عدد عدد زوج
الزوج فاقول انه انما بعدة نصف
ب برهانه فلان الفرد عدد
ب الزوج فهو انما بعدة بعدد



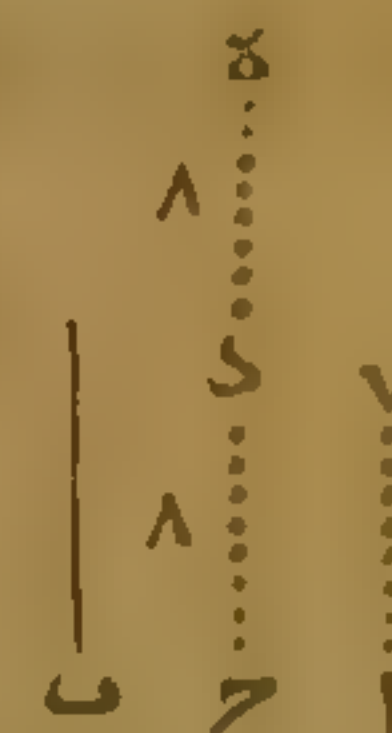
زوج

زوج باستبانة احد شكل الثامن والعشرين والتاسع والعشرين وليكن
ذلك العدد الزوج و وليكن نصف ب ب ونصف و ح ولان في ب
من اضعاف ا بعدة احاد و في ب نصف ب من اضعاف ا بعدة احاد
و ح نصف و فاقول بعدة احاد و ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نبين

لا

كل عدد فرد يباين عددا فهو يباين ضعفه

ليكن اعدادا فردا ويباين و و ضعف و فاقول
ان آي يباين و برهانه فلانه لو لم يتباينا لعد هما عدد
وليكن العدد ب فلان ب يعد الفرد فهو عدد فرد
لانه لو كان زوجا وقد عد العدد الفرد لكان ا عددا
زوجا بالشكل الواحد والعشرين هذا خلف فب
عدد فرد و و ضعف و فهو يعد بالشكل
المتقدم فقد عد عددي ا و و فيها مشتركان وكنا
متباينين هذا خلف فباين و و وذلك ما اردنا ان نبين

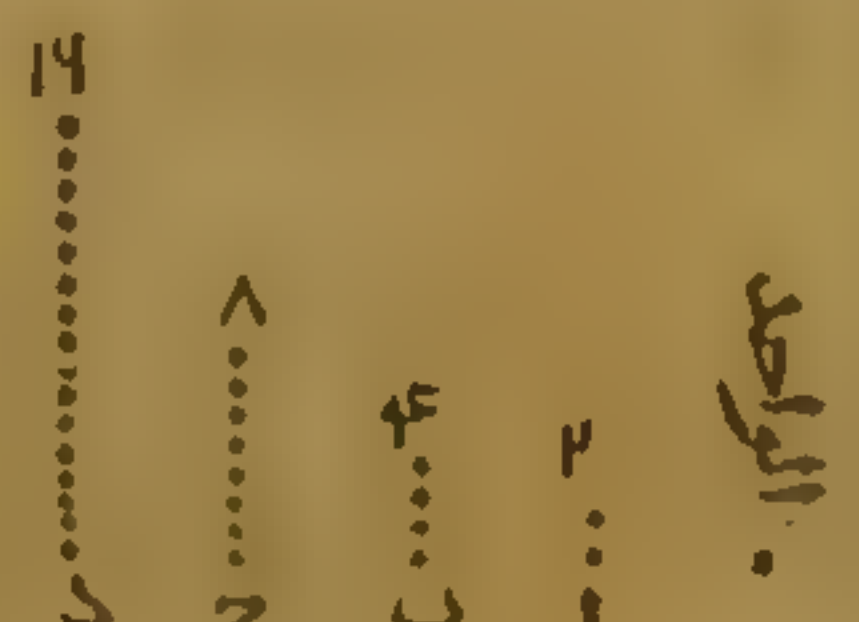


ب

جميع الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين فار

كلا منها زوج الزوج فقط

ليكن اعداد ب و و الحاصلة من تضعيف الاثنين الذي هو ا فاقول
ان كل واحد من ب و زوج الزوج فقط
برهانه ليكن الواحد مقدما على ا فاقول
ضعف الواحد و ب ضعف ا و ضعف
ب و ضعف فكل منها زوج و اعداد ا
ب و متوالية من الواحد على نسبة
فاقلها يعد اكثرها بعدد منها بالشكل
الحادي عشر فكل واحد من اعداد ب و



زوج الزوج ولان ا عدد اول فلا يعد و غير ا ب ولا يعد و غير ا ب
ولا يعد ب غير ا فكل واحد من اعداد ب و زوج الزوج فقط اذ لا يمكن
ان يكون واحد منها زوج الزوج والفرد والا لعد احدها غير هاهذا
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ج

كل عدد نصف فرد فهو زوج الفرد نقط
ليكن عدد $\bar{a}b$ نصفه وهو $\bar{a}c$ فردا فاقول ان $\bar{a}b$ زوج الفرد فقط اما انه
زوج الفرد فلان له نصف فردا
..... ح د ب ا
الزوج لانه لو كان لكان نصفه
زوجا وهو فرد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل عدد لا يكون حاصلًا من تضعيف الاثنين
وله نصف ليس بفرد فهو زوج الزوج زوج الفرد

ليكن $\bar{a}b$ عددا غير حاصل من تضعيف الاثنين ونصفه $\bar{b}c$ وليس
بفرد فاقول ان $\bar{a}b$ زوج الزوج زوج
..... ح د ب ا
نصف $\bar{a}b$ فاب زوج الزوج وهو زوج
الفرد ايضا لان $\bar{b}c$ ينقسم لانه زوج فلا ينتهي بالتقسيم الى الواحد والا
لكان $\bar{a}b$ حاصلًا من تضعيف الاثنين هذا خلف فمنتهي بالتقسيم الى
عدد فرد يعد $\bar{b}c$ يعد $\bar{a}c$ ايضا المساوي لب $\bar{b}c$ فبعد $\bar{a}b$ بالشكل
الثامن والعشرين من السابعة فبعد ذلك المفرد عدد $\bar{a}b$ مرات عدتها
زوج باستبانة احد شكلين الثامن والعشرين والتاسع والعشرين فاب زوج
الفرد وكان زوج الزوج فهو زوج الزوج زوج الفرد وذلك ما اردنا ان نبين

جميع الاعداد المتوالية على نسبة كم كانت وفصل من
كل واحد من الثاني فبالاخير منها مثل الاول فان
نسبة الباقي من الثاني الى الاول كنسبة الباقي
من الاخير الى جميع الاعداد المتقدمة عليه اذا
جعلت عددا واحدا

ليكن نسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$ كنسبة $\bar{c}d$ الى $\bar{e}f$ وكنسبة $\bar{e}f$ الى $\bar{g}h$ وفصل
من $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ مثل $\bar{a}b$ ومن $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مثل $\bar{c}d$ فاقول ان نسبة $\bar{c}d$ الى $\bar{g}h$
كنسبة

كنسبة $\bar{a}b$ الى جميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ برهانه فلان $\bar{a}b$ اعظم من كل واحد
من الاعداد المتقدمة عليه فنفصل منه $\bar{c}d$ مثل $\bar{a}b$ ولنه مثل $\bar{c}d$
فيكون نسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$ كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{e}f$ وكنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{g}h$ فبالاخير
نسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$ كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{e}f$ وكنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{g}h$ فبالاخير
نسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$ كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{e}f$ وكنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{g}h$ فبالاخير
عشر والثاني عشر والثالث عشر من اشكال السابعة ونسبة مقدم الى
تاليه كنسبة جميع المقدمات الى

جميع التوالي بالشكل الثاني عشر
من السابعة فنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$
كنسبة $\bar{a}b$ الى جميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
م نه لكن جميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو
لجميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ مساو

المتساويين الى كل واحد من العددين المتساويين متساويين و
بما انه بالجزء والاجزاء سهل فنسبة $\bar{a}b$ الى جميع $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$
الى $\bar{a}b$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل اعداد متوالية من الواحد على نسبة الضعف
اذا جمعت مع الواحد وكان المجموع عددا اول كان
الحاصل من ضرب المجموع في آخر الاعداد
المتوالية عددا تاما

ليكن $\bar{a}b$ $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ اعدادا متوالية من الواحد على نسبة الضعف وكان
مجموعها مع الواحد عددا اول وهو $\bar{g}h$ وضرب $\bar{g}h$ في \bar{d} وكان الحاصل $\bar{c}d$
فاقول ان $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ برهانه نصنف $\bar{e}f$ ضعف $\bar{c}d$ ثم ضعف ضعفه حتى
يحصل اعداد مع $\bar{c}d$ على $\bar{a}b$ $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ وليكن $\bar{a}b$ $\bar{c}d$ $\bar{e}f$ $\bar{g}h$ كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$
كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$ كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{e}f$ وكنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{g}h$ فبالاخير
كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{c}d$ كنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{e}f$ وكنسبة $\bar{a}b$ الى $\bar{g}h$ فبالاخير
عشر من السابعة والحاصل من ضرب $\bar{a}b$ في \bar{d} كالحاصل من ضرب $\bar{a}b$ في \bar{d}
بالشكل التاسع عشر من السابعة ليكن الحاصل من ضرب $\bar{a}b$ في \bar{d} كالحاصل من ضرب $\bar{a}b$ في \bar{d}

من الاصغر ثم نفصل من الباقي الاصغر من الاصغر
حتى يبقى اصغر من الاصغر الباقي ولم نزل نفعل
هكذا ولم ينتهيا الى مقدار يقدر الذي يليه قبله

فهما متباينان

ليكن $\bar{A}\bar{B}$ مقدارين مختلفين اعظمهما $\bar{A}\bar{B}$ وفصل من
اعظمهما مرة بعد اخرى مثل اصغرها ولم نزل نفصل
هكذا ولم ينتهيا الى مقدار يقدم الذي قبله فهما
متباينان برهانه فلانه لو لم يتباينا لكانا مشتركين
فيقدرها مقدار وليكن هو \bar{C} فنفصل \bar{C} من $\bar{A}\bar{B}$ مرة
بعد اخرى حتى يبقى \bar{A} اقل من \bar{C} ونفصل منه \bar{A} مرة بعد اخرى حتى
يبقى \bar{C} اقل من \bar{A} ونفصل منه \bar{C} مرة بعد اخرى حتى يبقى \bar{A} اقل
من \bar{C} فلان \bar{B} اعظم من نصف $\bar{A}\bar{B}$ و \bar{C} اعظم من نصف \bar{A} فيفصل
التفصيل الى مقدار هو اصغر من \bar{C} بالشكل المتقدم وليكن هو $\bar{A}\bar{C}$ فلان
 \bar{C} يقدر \bar{C} وهو يقدر \bar{B} ف \bar{C} يقدر \bar{B} وكان يقدر $\bar{A}\bar{B}$ ف \bar{C} يقدر \bar{A}
وهو يقدر \bar{B} ف \bar{C} يقدر \bar{B} وكان يقدر \bar{C} ف \bar{C} يقدر \bar{C} وهو يقدر
 \bar{C} ف \bar{C} يقدر \bar{C} وكان يقدر \bar{A} ف \bar{C} يقدر $\bar{A}\bar{C}$ وهو اصغر من \bar{C} هذا
خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقدارين مختلفين

مشتركين

فليكن المقداران $\bar{A}\bar{B}$ و $\bar{A}\bar{C}$ اعظمهما فان كان \bar{C} يقدر
 $\bar{A}\bar{B}$ وهو يقدر نفسه فهو اعظم مقدار يقدرها وان لم يكن
 \bar{C} يقدر $\bar{A}\bar{B}$ فلنقدر \bar{B} منه وليبق \bar{A} منه اقل من \bar{C}
ويقدر \bar{A} \bar{C} من \bar{C} فلا بد من الانتهاء الى مقدار يقدم
الذي يليه قبله لاشترك المقدارين وليكن \bar{C} يقدر \bar{A} فاقول ان \bar{C}
اعظم مقدار يقدر $\bar{A}\bar{B}$ برهانه اما انه يقدرها فلان \bar{C} يقدر
 \bar{A} وهو يقدر \bar{B} و \bar{C} يقدر نفسه فيقدر \bar{C} وهو يقدر \bar{B} ف \bar{C} يقدر
 \bar{B} وكان يقدر \bar{A} ف \bar{C} يقدر كل واحد من مقدارين $\bar{A}\bar{B}$ فهو اعظم
مقدار يقدرها والا فليكن \bar{C} اعظم مقدار يقدرها فهو يقدر \bar{C}
الذي

الذي يقدر \bar{B} ف \bar{C} يقدر \bar{B} وكان يقدر $\bar{A}\bar{B}$ فهو يقدر \bar{A} وهو يقدر
 \bar{B} ف \bar{C} يقدر \bar{B} وكان يقدر \bar{C} ف \bar{C} اعظم مقدار يقدر $\bar{A}\bar{B}$ هو اصغر منه
هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
واستبان منه ان كل مقدار يقدر مقدارين مشتركين فهو يقدر اعظم
مقدار يقدر

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقادير مشتركة

اكثر من اثنين

فنجد اعظم مقدار يقدر $\bar{A}\bar{B}$ وليكن هو \bar{C} بالشكل
المتقدم فان \bar{C} فهو اعظم مقدار يقدر $\bar{A}\bar{B}$
والا فليكن اعظم مقدار يقدرها \bar{A} ف \bar{C} يقدر $\bar{A}\bar{B}$
فيقدر اعظم مقدار يقدر $\bar{A}\bar{B}$ وهو \bar{C} ف \bar{C} يقدر \bar{C}
وهو اعظم منه هذا خلف وان لم يحد \bar{C}
فنجد اعظم مقدار يقدر \bar{C} بالشكل المتقدم
وليكن هو \bar{A} فلانه يقدر \bar{C} و \bar{C} يقدر $\bar{A}\bar{B}$
ف \bar{C} يقدر $\bar{A}\bar{B}$ فاقول هو اعظم مقدار يقدرها
والا فليكن \bar{C} اعظم مقدار يقدرها فيقدر
 $\bar{A}\bar{B}$ فيقدر اعظم مقدار يقدرها باستبانة
الشكل المتقدم فيقدر \bar{C} فيقدر اعظم مقدار يقدر \bar{C}
باستبانة الشكل المتقدم ف \bar{C} يقدر \bar{C} وهو اعظم منه هذا خلف ف \bar{C} اعظم
مقدار يقدر $\bar{A}\bar{B}$ وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقدارين مشتركين نسبة احدهما الى

الآخر كنسبة عدد الى عدد

فليكن المقداران المشتركان $\bar{A}\bar{B}$ ومقدارها \bar{C}
فليقدر \bar{A} باحاد عدد \bar{B} باحاد عدد \bar{C}
فنسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة الواحد الى \bar{C} وبالحلاف
نسبة \bar{A} الى \bar{C} كنسبة \bar{B} الى الواحد ونسبة \bar{A} الى
 \bar{B} كنسبة الواحد الى \bar{C} فبالمساواة نسبة \bar{A} الى \bar{B} كنسبة \bar{C} الى \bar{C} بالشكل
الرابع عشر من السابعة وذلك ما اردنا ان نبين

كل مقدارين نسبة احدهما الى الآخر كنسبة
عدد الى عدد فمما متشارك

ليكن نسبة مقدار α الى مقدار β كنسبة عدد α الى عدد β فاقول ان α
 β مشتركان برهانه نقسم α بعدة γ بالشكل الثالث عشر من
السادسة وليكن احد اقسام α
فنسبته الى α كنسبة الواحد الى γ
وبالحلاف نسبة α الى γ كنسبة γ الى
الواحد ولنا جدلة اضعا فابعدا احاد
 γ وليكن هو δ فنسبة α الى δ كنسبة
الواحد الى δ فبالساواة نسبة α الى δ
كنسبة γ الى δ بالشكل الرابع عشر من
السابعة وكانت نسبة α الى β كنسبة γ الى δ فنسبة α الى β كنسبة γ الى δ
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فب γ يساوي δ بالشكل السابع
من الخامسة وكان α مشاركا لـ β فهو مشاركا لـ δ وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين هما ضلعا مربعين فان كانا
مشاركين في الطول كانت نسبة مربعهما كنسبة
عدد دين مربعين وان كانت نسبة مربعهما كنسبة
عدد دين مربعين فالخطان مشتركان في الطول وان
لم تكن نسبة مربعهما كنسبة عدد مربع الى عدد
مربع فالخطان ليسا مشتركين في الطول

ليكن α β مشتركين في الطول فاقول ان نسبة مربعهما
كنسبة عدد دين مربعين وان كانت نسبة مربعهما
كنسبة عدد دين مربعين فمما مشتركان في الطول وان
لم تكن نسبة مربعهما كنسبة عدد دين مربعين فمما
متباينان في الطول برهانه فلان α β مشتركين في
الطول فنسبة احدهما الى الآخر كنسبة عدد الى عدد بالشكل الخامس
وليكن

وليكن العددان α β فنسبة α الى β مثناة كنسبة γ الى δ مثناة ونسبة
مربع α الى مربع β كنسبة α الى β مثناة بالشكل العاشر والسادس عشر من
السادسة فنسبة مربع α الى مربع β كنسبة γ الى δ مثناة بالشكل
الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة
ونسبة مربع γ الى مربع δ كنسبة γ الى δ مثناة بالشكل الحادي عشر من
الثامنة فنسبة مربع α الى مربع β كنسبة مربع γ الى مربع δ بالشكل
الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة
وايضا وليكن نسبة مربع α الى مربع β كنسبة عدد مربع الى عدد
مربع وهما γ δ وضلع γ δ ونسبة γ الى δ مثناة كنسبة γ الى
 δ بالشكل الحادي عشر من الثامنة فنسبة

مربع α الى مربع β كنسبة γ الى δ مثناة
بالشكل الحادي عشر من الخامسة او
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة
ونسبة α الى β كنسبة مربع γ الى
مربع β بالشكل العاشر والتاسع عشر من
السادسة وكانت نسبة γ الى δ كنسبة مربع α الى
مربع β مثناة كنسبة γ الى δ مثناة بالشكل الحادي عشر من
السادسة وكانت نسبة γ الى δ كنسبة γ الى δ مثناة
باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فنسبة α الى β كنسبة γ الى δ مثناة
يشرك β بالشكل المتقدم وايضا ان لم تكن نسبة مربع α الى مربع β
كنسبة عدد دين مربعين فباين β في الطول والا لكانا مشتركين في
الطول فتكون نسبة مربع α الى مربع β كنسبة عدد دين مربعين بالنسبة
الاول من هذا الشكل والمفروض خلافا هذا خلف فالحكم ثابت وذلك
ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان كل خطين مشتركين في الطول فمما مشتركان في القوة وكل
خطين متباينين في القوة فمما متباينان في الطول ولا يخيب العكس

كل اربعة مقادير متناسبة فان كان الاول يشارك
الثاني كان الثالث يشارك الرابع وان كان يباينه
كان يبايد

ليكن α β γ δ اربعة مقادير نسبة α الى β كنسبة γ الى δ فاقول ان كان
 α يشارك β فـ γ يشارك δ وان كان α يباين β فـ γ يباين δ برهانه فان
كان α يشارك β يكون نسبة α الى β كنسبة عدد الى عدد بالشكل

الخامس ونسبة Γ الى Δ كنسبة Δ الى Γ ونقسم كل واحد من Γ و Δ بعدة احاد العددين اللذين علي نسبة Δ الى Γ بالشكل الثالث والعشرين من السادس ونبين ان نسبة Γ الى Δ كنسبة العددين بمثل ما بينا في الشكل السادس Γ و Δ يشاركون بالشكل الخامس وان كان Δ يباين Γ في يباين Δ والا فيكونا مشتركين فتكون نسبة Γ الى Δ كنسبة عدد الى عدد بالشكل الخامس فيكون نسبة Δ الى Γ كنسبة العددين فإيشارك Γ وكان يباينه هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

فان كانت المقادير الاربعة خطوطا كان الحكم المذكور منسجما علي مربعاتها لانها مناسبة ايضا

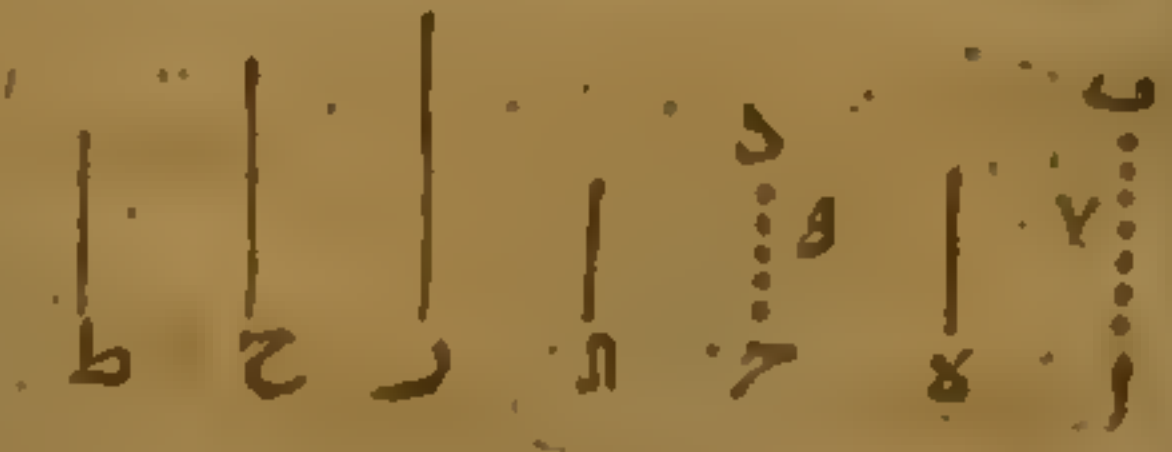


كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نجد خطين احدهما يباينه في الطول فقط والاخر يباينه في الطول والقوة

مقدمة اولي

كل عددين كل واحد منهما اول فلا يمكن ان يكون نسبتهم كنسبة عددين مربعين

فلنكن Δ و Γ عددان كل واحد منهما اول فاقول لا يمكن ان يكون نسبة Δ الى Γ كنسبة عدد مربع الى عدد مربع برهانه فان امكن فلتكن نسبة Δ الى Γ كنسبة عددين مربعين فيقع بينهما عدد وتوالت الثلاثة علي نسبة بالشكل الثامن والحادي عشر الثامنة وليكن ذلك العدد Θ فيمكن ان يوجد اقل ثلاثة



اعداد علي نسبتها بالشكل الثالث والثلاثين من السابعة وليكن Θ في Γ Θ فطرقها متباينان بالشكل الثالث من

الثامنة وكل متباينين فهما اقل عددان علي نسبتهم بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فيعدان كل عددان علي نسبتهم بالشكل العشرين من السابعة فليعد Θ عدد Δ و Γ باحاد Δ فنسبة الواحد الى Δ كنسبة Γ الى Θ وبالابدال نسبة الواحد الى Γ كنسبة Δ الى Θ وبمثله تبين ان نسبة Δ الى Γ كنسبة الواحد الى Θ وكل واحد من العددين

العددان الاولين يعدده عدد يغيرها هذا خلف فكل عددان كل منهما اول فليست نسبتهم كنسبة عددين مربعين

المقدمة الثانية

قد بين في الشكل الرابع عشر من التاسعة ان كل اعداد او ايل يفرض فلنا ان نجد عددا اول غيرها فلنا ان نجد اعدادا ويلي غير متناهية

المقدمة الثالثة

لنا ان نجد خطين مستقيمين محدودين نسبة مربع احدهما الى الآخر كنسبة عدد الى عدد

لم يكن Δ و Γ عددان كل منهما اول وينطبق احدهما علي الآخر وعدد Δ و Γ لهما ويجعل خط Δ المستقيم المحدود محيطا مع Δ بزواوية كيف كانت الزواوية ونقسم Δ باقسام Δ بالشكل الثالث عشر من السادس وننصف Δ بالشكل العاشر من الاول ونرسم



نصف دائرة Δ و Γ ونصل Δ بخط مستقيم ونخرج من Δ خط Δ يوازي خط Δ بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فينتهي الي خط Δ فلينته علي نقطة Θ ونخرج منها عمود Θ علي Δ بالشكل الحادي عشر من الاول فلينته الي المحيط علي نقطة Θ فنصل بينهما Δ و Θ فنصل Δ و Θ ونصل Δ و Θ فزواوية Δ من مثلث Δ يساويان زاويتي Δ من مثلث Δ بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزواوية Δ مشتركة بين المثلثين فنسبة Δ الى Δ كنسبة Δ الى Δ بالشكل الرابع من السادس لكن نسبة Δ الى Δ كنسبة Δ الى Δ باستبانة الشكل الثامنة من السادس فنسبة مربع Δ الى مربع Δ كنسبة عدد Δ الى عدد Δ باستبانة الشكل السابع عشر من السادس وبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة

لم يكن الخط المستقيم المفروض المحدود خط Δ فاقول لنا ان نجد خطين مستقيمين محدودين احدهما يباينه في الطول فقط والاخر يباينه في الطول والقوة معا برهانه فلنا



بيننا في المقدمة الثالثة ان نسبة مربع Δ الى مربع Δ كنسبة عدد Δ الى عدد Δ وليست كنسبة عددان مربعين بالمقدمة الاولى لان كل واحد من عددي Δ و Δ اول

خط Δ يباين خط Δ في الطول بالشكل السابع ويشاركة في القوة بالشكل السادس لان نسبة مربع Δ الى مربع Δ كانت كنسبة عدد Δ الى

الي عدد آد وهذا هو احد الخطين المطلوبين ونجعل خط آر على استقامة خط آب وليكن ايضا لهما على نقطة آ وننصف رب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم على رب نصف دائرة ب ح م ونخرج من نقطة آ على خط ب م عمود آ ح فليبتدئ الى المحيط على نقطة ح ونصل ح م ح ب بخطين مستقيمين فلان نسبة ب آ الى آ ح كنسبة ح آ الى



آر باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آب الى مربع آ ح كنسبة آب الى آر باستبانة الشكل الثامن عشر من السادسة وآب يباين آ م فربع آب يباين مربع آ ح بالشكل المتقدم وكل مباين في القوة من الخطوط يباين في الطول فالشكل السابع خط آ ح يباين خط آب في الطول والقوة معا وهذا هو الخط الثاني من الخطين المطلوبين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
فاستبان مما ذكرنا ان خط مستقيم محدود مفروض يمكن ان يوجد له خطوط غير متناهية تباينه في الطول فقط وخطوط غير متناهية تباينه في الطول والقوة معا

٢

كل مقادير يشارك مقداراً واحداً فهي متشاركة

ليكن آب يشارك ح فاقول انهما متشاركان برهانه فلان آ يشارك ح فنسبة آ الى ح كنسبة عدد الى عدد بالشكل الخامس وليكن كنسبة عدد د الى عدد هـ وب يشارك ح فليكن نسبة ح الى ب كنسبة عدد د الى عدد ح بمثل ما بينا ونجد اقل اعداد علي نسبي عددي د هـ م ح بالشكل



الرابع من الثامنة وليكن هـ ط آ ل ونسبة آ الى ح كنسبة د الى هـ ونسبة ط الى آ كنسبة د الى هـ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الى ح كنسبة ط الى آ وبمثله تبين ان نسبة ح الى ب كنسبة آ الى ل فبالشكل الثاني والعشرين من الخامس او الرابع عشر من السابعة نسبة آ الى ب كنسبة ط الى ل فبالشكل السادس وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان

واستبان منه ان المشارك للنصف منط

كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب يشارك كلا منهما وان كان مجموعهما يشارك احدهما فهما متشاركان

ليكن آب ح ب مقدارين مشتركين ويقدرهما د فد يقدر مجموعهما وان كان د يقدر مجموعهما اذا جعلنا مقدارا واحدا يقدر احدهما فد يقدر كل واحد منهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان آب ح اذا كانا متباينين كان المجموع يباين كل واحد منهما والا يشارك كل واحد منهما او احدهما فيكونا مشتركين وان كان المجموع يباين كل واحد منهما فهما متباينان والا لكانا مشتركين فبشارك المجموع كل واحد منهما هذا خ

مقدمة

كل خطين مستقيمين محدودين احدهما اعظم من الآخر فان الاعظم يقوي علي الاصغر بقوة خط آخر مستقيم

ليكن آب آ ح خطين مستقيمين محدودين وآب اعظمها فاقول ان آب يقوي علي آ ح بقوة خط آخر مستقيم محدود فننصف آب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دائرة آ د ب ونرسم فيه وتر آ د يساوي خط آ ح بالشكل الاول من الرابعة ونصل ب د بخط



مستقيم فلان زاوية آ د ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة فربع وتر آب يساوي مربعي وتري آ د ب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فربع آب يقوي علي مربع آ ح بمربع د م وذلك ما اردنا ان نبين

يب

كل اربعة خطوط مستقيمة متناسبة فان كان الاول يقوي على الثاني بزيادة قوة خط مستقيم

يشارك الاول في الطول فالثالث يقوي على الرابع
بقوة خط مستقيم يشارك الثالث في الطول وان
كان الاول يقوي على الثاني بزيادة قوة خط مستقيم
يباين الاول في الطول فالثالث يقوي على الرابع
بزيادة قوة خط مستقيم يباين الثالث في الطول *

لنكن نسبة α الى β كنسبة γ الى δ واعظم من β و γ من δ فاقوي على
 β بقوة خط مستقيم بالمقدمة وليكن هو ϵ ولذلك γ يقوي على δ بقوة
خط مستقيم بالمقدمة وليكن هو ζ فاقول ان كان α يشارك ϵ في الطول ف
يشارك γ في الطول وان كان α يباين ϵ في الطول ف يباين γ في الطول
برهانه فلان نسبة α الى β كنسبة
 γ الى δ فنسبة α الى β مثناة كنسبة
 γ الى δ مثناة ومربع γ كمربع δ ومعا
فنسبة مربعي γ الى δ معا الى مربع β
كنسبة γ الى δ مثناة باستبانة الشكل
التاسع عشر من السادس فنسبة α الى
 β مثناة كنسبة مربعي γ الى δ معا الى
مربع γ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ومربع α كمربعي β كنسبة
مربعي β الى δ معا الى مربع β كنسبة α الى β مثناة بالشكل التاسع عشر من
الخامسة فنسبة مربعي β الى δ معا الى مربع β كنسبة مربعي δ الى γ معا الى
مربع δ بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالتفصيل نسبة مربع ϵ الى
مربع β كنسبة مربع γ الى δ معا الى مربع δ بالشكل السابع عشر من الخامسة
وبالخلاف نسبة مربع β الى δ معا الى مربع δ كنسبة مربع δ الى γ معا الى
مربع γ بمثل ما بينا ان نسبة β الى δ مثناة كنسبة δ الى γ مثناة فنسبة β الى δ
كنسبة δ الى γ وكانت نسبة α الى β كنسبة γ الى δ فبالمساواة المنتظمة
نسبة α الى ϵ كنسبة γ الى δ بالشكل الثاني والعشرين من الخامسة فان
كان α يشارك ϵ في الطول ف يشارك γ في الطول وان كان α يباين ϵ في
الطول ف يباين γ في الطول بالشكل المتقدم بالحكم ثابت وذلك ما
اردنا ان نبين

كل

كل خطين مستقيمين مختلفين اضيف الي
اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن
تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الاطول بقسمين
مشتركين في الطول فالاطول يقوي على الاقصر بزيادة
قوة خط يشارك الاطول في الطول وان قوي الاطول
على الاقصر بزيادة قوة خط يشارك الاطول في
الاطول فالسطح المضاف يقسم الاطول بقسمين
مشتركين في الطول *

ليكن المخطان α و β و α اقصرهما
واضيف الي β سطح γ في δ
المتوازي الاضلاع المساوي لربع

مربع α بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فاقول ان كان β يشارك
 δ ف β يقوي على α بزيادة قوة خط يشارك β في الطول وان كان β
يقوي على α بزيادة قوة خط يشارك β في الطول ف β يشارك δ في
الطول برهانه فلان سطح β في δ يساوي ربع مربع α المساوي
لمربع نصف α باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة و β اطول من
 α ف β اطول من نصف β فنحصل من β مثل δ بالشكل الثالث
من الاولى فاربعة امثال لسطح β في δ المساوي لـ δ كمربع ومع مربع
 β يساوي مربع β بالشكل الثامن من الثانية فربع β يساوي
مربعي α و β معا فربع β يقوي على مربعي α بقوة β ف β ان يشارك
 δ في الطول ف β يشارك كل واحد من δ و δ ف يشارك β بالشكل الحادي عشر
بالشكل الحادي عشر وان يشارك β في الطول ف يشارك δ و δ يشارك
يشارك δ ف β يشارك δ بالشكل العاشر ف β يشارك δ بالشكل
الحادي عشر بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين مختلفين يضاف الي

اطولها سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن
تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الخط الاطول
بمتباينين قوي الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط
يباينه الاطول في الطول وان قوي الاطول على الاقصر
بزيادة قوة خط يباين الاطول في الطول فالسطح يقسم
الاطول بقسمين متباينين في الطول

ليكن \overline{AB} الخطين المستقيمين واقصرهما \overline{A} واضيف الي \overline{B} سطح \overline{BD} في
د \overline{D} يساوي ربع مربع \overline{AB} ينقص عن
تمام مربع \overline{BD} بالشكل الثامن
والعشرين من السادسة فاقول ان
كان \overline{BD} يباين \overline{D} فب \overline{D} يقوي
على \overline{A} بقوة خط يباين \overline{B} في
الطول وان كان \overline{B} يقوي على \overline{A} بزيادة قوة خط يباين \overline{B} في الطول
فب \overline{D} يباين \overline{D} في الطول برهانه تبين بمثل ما بينا في الشكل المتقدم
ان \overline{B} يقوي على \overline{A} بمربع \overline{B} فان تبين \overline{BD} تبين \overline{B} به يباين
 \overline{BD} واللاشاركه فيشارك \overline{B} به بالشكل المتقدم وهو يباينه هذا
خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان

منطقتان في الطول منطق
ليكن السطح \overline{AB} والخطان \overline{AB} \overline{AC}
فنرسم على خط \overline{AB} مربع \overline{BD} بالشكل
السادس والاربعين من الاول فلان
كل واحد من الزاويتين اللتين عند نقطتي \overline{A} \overline{B} قائمة فخط \overline{D} خط
واحد مستقيم وكذلك ما يقابله بالشكل الرابع عشر من الاول وهما
متوازيان بالشكل السابع عشر من الاول فنسبة سطح \overline{B} الى سطح \overline{BD}
كنسبة خط \overline{A} الى خط \overline{AD} بالشكل الاول من السادس واح يشارك \overline{AD}
لانه

لانه يساوي خط \overline{AB} فسطح \overline{B} يشارك سطح \overline{BD} بالشكل الثامن وسط
 \overline{BD} منطق فسطح \overline{B} منطق وذلك ما اردنا ان نبين

كل سطح منطق اضيف اليه خط منطق في
الطول فالضلع الحادث منه ايضا منطق في الطول



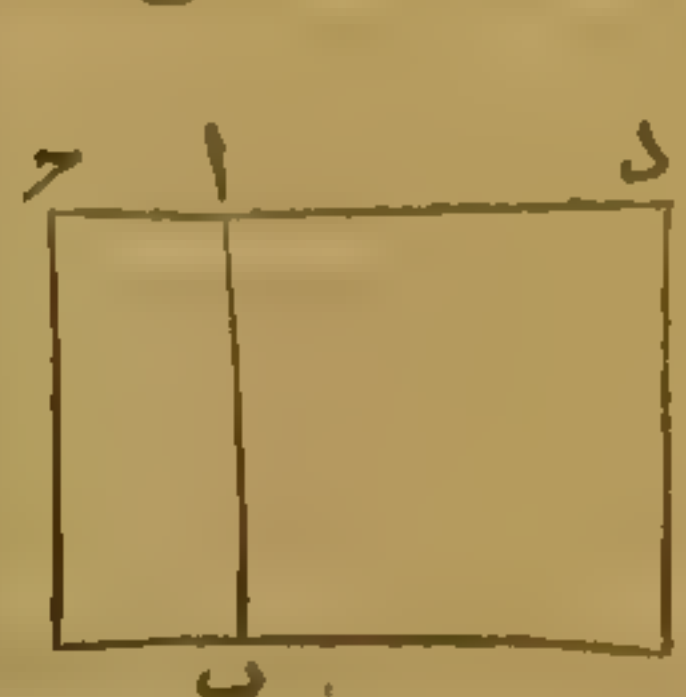
ليكن الخط المنطق \overline{AB} والسطح المنطق
المضاف اليه \overline{B} فاقول ان ضلع \overline{A} منطق
في الطول برهانه نرسم على \overline{AB} مربع \overline{BD}
بالشكل السادس والاربعين من الاول ولان
كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي \overline{A} \overline{B}
قائمة فكل من خطي \overline{D} وما يقابله خط

مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول فهما متوازيان بالشكل الرابع عشر
من الاول فنسبة سطح \overline{B} الى سطح \overline{BD} كنسبة خط \overline{A} الى خط \overline{AD} بالشكل
الاول من السادس لكن سطح \overline{B} يشارك سطح \overline{BD} لكونهما منطقين فاح
يشارك \overline{AD} في الطول بالشكل العاشر واد منطق فاح منطق وذلك ما اردنا
ان نبين

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان

منطقتان ومشتركان في القوة فقط اصم ويسمي المتوسط
والخط القوي عليه اصم ويسمي الخط المتوسط

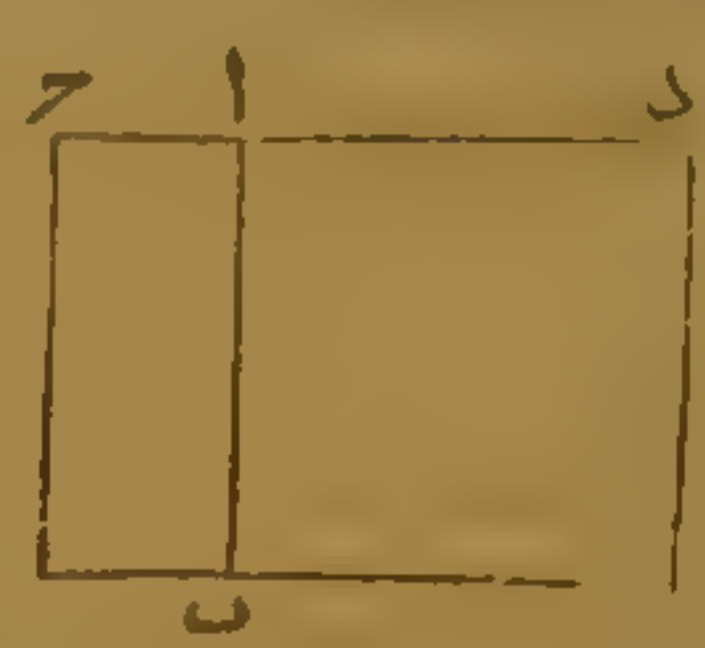
ليكن خطا \overline{AB} \overline{AC} منطقتين في القوة ومشتريين في القوة فقط والسطح الذي



يحيطان به سطح \overline{B} فاقول انه اصم برهانه
نرسم على خط \overline{AB} مربع \overline{BD} بالشكل
السادس والاربعين ولان كل واحد من
الزوايا التي عند نقطتي \overline{A} \overline{B} قائمة وكل من
خطي \overline{A} \overline{D} وما يقابله خط مستقيم بالشكل
الرابع عشر من الاول وهما متوازيان بالشكل
السابع عشر من الاول فنسبة سطح \overline{B} الى

سطح \overline{BD} كنسبة \overline{A} الى \overline{AD} بالشكل الاول من السادسة واد يباين \overline{AD} في
الطول لان \overline{AD} يساوي \overline{AB} فسطح \overline{BD} يباين سطح \overline{B} بالشكل الثامن وسط

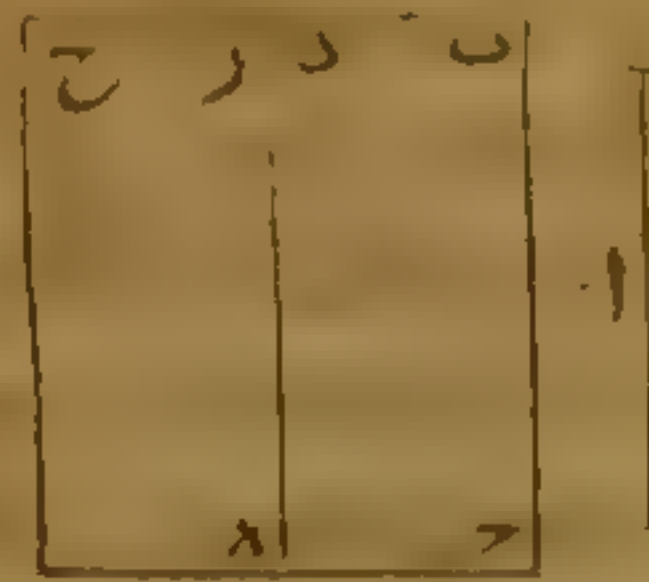
ب د منطق فسطح ب ح اسم وكل خط يقوي عليه اسم وانما يسمى السطح
 بالسطح المتوسط والخط بالخط المتوسط لان السطح يقع وسطا في النسبة
 بين مربعي ا ب ا ح والخط يقع وسطا في النسبة بين خطي ا ب ا ح وذلك ما
 اردنا ان نثبت
 اقول الخطوط المتوسطة قد يكون مشتركة في الطول والقوة وقد يكون
 مشتركة في القوة فقط وقد يكون غير مشتركة في الطول والقوة معا
 ولان خطي ا ب ا ح هما
 كانا منطقين في القوة
 فقط جازان يكون
 احدهما منطقيا في
 الطول وليكن هو ا ب
 فكل خط يقوي على
 سطح يحيط به خط ا ح
 وربيع ا ب يشارك الخط الذي يقوي على سطح ب ح بالشكل السابع لان
 نسبة مربعي ا ب ا ح كنسبة الواحد الى الرابع بالشكل الاول من السادسة
 ونسبة الواحد الى الاربع كنسبة عددين مربعين وكل خط يقوي على
 سطح يحيط به خط ا ح ونصف خط ا ب يشارك خطا قويا على سطح
 يحيط به خط ا ب ا ح في القوة لان نسبة السطحين يكون كنسبة الواحد
 الى الاثنين بالشكل الاول من السادسة ونسبة الواحد الى الاثنين كنسبة
 عددين فالخطان مشتركان في القوة بالشكل السادس ومتباينان في
 الطول بالشكل السابع لان نسبة مربعي ا ب ا ح كنسبة مربعين وانما يسمى
 سطح ب ح متوسطا لانه وسط في النسبة بين مربعي ا ب ا ح يتبين ذلك
 بالشكل الاول من السادسة وسمى الخط القوي على سطح ب ح متوسطا
 لانه وسط في النسبة بين خطي ا ب ا ح بالشكل السادس عشر من
 السادس
 واستبان من هذا الشكل انه اذا اخذنا لخطوط ا ب ا ح الخط المتوسط وليكن
 هو خط ط واربعا في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة بحيث
 تكون نسبة ا ب الى المتوسط كنسبة ا ح الى الخط الرابع وليكن هو خط ع
 فبالابدال تكون نسبة ا ب الى ا ح كنسبة خط ط الى ع و ا ب يشارك ا ح
 فخط ط يشارك خط ع بالشكل الثامن وكانت نسبة خط ط الى ا ح كنسبة
 ا ب الى خط ط ونسبة ا ح الى خط ع كنسبة ا ب الى خط ط فبالشكل
 الحادي عشر من الخامس نسبة خط ط الى ا ح كنسبة ا ح الى خط ع فسطح
 خط ط في خط ع كمربع ا ح بالشكل السادس من السادسة فسطح خط
 ط في خط ع منطق واذا جعلنا نسبة خط ط الى خط ا ب كنسبة خط
 ا ح



ا ح الى خط ع بالشكل الحادي عشر من السادس و ا ب يشارك ا ح في القوة
 فخط ط يشارك خط ع في القوة بالشكل الثامن فسطح ا ب في ا ح كسطح
 خط ط في خط ع بالشكل الخامس عشر من السادسة فسطح خط ط في
 خط ع متوسط وهذه صورة
 وكل خط يقوي على سطح قائم الزوايا يحيط به خط ا ب وخط منطق
 في القوة فقط غير مشارك لخط ا ح في الطول فهو مباين لكل خط يقوي
 على سطح ب ح في القوة والطول بالشكل السابع لتباين مربعيها
 والسطوح الثلاثة موسطة

كل سطح يساوي مربع اي خط موسط اذا
 اضيف الى خط منطق في الطول فالضلع الحادث
 منه منطق في القوة فقط غير مشارك للخط

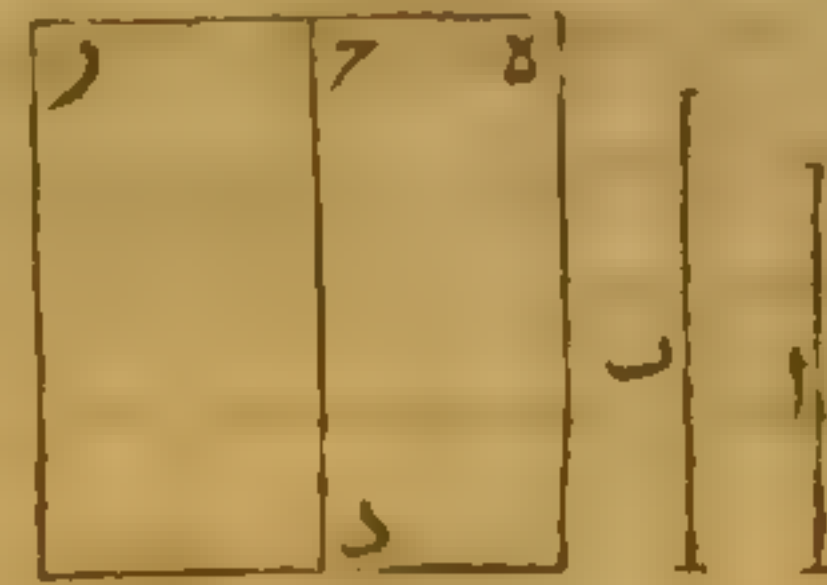
المنطق في الطول



ليكن الخط المتوسط ا ح والخط المنطق ب ح
 ونضيف الى خط ب ح سطح متوازي
 الاضلاع يساوي مربع ا ب بالشكل الخامس
 والاربعين من الاول فهو ح د فاقول ان
 ضلع ب د منطق في القوة فقط غير مشارك
 لخط ب ح في الطول برهانه ولان خط ا ح موسط فلا بد من سطح يحيط
 به خطان منطقان في القوة مشتركان فيها فقط يساوي مربع المتوسط
 بالشكل المتقدم وليكن هو سطح ح د فكل من سطحي ح د ح يساوي
 مربع ا ح فهما متساويان وزاوية ح د ب كزاوية ح د ح فنسبة ح د الى ب ح
 كنسبة ب ح الى ح د على التكافؤ بالشكل الرابع عشر من السادسة
 و ا ب يشارك ب ح في القوة فربيع ب د يشارك مربع ح د بالشكل الثامن
 ومربع ح د منطق فربيع ب د منطق باستبانة الشكل العاشر و سطح
 ح د يباين مربع ح د بالشكل المتقدم فسطح ح د المساوي لسطح ح د يباين
 مربع ح د فربيع ب د يباين سطح ح د لانه لو شاركه يشارك مربع ح د
 لسطح ح د بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف ونسبة مربع ب ح الى
 سطح ح د كنسبة ضلع ب ح الى ضلع ب د ومربع ب ح يباين سطح ح د فضلع
 ب ح يباين ضلع ب د بالشكل الثامن فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
 ان نثبت

كل خط يشارك الخط المتوسط في الطول او في القوة

فهو متوسط ط



ليكن خط آ متوسطا وخط ب يشاركه
اما في الطول او في القوة فاقول ان خط
ب متوسط برهانه ليكن خط
مستقيما محدودا منطبقا في الطول
فجعل عليه سطح د متوازي الاضلاع
زاوية د ح منه قائمة يساوي مربع آ بالشكل الخامس والاربعين من
الاولي خط ح ح منطبق في القوة يباين لخط د في الطول بالشكل المتقدم
ونعمل على د ايضا سطح د م متوازي الاضلاع زاوية د ح منه قائمة
يساوي مربع ب بالشكل المذكور خط د م خط واحد مستقيم بالشكل
الرابع عشر من الاول ولذلك ما يقابله لان كل واحدة من الزاويتين
التي عند نقطة د قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فنسبة
سطح د ه الى سطح د م كنسبة ح ه الى ح م بالشكل الاول من السادسة وسطح
د ه يشارك سطح د م في خط ح ه يشارك ح م في الطول بالشكل الثامن فح م
يشارك ح ه في القوة بالشكل السابع و ح م منطبق في القوة فح م منطبق في
القوة و ح ه غير مشارك ل ح م في الطول فح م غير مشارك ل د في الطول لانه
لو شاركه في الطول لشاركه ح ه في الطول بالشكل العاشر وهو يباينه هذا
حلف فسطح د م سطح قائم الزوايا يحيط خطا ح د ح م المنطقتان في القوة
المشتركان فيهما فقط فهو متوسط بالشكل السابع عشر فخط ب متوسط
وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان الخط الرابع في النسبة المذكور في استبانة الشكل الرابع
عشر متوسط ط
لانه يشارك المتوسط وقد تبين هاهنا ان لنا ان نجد خطين متوسطين
مشاركين في القوة يحيطان ب سطح منطبق وان نجد خطين متوسطين
يحيطان ب متوسط بالشكل الواحد والعشرين والثاني والعشرين اللذان
اتي بهما ثابت بنقرة في تحتها ولريد ذكرهما ابحاج اذ لم يكونا موجودين
في النسخ القديمة ونحن لم نعد هاهنا من اشكال الكتاب اذ هما معلومان
باستبانة الشكل السابع والتاسع عشر

فضل اي سطح متوسط على اي سطح متوسط اهم

ليكن

ليكن سطح آ ب المتوسط اعظم من سطح آ المتوسط بسطح ب فاقول ان سطح ب
اهم برهانه فلان سطح ب لول



يكن اهم لان منطبقا فنضيف
الي خط د ح المنطق في الطول
سطحا متوازي الاضلاع يساوي
سطح آ ب وهو د ه و سطحا يساوي آ
وهو سطح د م بالشكل الخامس
والاربعين من الاول وكل واحد

من ضلعي ح ح من منطق في القوة ومباين لخط د في الطول بالشكل
الثامن عشر فسطح ح ه لو كان منطبقا لكان عرض ح ه منطبقا في الطول بالشكل
السادس عشر فبشارك ح ه فبباين ح م والا لشارك ح م ح د بالشكل
العاشر وهو يباينه هذا خلف فح م ح ه منطقتان في القوة ومتباينتان في
الطول فسطح ح م في ح ه القائم الزوايا يباين مربعي ح م ح ه بالشكل
الاول من السادسة والثامن من هذه المغاللة فضعف سطح ح م في ح ه
يباين مربعي ح م ح ه فربع ح ه يباين مربعي ح م ح ه بالشكل الحادي عشر
وهما منطقتان فربع ح ه اهم وهو منطق هذا خلف فسطح ح ه اهم
وذلك ما اردنا ان نبين

واقول ان خط ح ه ان كان مشاركا لح م كان ح م مشاركا ل ح ه بالشكل
الحادي عشر فان شاركه كان مربعاهما متشاركين بالشكل الرابع فح ه
منطق في القوة ومباين ل ح م في الطول والا يشاركه فيه فبشاركه ح م
بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فسطح ح ه متوسط بالشكل
السابع عشر وان كان ح ه يباين ح م فسطح ح م في ح ه بل ضعفه يباين
مربعهما المنطقتان بالشكل الاول من السادسة والثامن من هذه المغاللة
والسطحان مع مربع ح ه يساوي مربعي ح م ح ه بالشكل السابع من الثانية
فربعاهما المنطقتان يباين مربع ح ه فهو غير منطق في الطول والقوة

كا

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان متوسطان

مشاركان في القوة فقط فهو اما منطق واما متوسط ط

ليكن المتوسطان آ ب آ ح مشتركان في القوة فقط والسطح ب ح قائم الزوايا
الذي يحيط به حطان آ ب آ ح فاقول اما منطق واما متوسط برهانه
نرسم على خطي آ ب آ ح مربعي ب د ح ه بالشكل السادس والاربعين من
الاولي فكل واحد من خطي آ ح آ د على استقامة صاحبه بالشكل الرابع
عشر من الاول ولان كل واحد من خطي آ ب آ د واحده متساويان فنسبة

الخطوط $\overline{آب}$ ونجعل الجميع على ما بيننا في
الشكل المتقدم والفرق بين الشكليين أن خط $\overline{د}$
يقوي على خط $\overline{هـ}$ بقوة خط يشاركه في الطول في
الشكل المتقدم وهما هنا يقوي على $\overline{هـ}$ بمربع
خط يباينه في الطول والبيان كالبيان والحوالان
كالحوالان بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لنا ان نجد خطين متباينين في القوة مجموع
مربعيهما منطوق وضعف سطح احدهما في الاخر

موسط



يحصل خطين مستقيمين منطوقين
في القوة ومتركيين فيها فقط
وقوي اطولهما على اقصرهما بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل
الخامس والعشرين ولمكونا $\overline{آب}$ و $\overline{بج}$ و $\overline{ج د}$ و $\overline{د هـ}$ و $\overline{هـ ز}$ و $\overline{ز ح}$ و $\overline{ح ط}$
والعاشرون من الاول ونرسم عليه نصف دائرة $\overline{آب}$ ونضيف الى $\overline{آب}$ سطحا
كربع مربع $\overline{بج}$ ينقص عن مائة مربع بالشكل الثامن والعشرين من
السادسة فيقسم السطح المضاف للخط بقسمين متباينين بالشكل الرابع
عشر ولنقسمه على نقطة $\overline{هـ}$ ونخرج منها عمود $\overline{هـ ز}$ على $\overline{آب}$ فلينته الى المحيط
على نقطة $\overline{ز}$ ويصل $\overline{آز}$ $\overline{بج}$ خطين مستقيمين فاقول ان خطي $\overline{آز}$ $\overline{بج}$
متباينان في القوة ومجموع مربعيهما منطوق وضعف سطح احدهما في
الاخر موسط برهانه ولان مثلثي $\overline{آز هـ}$ و $\overline{بج هـ}$ متشابهان ويشبهان
مثلث $\overline{آز ب}$ بالشكل الثامن من السادسة فنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ ونسبة $\overline{هـ ز}$ الى
 $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ فنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
عشر من الخامسة ونسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
 $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
السادسة فنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
مربع $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
 $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
يباين مربع $\overline{بج}$ بالشكل الثامن وننصف $\overline{بج}$ على $\overline{د}$ بالشكل العاشر من
الاولي فمربع $\overline{بج}$ بمربع $\overline{بج}$ بالشكل الرابع من الثانية وسط $\overline{آز}$ في $\overline{بج}$ كنسبة
مربع $\overline{بج}$ وسط $\overline{آز}$ في $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{بج}$ مربع $\overline{بج}$ بالشكل السابع عشر من السادسة
لان $\overline{هـ ز}$ وسط في النسبة بين $\overline{آز}$ و $\overline{بج}$ بالشكل الثامن من السادسة فـ
يساوي

يساوي $\overline{بج}$ ونسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
لان زوايا مثلثي $\overline{آز ب}$ و $\overline{بج هـ}$ المتناظرة متساوية بالشكل الثامن من السادسة
ونسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
 $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
كسطح $\overline{آز}$ في $\overline{بج}$ $\overline{د}$ معا بالشكل الاول من الثانية وسط $\overline{آز}$ في $\overline{بج}$ كنسبة
موسط بالشكل السابع عشر فضعف سطح $\overline{آز}$ في $\overline{بج}$ موسط ولان زاوية
 $\overline{آز ب}$ قائمة بالشكل الثلاثين من الثالثة فربع $\overline{آز}$ المنطق مربعي $\overline{آز}$ مربع
بالشكل السابع والاربعين من الاول فمجموع مربعي $\overline{آز}$ $\overline{بج}$ منطق
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ط

لنا ان نجد خطين متباينين في القوة سطح احدهما
في الاخر منطوق ومجموع مربعيهما موسط

فحصل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق
واطولهما يقوي على الاقصر بزيادة خط يباينه في الطول بالشكل السابع
والعشرين وهما $\overline{آز}$ و $\overline{بج}$ و اطولهما $\overline{آز}$ ونضيف الى $\overline{آز}$ سطحا كربع مربع $\overline{بج}$
ينقص عن مائة مربع بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فنقسم $\overline{آز}$
على نقطة $\overline{هـ}$ بقسمين متباينين
بالشكل الرابع عشر فننصف كل
واحد من خطي $\overline{آز}$ $\overline{بج}$
بالشكل العشرين من الاول
وليكن $\overline{بج}$ منصف على $\overline{د}$



ونرسم على $\overline{آز}$ نصف دائرة $\overline{آز}$ ونخرج من نقطة $\overline{هـ}$ عمود $\overline{هـ ز}$ على $\overline{آز}$
بالشكل الحادي عشر من الاول فلينته الى المحيط على نقطة $\overline{ز}$ ونصل
بينهما وبين كل واحد من نقطتي $\overline{آز}$ $\overline{بج}$ بخط مستقيم فاقول ان خطي $\overline{آز}$ $\overline{بج}$
متباينان في القوة وسط احدهما في الاخر منطوق ومجموع مربعيهما
موسط برهانه فلان مثلثي $\overline{آز هـ}$ و $\overline{بج هـ}$ متشابهان ويشبهان مثلث $\overline{آز ب}$
بالشكل الثامن من السادسة فنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
 $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
 $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
مربع $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
يباين مربع $\overline{بج}$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة واه يباين $\overline{بج}$ في $\overline{بج}$ كنسبة
الى مربع $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة
كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{هـ ز}$ كنسبة $\overline{هـ ز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة $\overline{آز}$ الى $\overline{بج}$ كنسبة

أمر يباين مربع رب بالشكل الثامن ولان مربع ب ح المنصف على د
مربع ب د بالشكل الرابع من الثانية فسطح آه في د كمربع ب د ولان عمود
ره وسط في النسبة بين آه د ب فسطح آه في د يساوي مربع ره بالشكل
الرابع عشر من السادسة فهو د ره يساوي خط ب د فنسبة رب الي ب د
كنسبته الي ره بالشكل السابع
من الخامسة ولان مثلثي آرب
ره ب متشابهان فنسبة آب الي آر
كنسبة ب ر الي ره وكانت نسبة
ب ر الي ب د كنسبة ب ر الي ره
فنسبة آب الي آر كنسبة رب الي ب د بالشكل الحادي عشر من الخامسة
فسطح آب في ب د كسطح آر في رب بالشكل السادس عشر من السادسة
ونسبة سطح آب في ب د الي سطح آب في ب ح كنسبة ب د الي ب ح بالشكل
الاول من السادسة ورد نصف ب ح فسطح آب في ب د نصف سطح آب في
ب ح المنطق فسطح آب في ب د منطق فسطح آر في رب منطق ولان
زاوية آر ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة فربع آب المتوسط كجوع مربعي
آب رب بالشكل السابع والاربعين من الاول فربعا آر رب متوسط
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



لنا ان نجد خطين متباينين في القوة ضعف سطح
احدهما في الآخر متوسط ومجموع مربعيهما متوسط
مباين لضعف سطح احدهما في الآخر

نحصل خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بموسط يقوي
اطولهما علي اقصرهما بزيادة قوة خط يباينه في الطول بالشكل التاسع
والعشرين وهما آب ب ح فننصف



كل واحد من خطي آب ب ح
بالشكل العاشر من الاول وليكن
ب ح منصفاً علي د فنرسم علي آب
نصف دائرة آر ب ونضيف الي

خط آب سطحاً يساوي لمربع ب ح ينقص عن تمامه مربعاً بالشكل الثامن
والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف الخط علي نقطة ه
بمتباينين لان آب يقوي علي ب ح بمربع خط يباينه في الطول بالشكل
الرابع عشر ونخرج من نقطة ه عمود ره علي آب بالشكل الحادي عشر من
الاول

الاول فلمنته الي المحيط علي نقطة ر فنصل بينهما وبين كل من نقطتي آب
بخط مستقيم فاقول ان خطي آر رب متباينان في القوة ومجموع مربعيهما
موسط وضعف سطح احدهما في الآخر متوسط مباين لمجموع مربعيهما
برهانهم ولان مثلث آه ر شبيه مثلث آب ر بالشكل الثامن من السادسة
فنسبة آب الي رب كنسبة آه الي ره فنسبة آر الي رب كنسبة آر الي رب
ه ر مثناة ونسبة مربع آر الي مربع رب كنسبة آر الي رب مثناة باستبانة
الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آب الي مربع رب كنسبة
آه الي ره مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة آه الي ره
كنسبة آه الي ره مثناة لان ره وسط في النسبة بين خطي آه د ب باستبانة
الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آر الي مربع ره كنسبة آه الي ره
وب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وآه يباين وب فربع آر يباين
مربع رب بالشكل الثامن وسط آه في د المساوي لمربع ره بالشكل
السابع عشر من السادسة يساوي ربع مربع ب ح المساوي لمربع ب د
بالشكل الرابع من الثانية فب د يساوي ره فنسبة ب ر الي ب د كنسبته
الي ره بالشكل السابع من الخامسة ولان مثلثي آرب ره ب متشابهان
فنسبة آب الي آر كنسبة ب ر الي ره وكانت نسبة ب ر الي ب د كنسبة
ب ر الي ره فنسبة آب الي ب ح كنسبة رب الي ب د بالشكل الحادي عشر
من الخامسة فسطح آب في ب د كسطح آر في رب بالشكل السادس عشر من
السادسة ونسبة سطح آب في ب ح الي سطح آب في ب د كنسبة ب ح الي ب د
بالشكل الاول من السادسة لكن ب ح ضعف ب د فسطح آب في ب ح المتوسط
ضعف سطح آب في ب د فضعف سطح آر في رب متوسط ومساوي لضعف
سطح آر في رب ولان زاوية آر ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة فربع آب
المتوسط يساوي مربعي آر رب معا فربعا آر رب معا متوسط ونسبة مربع
آب الي سطح آب في ب ح كنسبة آب الي ب ح بالشكل الاول من السادسة وآب
يباين ب ح فربع آب يباين سطح آب في ب ح بالشكل الثامن فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين

منطقتين في القوة متشاركين فيها فقط اصم ويسمي

ذا الاسم

ليكن خط آر المستقيم مركباً من خطي آب ب ح المنطقتين في القوة
المشتركتين فيها فقط فاقول ان خط آر اصم برهانهم فلان كل واحد من

مربعي \overline{AB} المشتركين منطق في مجموعهما المشاركون لكل واحد منهما
بالشكل الحادي عشر منطق باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من
سطحي \overline{AB} في \overline{B} المتشاركين مشاركون لضعفه بالشكل الحادي عشر وكل
من السطحين متوسط بالشكل السابع عشر فضعفهما متوسط بالشكل التاسع
عشر وسط \overline{AB} في \overline{B} يباين مربع \overline{B}
بالشكل الثامن في مجموع مربعي \overline{AB}
المشاركون \overline{B} بالشكل الحادي عشر يباين
سطح \overline{AB} في \overline{B} والاشاركة فيها شرك مربع \overline{B} سطح \overline{AB} في \overline{B} بالشكل
العاشر وهو يباينه هذا خلف في مجموع مربعي \overline{AB} يباين سطح \overline{AB} في
 \overline{B} فيها ين ضعف سطح \overline{AB} في \overline{B} المشاركون لسطح \overline{AB} في \overline{B} بالشكل
الحادي عشر والاشاركة فيها شرك سطح \overline{AB} في \overline{B} بالشكل العاشر وهو
يباينه هذا خفف في مجموع مربعي \overline{AB} المنطق يباين ضعف سطح
 \overline{AB} في \overline{B} المتوسط ومجموع المربعين مع ضعف سطح \overline{AB} في \overline{B} يساويان
مربع \overline{AC} بالشكل الرابع من الثانية فرباع \overline{AC} يباين مجموع مربعي \overline{AB}
المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فرباع \overline{AC} اصمم فاق القوي عليه
اصمم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم مركب من خطين موسطين
مشاركين في القوة فقط و سطح احدهما في الآخر
منطق وسمي ذا المتوسطين الاول

ليمكن خط $\overline{A\delta}$ مركبا من خطي \overline{AB} و $\overline{B\delta}$ المتباينين المتوسطين المشتركين
 في القوة فقط وسط \overline{AB} في $\overline{B\delta}$ منطق فاقول ان $\overline{A\delta}$ اصغر برهانه فلان
 كل واحد من سطحي \overline{AB} في $\overline{B\delta}$ منطق
 فمجموعهما المشار لكل واحد منهما بالشكل
 الحادي عشر منطق باستبانة الشكل
 العاشر وكل واحد من مربعي \overline{AB} و $\overline{B\delta}$ المشار لمجموعهما بالشكل الحادي
 عشر موسط فمجموعهما موسط بالشكل التاسع عشر فضعف سطح \overline{AB} في
 $\overline{B\delta}$ المنطق يباين مجموع مربعيها الموسط فربع $\overline{A\delta}$ المساوي لمجموع \overline{AB}
 $\overline{B\delta}$ وضعف سطح \overline{AB} في $\overline{B\delta}$ بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف
 سطح \overline{AB} في $\overline{B\delta}$ المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فربع $\overline{A\delta}$ اصغر فاق
 القوي عليه اصغر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين
موسطين مشتركين في القوة فقط وسط احدهما في
الآخر موسط فهو اصم ويسمي ذا الموسطين الثاني *

ليكن خط \overline{AC} المستقيم مركبا من خطي \overline{AB} و \overline{BC} المستقيمين المتوسطين
 المشتركين في القوة فقط وسط \overline{AB} في \overline{B} متوسط فاقول ان خط \overline{AC} اصم
 برهانه ليكن خط \overline{DE} المستقيم
 المحدود منطبقا فنضيق اليه سطحا
 متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي
 مربعي \overline{AB} و \overline{BC} باستبانة الشكل
 الرابع والاربعين من الاولي وهو وسط
 \overline{DE} فلان كل واحد من مربعي \overline{AB}
 \overline{BC} المشتركين متوسط مجموعهما
 متوسط بالشكل التاسع عشر فعرض

ط	ح	د
		هـ

د ح منطبق في القوة مباين لخط د ه في الطول بالشكل الثامن عشر فخط ح ر
المساوي لخط د ه المنطبق بالشكل الرابع والثلاثين من الاول منطبق
ونضيف الي خط ح ر المنطبق سطح ر ط المتوازي الاضلاع القائم
الزوايا المساوي لضعف سطح ا ب في ب باستبانة الشكل الرابع
والاربعين من الاول فلان سطح ر ط موسط بمثل ما بينا ان مجموع مربعي
ا ب ب ر موسط فخط ح ط منطبق في القوة مباين لخط ح ر في الطول
بالشكل الثامن عشر ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي ح ر قائمة
فكل واحد من خطي د ط و ر خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول
وهما متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاول وسطح ا د ر ط
متباينان لتباين خطي ا ب ب ر بمثل ما بينا في الشكل المتقدم فنسبة
سطح د ر الي سطح ر ط كنسبة د ح الي ح ط بالشكل الاول من السادسة و سطح
د ر يباين سطح ر ط فخط د ح يباين خط ح ط بالشكل الثامن فخط د ط ذو
الاسمين فهو اصم بالشكل الثاني والثلاثين ونسبة مربع د ه الي سطح ه ط
كنسبة د ه الي د ط المتباينين بالشكل الاول من السادسة فربع د ه المنطبق
يباين سطح ه ط فسطح ه ط اصم وخط ا ح يقوي علي سطح ه ط بالشكل
الرابع من الثانية ف ا ح اصم وذلك ما اردنا ان نبين

کل خط مستقیم مرکب من خطین متباینین

في القوة مجموع مربعيها منطقتين وضعف سطح
احدهما في الآخر متوسط اصم يسمى الاعظم

ليكن خط $آ$ مركبا من خطي $آب$ و $بـ$ المتباينين في القوة مجموع مربعي
 $آب$ و $بـ$ منطقتين وضعف سطح احدهما في
الآخر متوسط فاقول ان $آ$ اصم برهانه
فلان مجموع مربعي $آب$ و $بـ$ منطقتين وضعف
سطح $آب$ في $بـ$ متوسط وهما متباينان ومربع $آ$ يساويهما بالشكل
الرابع من الثانية فربع $آ$ يباين كل واحد منهما باستبانة الشكل
الحادي عشر فبباين مجموع مربعي $آب$ و $بـ$ المنطقتين فربع $آ$ اصم فاصم
وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين
في القوة مجموع مربعيها متوسط وضعف سطح احدهما
في الآخر منطقتين اصم ويسمى القوي على منطقتين

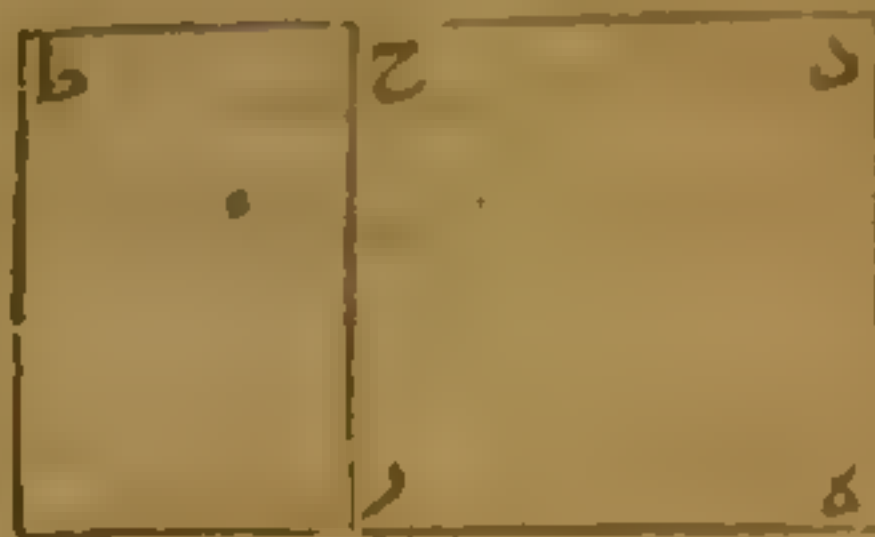
و $بـ$ و $موسـ$
ليكن خط $آ$ المستقيم مركبا من خطي $آب$
و $بـ$ المتباينين في القوة مجموع مربعيها متوسط وضعف سطح $آب$ في $بـ$
منطقتين فاقول ان $آ$ اصم برهانه فلان مجموع مربعي $آب$ و $بـ$ متوسط
وضعف سطح $آب$ في $بـ$ منطقتين وهما متباينان فربع $آ$ المساوي لهما
بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح $آب$ في $بـ$ المنطقتين
باستبانة الشكل الحادي عشر فهو اصم فاصم وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين
في القوة مجموع مربعيها متوسط وضعف سطح احدهما
في الآخر متوسط مباين للاول اصم ويسمى القوي

علي

علي المتوسطين

ا ب ج



ليكن خط $آ$ المستقيم مركبا من
خطي $آب$ و $بـ$ المتباينين في القوة
مجموع مربعي $آب$ و $بـ$ متوسط
وضعف سطح $آب$ في $بـ$ متوسط
مباين لمجموع المربعين فاقول ان $آ$
اصم برهانه ليكن خط $د$ خط

مستقيما محدودا منطقتين ونضيف اليه سطح $د$ من المتوازي الاضلاع
القائم الزوايا مساويا لمجموع مربعي $آب$ و $بـ$ بالشكل الثامن عشر خط $د$
المساوي لخط $د$ بالشكل الرابع والثلاثين من الاول منطقتين فعرض $د$
منطقتين في القوة مباين لخط $د$ الطول ونضيف الي $د$ منطقتين سطحا
متوازي الاضلاع القائم الزوايا مساويا لضعف سطح $آب$ في $بـ$
باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو خط $ح$ منطقتين
في القوة مباين لخط $ح$ بالشكل الثامن عشر خطا $د$ و $ح$ مستقيمان
بالشكل الرابع عشر من الاول لان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي
 $ح$ و $ق$ قائمة ومتوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاول ولان نسبة
سطح $د$ الى $ح$ كنسبة $د$ الى $ح$ بالشكل الاول من السادسة والسطحان
متباينان فخطا $د$ و $ح$ متباينان بالشكل الثامن عشر خط $د$ و $ح$ الاسمين
ومربع $د$ منطقتين ونسبته الى سطح $د$ كنسبة $د$ الى $د$ بالشكل
الاول من السادسة وهما متباينان فسطح $د$ يباين مربع $د$ منطقتين
بالشكل الثامن فهو اصم ومربع $آ$ يساوي سطح $د$ بالشكل الرابع من
المقالة الثانية فاصم وذلك ما اردنا ان نبين

مقدمة اولي

كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين مرة بعد اخرى وكان
اعظم قسمي كل قسمه في احد جهتي الخط بعينه والاصغر في الجهة
الاخرى فمجموع مربعي قسمي كل قسمه اعظم قسميه اعظم من اعظم قسمي
قسمه اخري اعظم من مجموع مربعي قسمي القسم الاخرى
ليكن خط $آ$ قسم بقسمين مختلفين علي $ب$ ثم علي $د$ و $آب$ و $بـ$ اعظم
قسمي القسمين في جهة $آ$ من خط $آ$ فاقول

ا ب ج د

ان مجموع مربعي $آد$ و $د$ اعظم من مجموع
مربعي $آب$ و $بـ$ برهانه فلان مربع $آد$
يساوي مربعي $آب$ و $بـ$ وضعف سطح $آب$ في $بـ$ بالشكل الرابع من الثانية
ومربع $بـ$ يساوي مربعي $بـ$ و $د$ وضعف سطح $بـ$ في $د$ بالشكل
الرابع من الثانية فاذا القينا مربعات $آب$ و $بـ$ في المشتركة يبقى ضعف

سطح AB في B اعظم من ضعف سطح BD في D فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

مقدمة ثانية

ليكن AB خطا مستقيما محدودا ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي مربعي AD و DC باستبانة الشكل الرابع والاربعين

من الاول وهو سطح BD ونضيف

الي خط CD سطحا متوازي الاضلاع

القائم الزوايا يساوي ضعف سطح

AD في D وهو سطح DE باستبانة

الشكل الرابع والاربعين من الاول

ونضيف الي خط AB سطحا متوازي

الاضلاع قائم الزوايا يساوي مجموع

مربعي AB و BC باستبانة الشكل

الرابع والاربعين من الاول وهو

سطح BD فيكون اصغر من سطح BD بالمقدمة الاولى ونضيف الي خط

BC سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي ضعف سطح AB في B

باستبانة الشكل المذكور وهو سطح BE فلان مربعي AD و DC وضعف سطح AD

في D يساوي مربع AC ومربعي AB و BC وضعف سطح AB في B

يساويان مربع AC بالشكل الرابع من الثانية فيكون فضل مربعي AD و DC

علي مربعي AB و BC يساوي فضل ضعف سطح AB في B علي ضعف

سطح AD في D وهو سطح DE وذلك ما اردنا ان نبين

ل

كل خط مستقيم محدود قسم بذوي الاسمين علي

نقطة فانه لا يمكن ان يقسم ذلك الخط بذوي الاسمين

علي نقطة اخري اصلا الا علي نقطة واحدة فقط غير

الاولي يكون قسم الخط من القسمتين متساويين

الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر

والا فلنقسم خط AC المستقيم المحدود علي نقطتي B و D بذوي الاسمين

يكون قسم AB و AD مخالفين بالاصغر والكبر فنضيف الي خط AB

المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي

مربعي

مربعي AD و DC وهو سطح BD ونضيف الي خط CD سطحا متوازي

الاضلاع قائم الزوايا يساوي ضعف

سطح AD في D وهو سطح DE ونضيف

الي خط AB سطحا متوازي الاضلاع

قائم الزوايا يساوي مربعي AB و BC

وهو سطح BD فيكون اصغر من

سطح BD بالمقدمة الاولى ونضيف

الي خط BC سطحا متوازي الاضلاع

قائم الزوايا يساوي ضعف سطح AB

في B وهو سطح BE كل ذلك باستبانة

الشكل الرابع والاربعين من الاول فيكون سطح DE هو فضل مربعي AD و DC

علي مربعي AB و BC وهو بعينه فضل ضعف سطح AB في B علي ضعف

سطح AD في D بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من المربعات الاربعة

منطق وكل واحد من ضعلي السطحين موسط وفضل المنطق علي

المنطق منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وفضل

الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح DE منطق واصم هذا

خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ل

كل خط مستقيم محدود قسم بذوي الوسطين

الاول فلا يمكن ان ينقسم بذوي الوسطين علي نقطة

اصلا الا علي نقطة واحدة فقط قسم الخط من

القسمتين متساويان الاعظم للاعظم والاصغر

للاصغر

والا فلنقسم خط AC علي نقطتي B و D بذوي الوسطين الاول وقسم AB و BC

مخالفين قسمي AD و DC بالكبر والاصغر فنضيف الي خط AB المستقيم

المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي مربعي

قسمي AD و DC وهو سطح BD ونضيف الي خط CD سطحا متوازي الاضلاع

قائم الزوايا يساوي ضعف سطح AD في D وهو سطح DE ونضيف الي خط

AB سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا يساوي مربعي AB و BC وهو

سطح BD ونضيف الي خط BC سطحا متوازي الاضلاع القائم الزوايا

سطح BE فسطح DE هو فضل مربعي AD و DC علي فضل ضعف سطح AB في B

علي ضعف سطح AD في D وهو سطح DE فسطح DE هو فضل مربعي AD و DC

علي فضل ضعف سطح AB في B علي ضعف سطح AD في D وهو سطح DE

يساوي ضعف سطح AB في B وهو سطح DE بالمقدمة الثانية كل ذلك

باستبانة الشكل الرابع والاربعين

من الاول ففضل سطح AC المتوسط على

المتوسط وهو سطح DE بالشكل

العشرين وفضل ضعف سطح AB في

B المنطف على ضعف سطح AD في

DE المنطف منطف بالشكل الحادي

عشر وباستبانة الشكل العاشر

وهو سطح DE فسط DE منطف واصم

مع هذا خلف فالحكم ثابت وذلك

ما اردنا ان نبين

ط

كل خط مستقيم منقسم بذوي المتوسطين الثاني

لا يمكن ان ينقسم بموسطيه الاعلى نقطة واحدة فقط

يكون قسما القسمين متساويين الاعظم للاعظم

والاصغر للاصغر

ليكن AC خطا مستقيما منقسما

بذوي المتوسطين الثاني على نقطة B

فاقول انه لا يمكن ان ينقسم على

نقطة اخرى بموسطة الثاني

يختلف قسما المقسمتين بالكبر والصغر الكبير للصغير

برهانه والا فلنقسم كذلك على نقطة D فنضيف الى خط DE المستقيم

المحدود المنطف سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا يساوي مربعي AB

B وهو سطح DE و AC وسطا آخر كذلك يساوي ضعف سطح AB في B

وهو سطح DE باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول فكل من عرضي

DE منطف في القوة متباين لهما في الطول بالشكل الثامن عشر ولان

زوايا التي عند نقطتي C و E قوائم فكل من خطي DE وما يقابلها خط

مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول وهما متوازيان بالشكل السابع

والعشرين من الاول ونسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة خط DE الى خط

DE بالشكل الاول من السادسة و DE متباينان بمثل ما بينا في

الشكل الخامس والثلاثين فخط DE متباينان بالشكل الثامن وهما

منطقان

منطقان بالقوة فخط DE ذوالاسمين بالشكل الثالث والثلاثين منقسما

باسميه على نقطة C ونضيف الى خط DE ايضا سطحا متوازي الاضلاع

قائم الزوايا يساوي مربعي AD وهو سطح DE و AC وسطا آخر كذلك

يساوي ضعف سطح AD في DE وهو سطح DE باستبانة الشكل الرابع

والاربعين من الاول وتبين بمثل ما بينا ان خط DE ذوالاسمين منقسما

باسميه على نقطة C فذوالاسمين منقسم باسميه على نقطتي C و E هذا

خلف بالشكل التاسع والثلاثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لاشي من الخط الاعظم ينقسم بقسميه الاعلى

نقطتين فقط يكون قسما القسمين متساويين

وليكن AC خطا اعظم منقسما بقسميه على نقطة B فاقول انه لا يمكن

ان ينقسم بقسميه على غير نقطة B

يكون قسما قسما مخالفين لقسمي AB

B بالصغر والكبر الاكبر للاكبر

والاصغر للاصغر فان امكن فلنقسم

على نقطة D بقسميه كذلك فنضيف

الى خط AB المستقيم المحدود

المنطف سطحا متوازي الاضلاع قائم

الزوايا يساوي مربعي BD وهو

سطحا BD ونضيف الى خط DE كذلك

يساوي ضعف سطح AD في DE وهو سطح DE ونضيف ايضا الى خط AB

سطحا كذلك يساوي مربعي AB وهو سطح BD فيكون اصغر من

سطح BD بالمقدمة الاولى ونضيف الى خط AC سطحا كذلك يساوي

ضعف سطح AB في B وهو سطح DE بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة

الشكل الرابع والاربعين من الاول فيكون سطح DE هو فضل مربعي AD

DE على مربعي AB وهو بعينه فضل ضعف سطح AB في B على

ضعف سطح AD في DE بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من مجموع مربعي AD

DE و AB منطف وفضل المنطف على المنطف بالشكل

الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وكل من ضعي سطح AD في DE و AB في

B موسط وفضل المتوسط على المتوسط اصم بالشكل العشرين فسط DE

بعينه منطف وموسط هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ما

لاشي من الخط القوي على منطقتين وموسط ينقسم
بقسميه الاعلى نقطتين فقط يكون قسمي القسمتين

متساويين

ا ب د ح

ليكن \overline{AB} الخط القوي على منطقتين
وموسط منقسم بقسميه على \overline{B} فاقول
انه لا يمكن ان ينقسم بقسميه على
نقطة اخرى يكون قسماه مختلفين
لعمري \overline{AB} بالصغر والكبر
الصغير للصغير والكبير للكبير والا
فلينقسم على نقطة \overline{D} كذلك فنضيف

ا	ح	د	ب

الى خط \overline{AB} المستقيم المحدود المنطق سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا
يساوي مربعي \overline{AD} و \overline{DC} وهو سطح \overline{B} ونضيف الى خط \overline{DC} سطح \overline{D} كذلك
يساوي ضعف سطح \overline{AD} في \overline{D} وهو سطح \overline{D} ونضيف الى خط \overline{AB} سطح \overline{B}
كذلك يساوي مربعي \overline{AB} و \overline{BD} وهو سطح \overline{B} فيكون اقل من سطح \overline{B}
بالمقدمة الاولى ونضيف الى خط \overline{DC} سطح \overline{D} كذلك يساوي ضعف سطح
 \overline{AB} في \overline{B} وهو سطح \overline{D} بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع
والاربعين من الاولى فسطح \overline{D} هو فضل مربعي \overline{AD} و \overline{DC} على مربعي \overline{AB} و \overline{B}
وهو ايضا فضل ضعف سطح \overline{AB} في \overline{B} على ضعف سطح \overline{AD} في \overline{D} لكن
فضل المربعين على المربعين فضل الموسط على الموسط فهو اضع بالشكل
العشرين وفضل ضعف سطح \overline{AB} في \overline{B} على ضعف سطح \overline{AD} في \overline{D} فضل
المنطق على المنطق فهو منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل
العاشر فسطح \overline{D} بعينه منطق واهم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك
ما اردنا ان نبين

مب

لاشي من القوي على موسطين ينقسم بقسميه الاعلى
نقطتين فقط يكون قسمي القسمتين متساويين

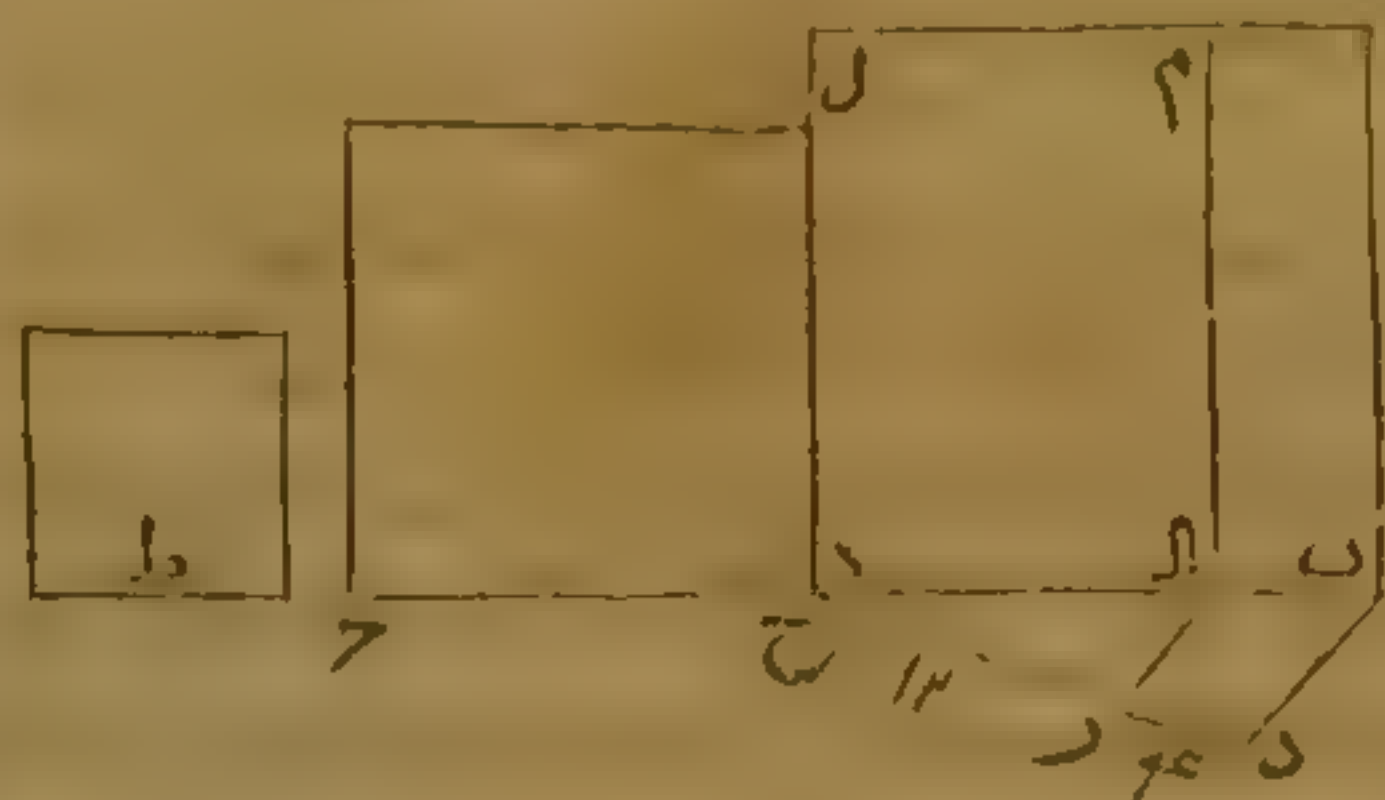
فليكن \overline{AC} القوي على موسطين متقسميها على نقطة \overline{B} بقسميه فاقول انه
لا يمكن ان ينقسم بقسميه على غير نقطة \overline{B} يكون قسماه مختلفين لعمري
 \overline{AB} بالكبر والصغر فان امكن فلينقسم على نقطة \overline{D} كذلك ونبين
الخلف بمثل ما بينا في ذي الموسطين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما
اردنا

مصادرة ثانية

القسم الاعظم من كل خط مستقيم محدود انقسم بذوي الاسمين يقوي على
على قسمة الاصغر بمربع خط مستقيم محدود بالمقدمة التي ذكرناها قبل
الثاني عشر فاما ان يقوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه فيه
فان قوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول فان كان القسم الاعظم من
ذي الاسمين منطقا في الطول يسمى ذا الاسمين الاول فان كان قسمة
الاصغر منطقا في الطول فهو ذوي الاسمين الثاني وان لم يكن شي من
قسميه منطقا في الطول فهو ذوي الاسمين الثالث وان قوي الاطول على
الاقل بزيادة مربع خط يباينه في الطول فان كان القسم الاطول
منطقا في الطول فهو ذوي الاسمين الرابع وان كان القسم الاصغر منطقا
في الطول فهو ذوي الاسمين الخامس وان لم يكن شي منها منطقا في
الطول فهو ذوي الاسمين السادس ولا يمكن ان يكون قسمي ذي الاسمين
منطقتين في الطول والا لكانا مشتركين في الطول وهما متباينان هذا خلف

لنجد ذا الاسمين الاول

ليكن \overline{AC} خطا منطقا ويشاركه \overline{B} فهو منطق باستبانة الشكل العاشر
ونجد عدددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل
الشكل الثاني والعشرين وهما \overline{D} و \overline{E} والفضل بينهما \overline{B} ونجعل خط \overline{B}
مع عدد \overline{D} محيطا بزواية بحيث ينطبق نقطة \overline{E} على نقطة \overline{C} ونصل
بين نقطتي \overline{B} و \overline{D} بخط مستقيم ونخرج من نقطة \overline{C} خط \overline{B} يوازي \overline{B}

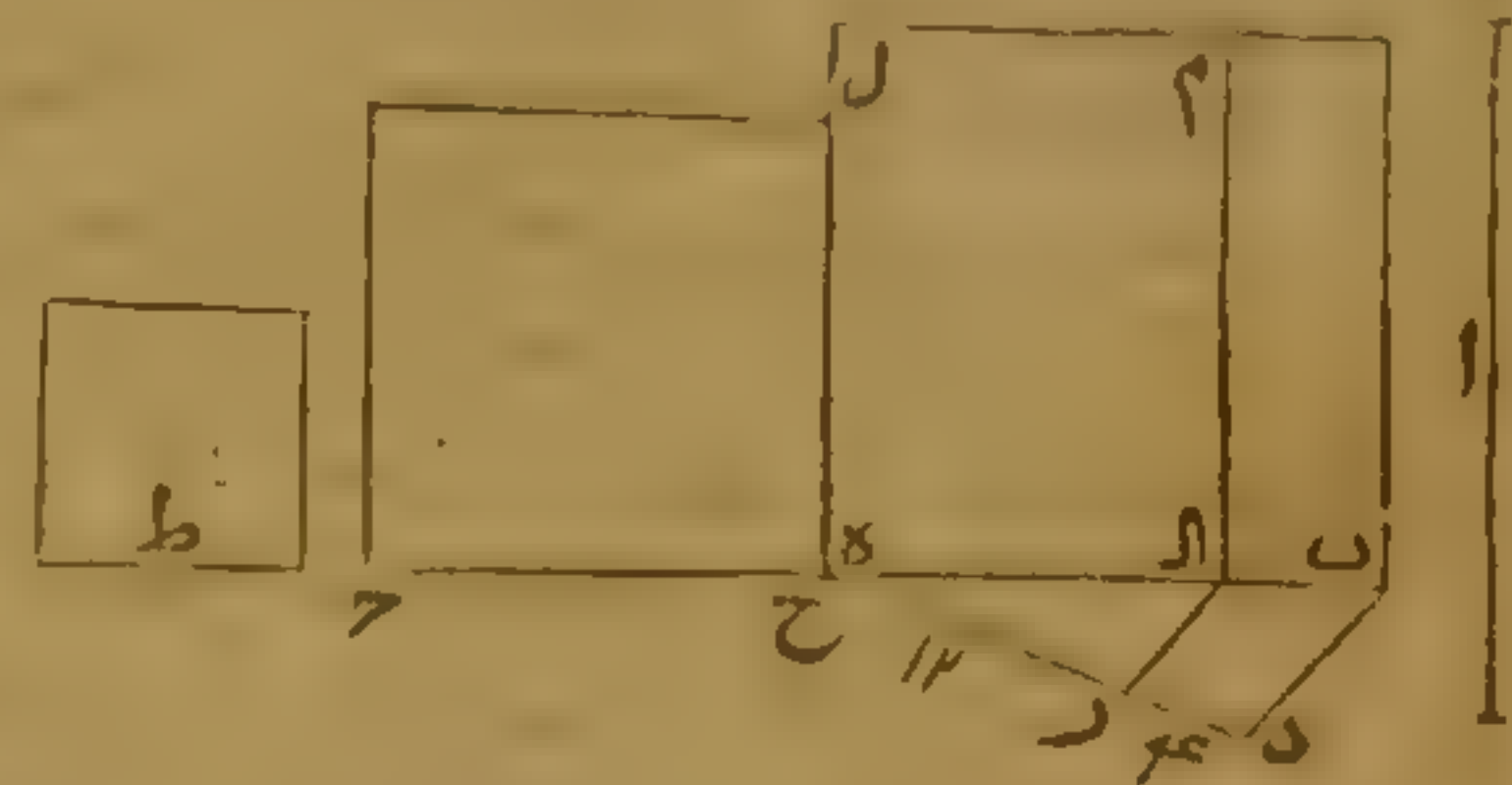


بالشكل الواحد
والثلاثين من الاولى
فلينته الى خط
 \overline{B} على نقطة \overline{A}
ونرسم على \overline{B}
مربع \overline{B} ح
بالشكل السادس
والاربعين من

الاولي ونخرج من نقطة \overline{A} خط \overline{AM} موازيا لخط \overline{AC} فلينته الى ضلع المربع
على نقطة \overline{M} ونرسم مربعا يساوي سطح \overline{AM} وهو مربع ضلعه \overline{M} ومربعا
اخر يساوي سطح \overline{B} بالشكل الرابع عشر من الثانية والسادس
والاربعين من الاولى وليكن ضلعه \overline{P} فاقول ان الخط المستقيم المركب من

خطي $\overline{ب ح}$ $\overline{ح د}$ ذو الاسمين الاول برهانه فلان نسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى سطح $\overline{ل ا}$ كنسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ا}$ بالشكل الاول من السادسة ولان مثلثي $\overline{ب د}$ $\overline{د ه}$ متشابهان

بالشكل التاسع والعشرين من الاول والشكل الرابع من السادسة فنسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى سطح $\overline{ل ا}$ ونسبة

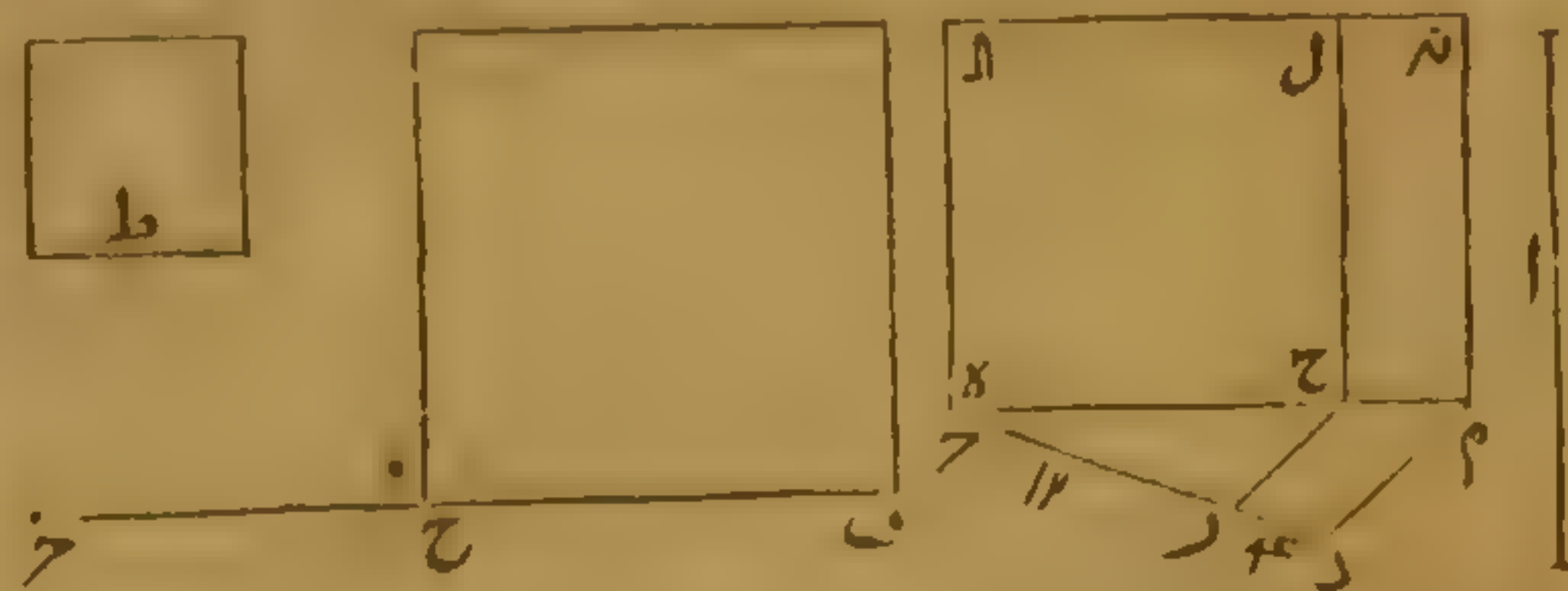


مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ح د}$ كنسبة $\overline{ل ا}$ الى سطح $\overline{ل ا}$ بالشكل السابع من الخامسة فنسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ح د}$ بالشكل الحادي عشر من الخامس فب $\overline{ب ح}$ $\overline{ح د}$ منطقتان في القوة متباينتان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ط ا}$ كنسبة $\overline{ل ا}$ الى سطح $\overline{ب م}$ بالشكل السابع من الخامسة ونسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ب ا}$ كنسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى سطح $\overline{ب م}$ في الشكل الحادي عشر نسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ط ا}$ كنسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ب ا}$ وبالقلم نسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ب ا}$ في الشكل الحادي عشر نسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ط ا}$ كنسبة عدد $\overline{د ه}$ الى عدد $\overline{د ر}$ المربع في خط $\overline{ب ح}$ يشارك ضلع $\overline{ط ا}$ في الطول بالشكل السابع فخط $\overline{ب ح}$ المستقيم مركب من خطي $\overline{ب ح}$ $\overline{ح د}$ المنطقتين في القوة فقط وخط $\overline{ب ح}$ منطقتي في الطول وقوي على خط $\overline{ح د}$ بمربع خط يشاركه في الطول وهو ضلع $\overline{ط ا}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنجد ذا الاسمين الثاني

ليكن $\overline{ا ب}$ خطا منطقتا في الطول ويشاركه خط $\overline{ح د}$ في الطول فهو منطقتي باستمالة الشكل العاشر ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين وهما $\overline{د ه}$ $\overline{د ر}$ والفضل بينهما $\overline{ر ه}$ ونجعل $\overline{ح د}$ مع $\overline{د ه}$ محيطا بزواوية بحيث ينطبق نقطة $\overline{د ه}$ على نقطة $\overline{ح د}$ ونصل بين نقطتي $\overline{ر ح}$ بخط مستقيم ونخرج من $\overline{د ه}$ موازيا لخط $\overline{ر ح}$ بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فلان زاويتي $\overline{ح د ه}$ $\overline{د ه ر}$ اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول وزاوية $\overline{د ه ر}$ كزاوية $\overline{د ه د}$ بالشكل التاسع والعشرين من الاول فخط $\overline{ح د}$ $\overline{د ه}$ اذا اخرجاهما على استقامتهما في جهة $\overline{ح د}$ يتلاقيان فليبتلأبا على نقطة $\overline{م}$ ونرسم على خط $\overline{ح د}$ مربع $\overline{ح ل}$ بالشكل السادس والاربعين من الاول ونخرج من نقطة $\overline{م}$ خط

خط $\overline{م ن}$ موازيا لخط $\overline{ح ل}$ بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ونخرجه على استقامته في جهة $\overline{ن ل}$ في جهة $\overline{ل ا}$ على استقامته فهما يتلاقيان لان اذا وصلنا $\overline{م ن}$ بخط مستقيم يكونا زاويتي $\overline{ل م ن}$ $\overline{ن م ا}$ اقل من قائمتين لان كل واحد من زاويتي $\overline{ل م ن}$ $\overline{ن م ا}$ $\overline{م ن ا}$ قائمة فليبتلأبا على نقطة $\overline{ن}$ ونرسم



مربعين يساوي سطح $\overline{ا ب}$ اضلعه $\overline{ب ح}$ ومربع آخر يساوي سطح $\overline{م ل}$ ضلعه $\overline{ط ا}$ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاول فلان زاويتي $\overline{ح د ه}$ $\overline{د ه ر}$ متثلث $\overline{ح د ه}$ يساويان زاويتي $\overline{م د ه}$ $\overline{د ه ر}$ من مثلث $\overline{د م ه}$ بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية $\overline{د ه ر}$ مشتركة بين مثلثي $\overline{ح د ه}$ $\overline{د م ه}$ في الشكل الرابع من السادسة نسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة $\overline{م ه}$ الى $\overline{م د}$ ونسبة سطح $\overline{م ل}$ الى مربع $\overline{ح ا}$ كنسبة $\overline{م ه}$ الى $\overline{م د}$ بالشكل الاول من السادسة في الشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة سطح $\overline{م ل}$ الى مربع $\overline{ح ا}$ الى مربع $\overline{ب ح}$ من الخامسة فنسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ط ا}$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فب $\overline{ب ح}$ $\overline{ح د}$ منطقتان في القوة ومتباينتان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ط ا}$ كنسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ب ا}$ وبالقلم نسبة $\overline{د ه}$ الى $\overline{د ر}$ كنسبة $\overline{ب ح}$ الى $\overline{ب ا}$ في الشكل الحادي عشر نسبة مربع $\overline{ب ل}$ الى مربع $\overline{ط ا}$ كنسبة عدد $\overline{د ه}$ الى عدد $\overline{د ر}$ المربع في خط $\overline{ب ح}$ يشارك ضلع $\overline{ط ا}$ في الطول بالشكل السابع فخط $\overline{ب ح}$ المستقيم مركب من خطي $\overline{ب ح}$ $\overline{ح د}$ المنطقتين في القوة فقط وخط $\overline{ب ح}$ منطقتي في الطول وقوي على خط $\overline{ح د}$ بمربع خط يشاركه في الطول وهو ضلع $\overline{ط ا}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

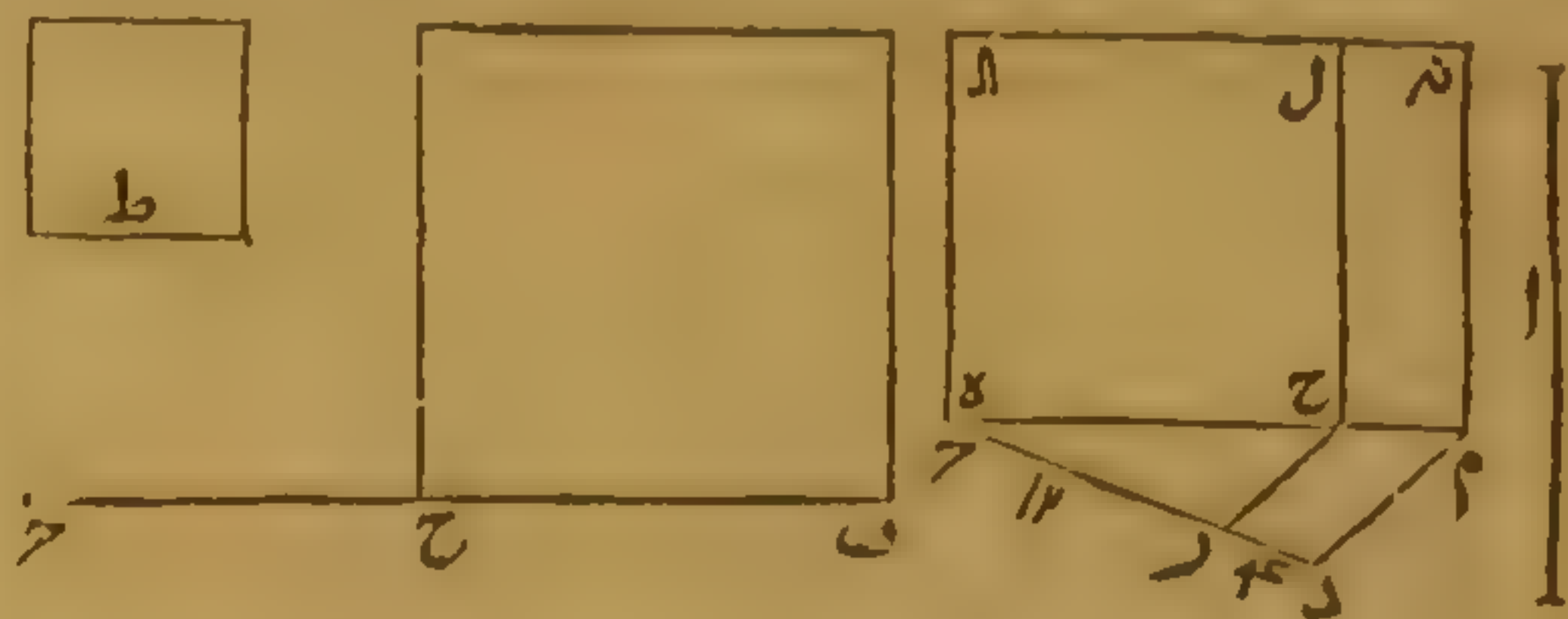
لنجد ذا الاسمين الثالث

ليكن $\overline{ا ب}$ خطا مستقيما منطقتا في الطول ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين

ببهما رة فيكون نسبة دة الى دروالي رة ليست كنسبة عدد مربع الي عدد مربع والا لكانت كل واحد من دة رة مربعا بالشكل الثاني والعشرين من الثانية وليس وليكن الخط المنطق آ ونين بمثل ما بينا في ذي الاسمين الاول ان ب ح يكون قويا علي ح ح مربع خط يباينه في الطول وهو ط وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد ذا الاسمين الخامس

فنعيد عددي دة در ونجد خطين اطولهما منطق في القوة فقط واصغرهما منطق في الطول والقوة معا ويقوي الاطول علي الاقصر



بزيادة مربع خط يباينه في الطول بمثل ما مر في ذي الاسمين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد ذا الاسمين السادس

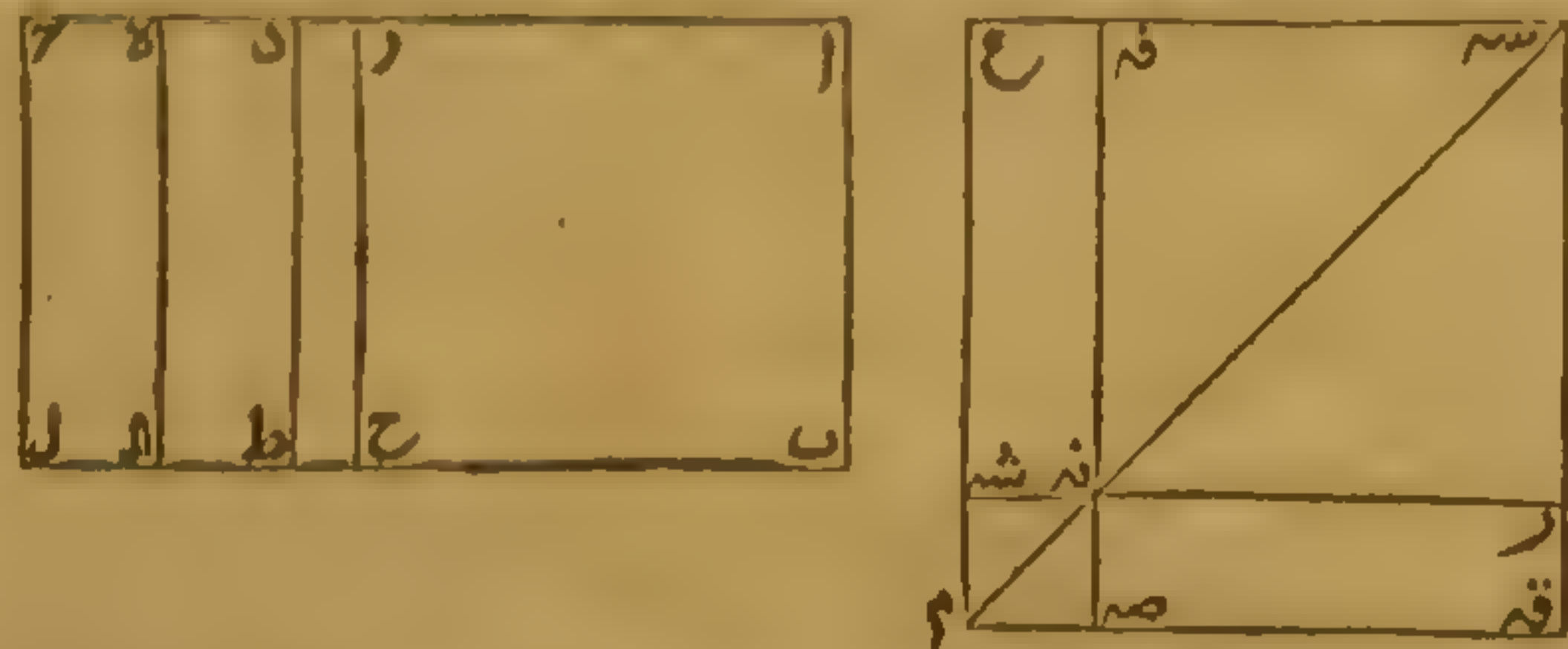
فنعيد عددي دة در وعدد دة الذي ليست نسبته الي دة ودر كنسبة عدد مربع الي عدد مربع كما بينا في الشكل التاسع والاربعين ونجد خطين كل منهما منطق في القوة فقط متباينان في الطول والاطول منها يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول بمثل ما مر في ذي الاسمين الثالث والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط

به خط منطق وذا الاسمين الاول هو ذا الاسمين

ليكن سطح ب ح متوازي الاضلاع يحيط به آ ح وذا الاسمين الاول وخط آ ب المستقيم المحدود المنطق فاقول ان كل خط مستقيم قوي علي سطح ب ح فهو

فهو ذا الاسمين برهانه ليكن آ ح ذا الاسمين الاول منقسم باسمه علي نقطة د واد اعظم اسمه فهو منطق فسطح ب د منطق بالشكل الخامس عشر وننصف د ح علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاول فربع مربع د ح يساوي لمربع د ه بالشكل الرابع من الثانية ونضيف الي آ د سطحا يساوي مربع د ه ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فينقسم خط آ د باضافة سطح اليه علي نقطة م فلان آ د قوي علي خط د ح بمربع خط يشاركه في الطول فام يشارك د ه بالشكل الثالث عشر ونخرج من نقط ر د ه خطوط م ح د ط ه موازية لخط آ ب بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فلينته الي ب ل علي نقط ح ط ل فبالشكل الثلاثين من الاول يكون سطوح آ ح ر ط د ه متوازية الاضلاع ولان نسبة سطح آ ح الي سطح ح د كنسبة آ ر الي ر د بالشكل الاول من السادسة وآ ر يشارك ر د فسطح آ ح يشارك سطح د ه بالشكل العاشر فكل من سطحي آ ح ح د يشارك



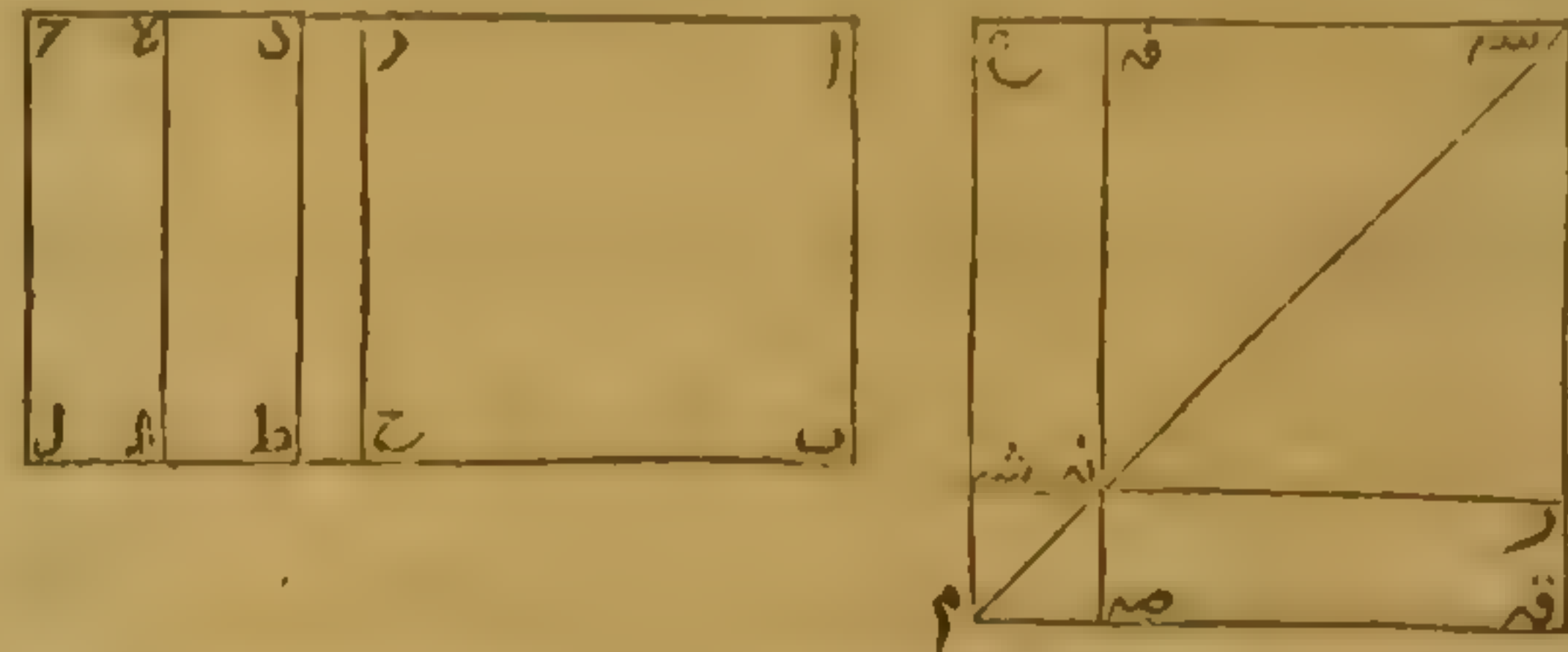
سطح ا ط المنطق بالشكل الحادي عشر فكل منهما منطق باستبانة الشكل العاشر ولان سطح آ ر في ر د مربع د ه فنسبة آ ر الي د ه كنسبة د ه الي ر د بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح آ ح الي سطح د ه كنسبة آ ر الي د ه ونسبة سطح د ه الي سطح ر ط كنسبة د ه الي ر د بالشكل الاول من السادسة فسطح د ه وسط في النسبة بين سطحي آ ح ح د ولان سطح ا ط متوازي الاضلاع يكون ضلع د ط يساوي ضلع آ ب بالشكل الرابع والثلاثين من الاول وآ ب منطق فد ط منطق في الطول ود ح منطق في القوة فقط فسطح د ل موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح د ل الي سطح آ ح كنسبة د ه الي ه ح المتشاركين بالشكل الاول من السادسة فسطح د ل يشارك سطح آ ح بالشكل الثامن فكل واحد من سطحي د ل آ ح يشارك سطح د ل الموسط بالشكل الحادي عشر فكل من سطحي د ل آ ح موسط بالشكل التاسع عشر ونرسم مربعا مساويا لسطح آ ح بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاول وليكن هو مربع س ه ن ه ونخرج قطر س ه ونخرج خط ر ن علي استقامته في جهة ن ه الي غير النهاية ونرسم عليه مربع ن ه س ه يساوي سطح ر ط بالشكل الرابع عشر

المنطقين فيكون خط $س هـ$ المركب من خطي $س د$ و $د هـ$ المتباينين في القوة مجموعهما $س هـ$ متوسط وضعف سطح $ا ب$ في الآخر وهو ممتما $ن د$ $ن هـ$ منطق قوي $ي ا$ علي منطق وموسط بالشكل السابع والثلاثين وقوي $ي ا$ علي سطح $ب ج$ وذلك ما اردنا ان نبين

ن د

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم منطق محدود وذو الاسمين السادس فهو القوي علي متوسط

ليكن السطح $ب ج$ والخط المستقيم $ا ب$ وذو الاسمين السادس $ا ج$ فلان كل واحد من سطحي $ب د$ $د ل$ متوسط وسطي $ب ر ر ط$ متباينان فبالطريقة



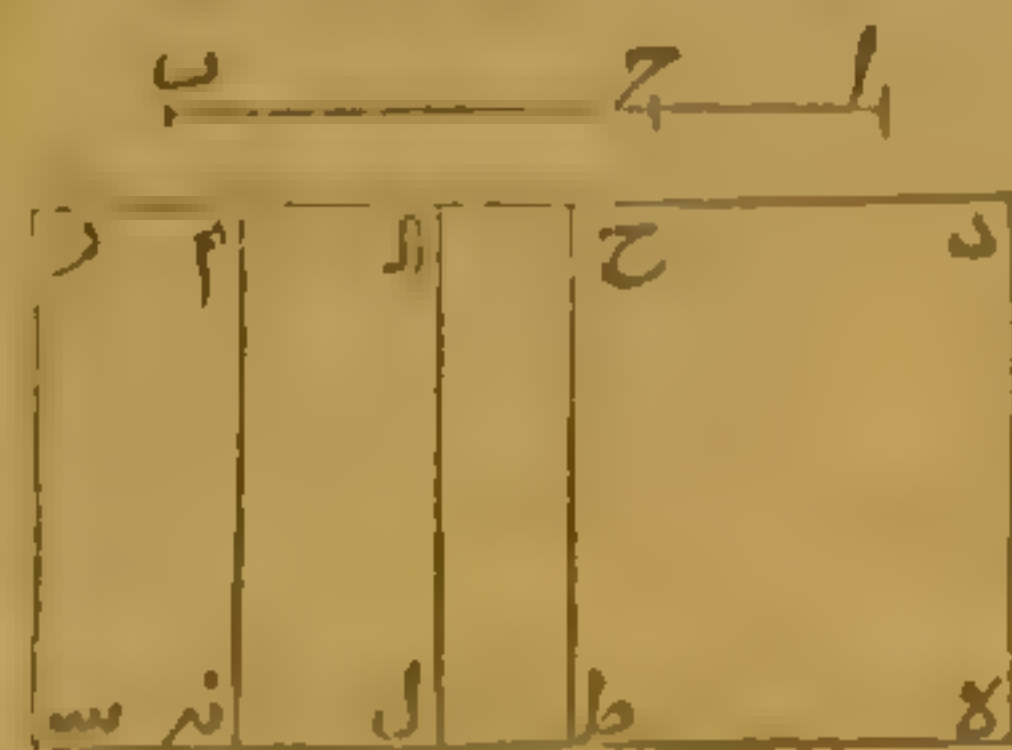
المتقدمة مربعي $س هـ$ $ن د$ موسطين متباينين ومتممي $ن د$ $ن هـ$ موسطين متباينين الربيعين فيكون خط $س هـ$ مركبا من خطي $س د$ و $د هـ$ المتباينين في القوة مجموع مربعيها متوسط وكذلك ضعف سطح $ا ب$ في الآخر هو القوي علي موسطين بالشكل الثامن والثلاثين والقوي علي سطح $ب ج$ وذلك ما اردنا ان نبين

ن د

كل خط مستقيم محدود منطق اضيف اليه سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي الاسمين فالعرض الحادث ذو الاسمين الاول

ليكن $د هـ$ خطا مستقيما محدودا منطقا وخط $ا ب$ ذو الاسمين المنقسم باسمه علي نقطة $د$ وقسمه الاطول $ب ج$ واضفنا الي $د هـ$ سطح $د ر$ المتوازي الاضلاع

الاضلاع مساويا لمربع $ا ب$ بالشكل السادس والاربعين من الاول فاقول ان عرض $د ر$ ذو الاسمين الاول برهانه فلان مربع $ا ب$ مساو لمربع $ب ج$ $ج د$ وضعف سطح $ب ج$ في $د ر$ بالشكل الرابع من الثانية فسطح $د ر$ يساويها فليكن سطح $د ط$ ح المتوازي الاضلاع من سطح $د ر$ مساويا لمربع $ب ج$ وسطح $ح ط ل$ كذلك مساويا لمربع $د ر$ فسطح $د ر$ المتوازي الاضلاع مساويا لضعف سطح $ب ج$ في $د ر$ وننصف $د ر$ علي نقطة $م$



بالشكل العاشر من الاول ونخرج منها $م ن$ موازيا للخط $م ر$ فبنتهي الي خط $هـ س$ علي نقطة $ن$ فهو موازيا للخط $ا ل$ بالشكل الثلاثين من الاول فكل واحد من سطحي $ل م$ $م س$ متوازي الاضلاع فلان نسبة سطح

$ل م$ الي $م س$ كنسبة $ا م$ الي $م ر$ بالشكل الاول من السادسة والام يساوي $م ر$ فسطح $ل م$ يساوي سطح $م س$ فكل واحد منهما يساوي سطح $ب ج$ في $د ر$ ولان الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فكل من خطي $ح ط$ $ا ل$ منطق في الطول لان كل منهما يساوي $د هـ$ المنطق ولان كل واحد من سطحي $ل م$ $م س$ متوسط ومشارك لسطح $ا س$ ضعف كل منهما فسطح $ا س$ متوسط بالشكل التاسع عشر فعرض $ا م$ منطق في القوة غير مشارك للخط $ا ل$ المنطق بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح $هـ ج$ المنطق الي سطح $ح ل$ المنطق كنسبة خط $د ح$ الي خط $ا ج$ بالشكل الاول من السادسة وكل منطقين متشاركين من جنس واحد فسطح $هـ ج$ يشارك سطح $ح ل$ لخط $د ح$ يشارك خط $ح ا$ بالشكل الثامن فسطح $ا ل$ يشارك كل واحد من سطحي $هـ ج$ $ح ل$ بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح $ا ل$ منطق فعرض $د ل$ منطق بالشكل السادس عشر ولان نسبة مربع $ب ج$ الي سطح $ب ج$ في $د ر$ كنسبة $ب ج$ الي $ا ج$ بالشكل الاول من السادسة و $ب ج$ اعظم من $د ر$ فمربع $ب ج$ اعظم من سطح $ب ج$ في $د ر$ ولان نسبة سطح $ب ج$ في $د ر$ الي مربع $د ر$ كنسبة $ب ج$ الي $ا ج$ بالشكل الاول من السادسة فسطح $ب ج$ في $د ر$ اعظم من مربع $د ر$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع $ب ج$ الي سطح $ب ج$ في $د ر$ كنسبة سطح $ب ج$ في $د ر$ الي مربع $د ر$ فسطح $ب ج$ في $د ر$ وسط في النسبة بين مربعي $ب ج$ $د ر$ فهذه اربعة مقادير متناسبة اعظمها مربع $ب ج$ واصغرها مربع $د ر$ فمجموعهما اعظم من ضعف سطح $ب ج$ في $د ر$ بالشكل الخامس والعشرين من الخامسة ونسبة سطح $هـ ل$ الي سطح $ا س$ كنسبة خط $د ل$ الي خط $ا ج$ بالشكل الاول من

[illegible]

z	d	l	n
z	d	l	n

فنقسم خط دال على نقطة ح فلان دح يشارك ح الخط دال يقوي على خط
 المربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر ولان نسبة سطح دال
 الى سطح السته كنسبة دال الى ابر بالشكل الاول من السادسة وسط دال يباين
 سطح السته فخط دال يباين خط المربع بالشكل الثامن فخط دال المربع متباينان
 فخط دمر مركب من خطي دال المربع المنطقيين في القوة المتباينين في الطول
 ودال اعظمهما منطف في الطول وقوي على الاقصر بزيادة مربع خط
 يشاركه في الطول فهو ذوالاسمين الاول وذلك ما اردنا ان نمسك

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي
الموسطين الاول اضيف الي خط مستقيم منطق
فالعرض الحادث ذو الاسمين الثاني

ليكن خط AB المنتقسم علي C المتوسطين الاول وسط AC المساوي لمربع
 AB المضاف الي خط BC المنطق
 وليكن سطح $ABCD$ المتوسط يساوي
 مربع BA وسط CD المتوسط
 يساوي مربع CA وهما مشتركان
 فيكون خطي BC CA مشتركين
 فذلك المنطق في القوة فقط وليكن
 انه كسطح BA في CA المنطق فسطح
 $ABCD$ منطق ايضا فعرض الامر
 منطق ويكون نسبة DC الي AB كنسبة AB الي CA فاذا اضيف الي خط
 DA سطح

د	ز	ب
ن	ز	م
ه	ل	نم سر

دال سطح كربع الـ اقصر من خط دال ينقص عن تمامه مربعاً وهو مربع
 الم فنقسم دال على ح بمشركين فدال يقوي على الـ مربع خط يشاركه
 في الطول فدال المركب من خطي دال الـ المنطقتين في القوة المتباينين في
 الطول والـ منطف في الطول والاطول يقوي على الاقصر بزيادة مربع
 خط يشاركه في الطول هو ذوالاسمين الثاني والاراهين والحولات كما مر
 والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

كل سطح متوازي الاضلاع مساوي مربع ذي
الموسطين الثاني اضيف الى خط منطبق فالعرض
الحادث ذو الاسمين الثالث

ليكن خط AB ذو الموسطين الثاني وسط H المضاف الي D المستقيم
 المنطق كمرجع AB وليكن سطح ACH كمرجع B وسط CH كمرجع A وسط
 AB كسطح B في A وكل من سطح ACH
 CH AB موسط فسطح AB موسط
 وسط AB موسط فسطح AB موسط
 منطقان في القوة فقط وخطي ACH
 CH مشتركين فـ AB منطق في القوة
 فاذا اضيف الي خط AB سطح كمرجع
 مربع AB المساوي لمربع AB ينقص
 عن تمامه مربعاً فيقسم AB على

د	ح	ا	ب
ز	ط	ل	م
ن	س		

نقطة ح بمشركين فدال الاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط
يشاركه وهما متباينان فدال المركب من خطي دال الـ المنطقتين في القوة
فقط المتباينين في الطول والاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط
يشاركه هو ذوالاسمين الثالث والبراهين والمحولات كما مر والشكل
كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع الاعظم
اضيف الي خط منطبق فالعرض الحسادث ذو
الاسمين الرابع مع

فدري يقوي علي رة بمربع خط يشاركه في الطول وان كان آه يقوي علي حـ ب
بمربع خط يباينه في الطول فدري يقوي علي رة بمربع خط يباينه في
الطول بالشكل الثاني عشر فلي التقدير
الاول ان كان آه او حـ ب منطقاً في الطول
كان در آو رة منطقاً في الطول وان لم يكن
شي من آه حـ ب منطقاً في الطول بل في
القوة فكل واحد من خطي در رة منطق في القوة فقط بالشكل الثامن
خط دة اما ذوا الاسمين الاول او الثاني او الثالث وعلي التقدير الثاني ان
كان آه او حـ ب منطقاً في القوة فقط كان كل من در رة منطقاً في القوة فقط
بالشكل الثامن فده اما ذوا الاسمين الرابع او الخامس او السادس وذلك ما
اردنا ان نبين سب

كل خط يشارك ذوا الموسطين في الطول فهو ذو
الموسطين في مرتبة

ليكن آب ذوا الموسطين منقسماً بموسطيه علي نقطة حـ وده يشاركه في
الطول فاقول ان دة ذوا الموسطين في مرتبة آب ان كان اولاً فاول وان كان
ثانياً فثانياً برهانه ليكن نسبة دة الي رة كنسبة آه الي بـ حـ بالشكل
الحادي عشر من السادسة وبالابدال نسبة آب الي دة كنسبة بـ حـ الي حـ ر
بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة آه الي در كنسبة آب الي دة
بالشكل التاسع عشر من الخامسة وآب يشارك دة فآه يشارك در وبـ حـ
يشارك رة بالشكل الثامن وكانت نسبة بـ حـ الي حـ ر كنسبة آب الي دة
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آه الي حـ ب كنسبة در الي رة
فكل من خطي در رة موسط بالشكل التاسع عشر فآه ان كان يباين حـ ب
فدري يباين رة بالشكل الثامن ونسبة مربع آب الي سطح آه في حـ ب كنسبة
آه الي حـ ب بالشكل الاول من السادسة ونسبة در الي رة كنسبة آه الي حـ ب
فنسبة مربع آه الي سطح آه في حـ ب كنسبة در الي حـ رة بالشكل الحادي
عشر من الخامسة ونسبة مربع در الي سطح در في حـ رة كنسبة در الي حـ رة
فهذا الشكل بعينه نسبة مربع آه الي سطح آه في حـ ب كنسبة مربع در الي
سطح در في حـ رة وبالابدال نسبة مربع آه الي مربع در كنسبة سطح آه في
حـ ب الي سطح در في حـ رة بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع آه
يشارك در بالشكل السابع فسطح آه في حـ ب يشارك سطح در في حـ رة
بالشكل الثامن فان كان سطح آه في حـ ب منطق فسطح در في حـ رة منطق
باستبانة الشكل العاشر فده ذوا الموسطين الاول وان لم يكن سطح آه في حـ ب
متطقاً فسطح در في حـ رة لم يكن منطقاً بل موسطاً بالشكل الثالث
والعشرين

والعشرين فده ذوا الموسطين الثاني وله وجه آخر ليكن آذا الموسطين
الاول او الثاني وبـ يشاركه فاقول ان بـ ذوا الموسطين في مرتبة برهانه
ليكن حـ د خطاً منطقاً ونضيف اليه سطحاً
متوازي الاضلاع قائم الزوايا بمربع آ
بالشكل الخامس والاربعين من الاول
وهو سطح دة فالعرض الحادث وهو حـ د

اما ذوا الاسمين الثاني او الثالث بالشكل السادس والخمسين والسابع
والخمسين ونضيف سطحاً متوازي الاضلاع قائم الزوايا بمربع بـ الي خط
حـ د بالشكل المذكور وهو سطح در فكل واحد من الزوايا التي عند نقطتي
حـ د قائمة فكل من خطي در رة وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر
من الاول فلهما متوازيان



بالشكل السابع عشر من
الاول ونسبة سطح در الي
سطح دة كنسبة حـ ر الي حـ د
بالشكل الاول من السادسة
والسطحان مشتركان فحـ ر
يشارك حـ د بالشكل الثامن
فحـ ر اما ذوا الاسمين الثاني

او الثالث بالشكل المتقدم فالخط القوي عليه خط در ذو الموسطين الاول
او الثاني بالشكل الثاني والخمسين او الثالث والخمسين فبـ اما ذو
الموسطين الاول او الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط يشارك الاعظم في الطول فهو اعظم

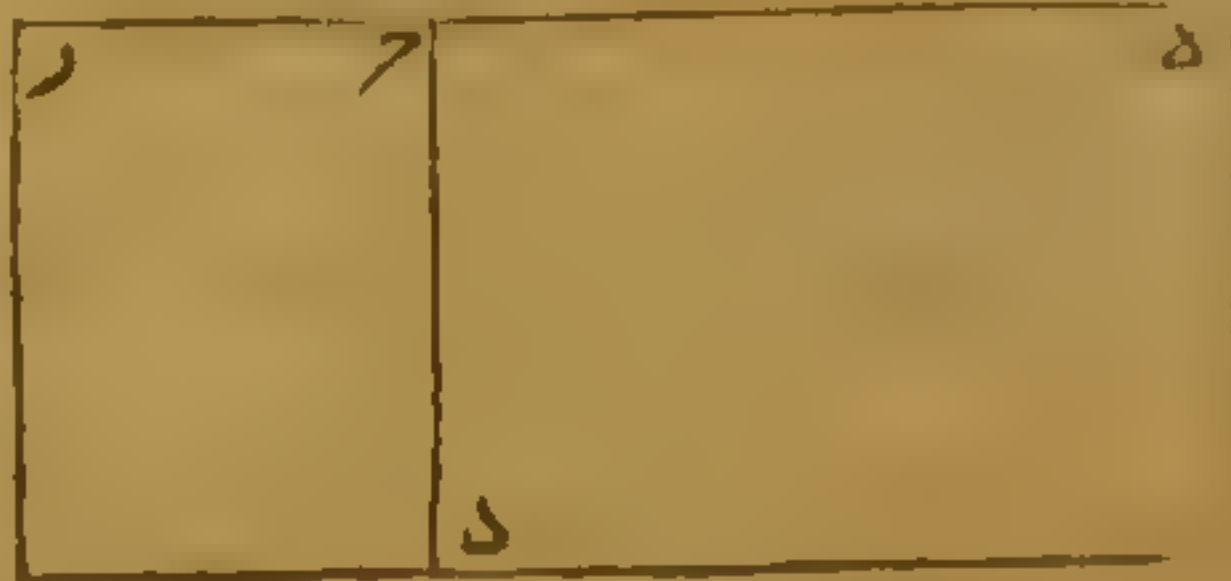
ليكن خط آب منقسماً بقسميه علي حـ وده يشاركه في الطول فاقول ان خط
ده الاعظم برهانه ليكن نسبة دة الي رة كنسبة آه الي بـ حـ بالشكل الحادي
عشر من الخامسة وبالابدال نسبة آب الي دة كنسبة بـ حـ الي حـ ر
كنسبة بـ حـ الي حـ رة بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة آه الي در كنسبة
آب الي دة بالشكل التاسع عشر من الخامسة وآب يشارك دة فآه يشارك در وبـ حـ
يشارك رة بالشكل الثامن وكانت نسبة بـ حـ الي حـ ر كنسبة آب الي دة
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آه الي حـ ب كنسبة در الي رة
فنسبة مربع آه الي سطح آه في حـ ب كنسبة در الي حـ رة بالشكل الحادي
عشر من الخامسة ونسبة مربع در الي سطح در في حـ رة كنسبة در الي حـ رة
فهذا الشكل بعينه نسبة مربع آه الي سطح آه في حـ ب كنسبة مربع در الي
سطح در في حـ رة وبالابدال نسبة مربع آه الي مربع در كنسبة سطح آه في
حـ ب الي سطح در في حـ رة بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع آه
يشارك در بالشكل السابع فسطح آه في حـ ب يشارك سطح در في حـ رة
بالشكل الثامن فان كان سطح آه في حـ ب منطق فسطح در في حـ رة منطق
باستبانة الشكل العاشر فده ذوا الموسطين الاول وان لم يكن سطح آه في حـ ب
متطقاً فسطح در في حـ رة لم يكن منطقاً بل موسطاً بالشكل الثالث
والعشرين

او الثالث بالشكل المتقدم فالخط القوي عليه خط در ذو الموسطين الاول
او الثاني بالشكل الثاني والخمسين او الثالث والخمسين فبـ اما ذو
الموسطين الاول او الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط يشارك الاعظم في الطول فهو اعظم

الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع آ إلى مربع ح كنسبة آ إلى ح
 منناه بالشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع د إلى مربع ر
 كنسبة مربع آ إلى مربع ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة
 وبالتركيب نسبة مربعي د ر إلى مربع ر ح كنسبة مربعي آ ح إلى ح ر
 إلى مربع ح بالشكل الثامن عشر من الخامسة وبالإبدال نسبة مربعي د ر
 ر ح إلى مربعي آ ح ح ر كنسبة مربع ر ح إلى مربع ح بالشكل
 السادس عشر من الخامسة لكن مربع ر ح
 يشارك مربع ح بالشكل السابع لأن
 ر ح يشارك ح ر فربما د ر ح ر ح يشارك
 مربعي آ ح ح ر ومربع آ ح ح ر معا
 منطوق فربما د ر ح ر ح معا منطوق باستبانة الشكل العاشر ولأن آ ح يباين
 ح ر في القوة فدر يباين ر ح في القوة بالشكل الثامن ونسبة سطح آ ح في ح ر
 إلى مربع ح كنسبة آ ح إلى ح ر ونسبة د ر إلى ر ح كنسبة آ ح إلى ح ر فنسبة
 سطح آ ح في ح ر إلى مربع ح كنسبة د ر إلى ر ح بالشكل الحادي عشر من
 الخامسة ونسبة سطح د ر في ر ح إلى مربع ر ح كنسبة د ر إلى ر ح بالشكل الأول
 من السادسة فنسبة سطح آ ح في ح ر إلى مربع ح كنسبة سطح د ر في ر ح إلى
 مربع ر ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالإبدال نسبة سطح آ ح في
 ح ر إلى سطح د ر في ر ح كنسبة مربع ح إلى مربع ر ح بالشكل السادس عشر
 من الخامسة ومربع ح ر
 يشارك مربع ر ح فسطح آ ح
 في ح ر يشارك سطح د ر في
 ر ح بالشكل الثامن لكن سطح
 آ ح في ح ر متوسط فسطح د ر
 في ر ح متوسط بالشكل التاسع
 عشر فضعف سطح د ر في ر ح
 متوسط بالشكل المذكور أيضا

خط د أعظم بالشكل السادس والثلاثين وبوجه آخر ليكن خط آ ح
 الأعظم وخط ب يشاركه في الطول فاقول أن خط ب أعظم برهانه
 ليكن خط ح د مستقيما ونرسم عليه سطحا متوازي الاضلاع قائم
 الزوايا كمربع آ بالشكل الخامس والأربعين من الأولي وهو سطح د ه ونرسم
 على ح د سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع ب بالشكل المذكور فكل
 واحد من الزوايا التي عند نقطتي ح د قائمة خط د ه وما يقابله خط
 مستقيم بالشكل الرابع عشر من الأولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر
 من الأولي فنسبة سطح د ه إلى سطح د ر كنسبة ح د إلى ح ر بالشكل الأول من
 السادسة لكن سطح د ه يشارك سطح د ر فح د يشارك ح ر بالشكل الثامن
 وخط



وخط ح د ذو الاسمين الرابع بالشكل الستين فخط ح ر ذو الاسمين الرابع
 بالشكل الثالث والستين فالخط القوي على سطح د ر أعظم بالشكل الرابع
 والخمسين فخط ب الأعظم وذلك ما اردنا أن نبين

كل خط يشارك الخط القوي على منطوق

وموسط في الطول هو الخط القوي على منطوق وموسط

ونسلك في برهانه بمثل ما سلك في الشكل المتقدم وذلك ما اردنا أن نبين

كل خط يشارك الخط القوي على موسطين في

الطول قوي على موسطين

ونسلك في برهانه بمثل ما سلكنا في الشكل المتقدم والشكل كما تقدم

وذلك ما اردنا أن نبين

أعلم أن المشاركات الواقعة بين الخطوط المذكورة لو كانت في القوة فقط
 لكنت الدعاوي المذكورة تتم بالبراهين المذكورة بعينها

كل خط قوي على سطحين أحدهما منطوق والآخر

موسط فهو إما ذو الاسمين أو ذو الموسطين الأول أو

الأعظم أو القوي على منطوق وموسط

ليكن سطح آ ب منطوقا وسطح ح د موسطا فاقول كل خط قوي على مجموع

سطحي آ ب ح د أحد الخطوط

الاربعة برهانه ليكن ح د

خطا مستقيما منطوقا ونرسم

عليه سطح ر ط المتوازي

الاضلاع القائم الزوايا كسطح

آ ب وعلى خط ح ط سطح

متوازي الاضلاع قائم الزوايا كسطح ح د وهو سطح ج آ بالشكل الخامس

والاربعين من الأولي فكل واحد من الزوايا التي عند نقطة ط ح قائمة
 من خطي ه آ وما يقابله مستقيم بالشكل الرابع عشر من الأولي وهما

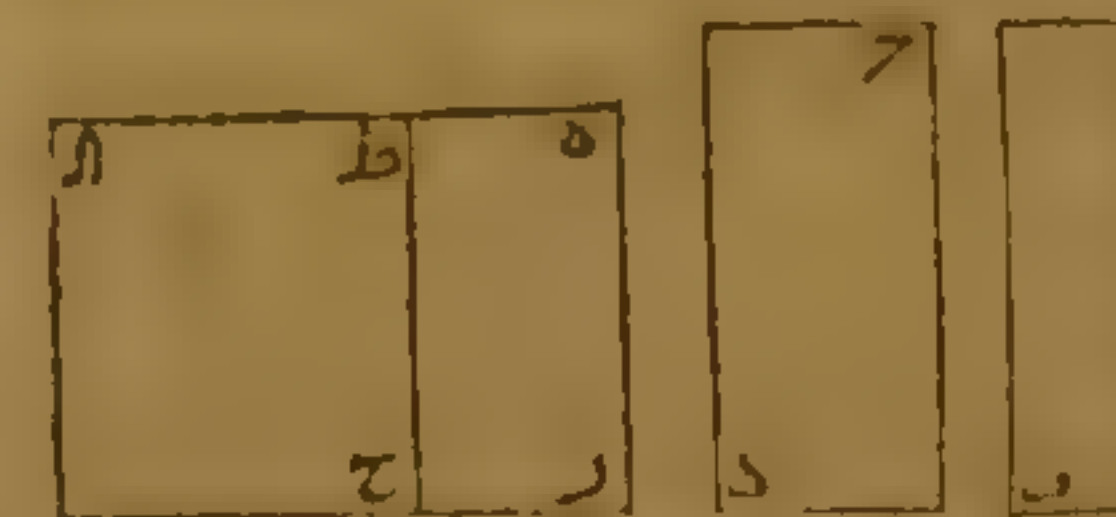


متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاول فلان سطح Γ مضاف الى خط Δ ومنطق فضلع Δ منطق بالشكل السادس عشر وخط Γ ح منطق لانه يساوي خط Δ المنطق بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فخط Δ منطق في القوة ومباين لخط Γ ح بالشكل الثامن عشر
فهو Δ ط Δ متباينان في الطول
والا لكان خط Δ ط Δ مشاركا لخط Γ ح بالشكل العاشر وهو مباين له هذا خلف فخط Δ ط ان كان اطول من خط Δ كان قويا على Δ بمربع خط يشاركه في الطول فخط Δ ذو الاسمين الاول والخط القوي على سطح Δ ذو الاسمين بالشكل التاسع والاربعين ان كان Δ ط قويا على Δ بمربع خط يباينه فخط Δ ذو الاسمين الرابع فالخط القوي على سطح Δ الاعظم بالشكل الثاني والخمسين وان كان خط Δ ط اعظم من Δ طه فان كان قويا على Δ بمربع خط يشاركه فخط Δ ذو الاسمين الثاني فالخط القوي على سطح Δ ذو الموسطين الاول بالشكل الخمسين وان كان قويا عليه بمربع خط يباينه فخط Δ ذو الاسمين الخامس فالخط القوي على سطح Δ هو الخط القوي على منطق وموسط بالشكل الثالث والخمسين وذلك ما اردنا ان نبين



سز
كل خط يقوي على سطحين موسطين متباينين
فهو اما ذو الموسطين الثاني او القوي على موسطين

ليكن سطحا Δ Γ موسطين متباينين فاقول ان كل خط قوي على سطحي Δ Γ معا فهو احد الخطين المذكورين برهانه فبالبيان المذكور نرسم سطح Δ مساويا لسطحي Δ Γ فخط Δ يكون كل من خطي Δ Γ منطقا في القوة فقط واحدهما يباين الاخر لتباين سطحي Δ Γ فان كان احد خطي Δ Γ قويا على الآخر بمربع خط يشاركه فخط Δ ذو الاسمين الثالث والخط القوي على سطح Δ ذو الموسطين الثاني بالشكل الحادي والخمسين وان كان قويا على الآخر بمربع خط يباينه فخط Δ ذو الاسمين السادس فالخط القوي على سطح Δ القوي



القوي على موسطين بالشكل الرابع والخمسين والشكل كلسكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين

مصادرة ثالثين

لاشي من الخطوط الست الصم ذا الاسم وما قبلوه موسطا ولا واحدا من الخمسة الباقية من الست الصم اما الاول فلان مربع الموسط اذا اضيف الى خط منطق في الطول كان العرض الحادث منطقا في القوة فقط كما بين في الشكل الثامن عشر ولاشي من الخطوط الست اذا اضيف مربعه الى خط منطق كان العرض الحادث منطقا في القوة فلاشي منها موسط واما الثاني فلان مربع هذه الخطوط اذا اضيف الى خط منطق كان العرض الحادث انواع ذي الاسمين كما تبين من الشكل الخامس والخمسين الى الشكل الثالث والستين وفي مختلفه واختلاف الاوازم يدل على اختلاف الملزومات فالخطوط الست مختلفه وذلك ما اردنا ان نبين

ح

كل خطين منطقيين في القوة متباينين في
الطول وفصل اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم

ويسمى المنفصل



ليكن خطا Δ Γ منطقيين في القوة متباينين في الطول وفصل Δ Γ اصغرها من Δ Γ فاقول ان Δ Γ الباقي اصم ويسمى المنفصل برهانه فلان كلا من مربعي Δ Γ منطقا فهما متشاركان فمجموعهما يشارك كل واحد منهما بالشكل الحادي عشر فمجموع منطق باستبانة الشكل العاشر ومجموع المربعين كضعف سطح Δ في Δ مع مربع Δ بالشكل السابع من الثانية وكل واحد من سطحي Δ في Δ موسط فضعه موسط بالشكل التاسع عشر فهو مباين لمجموع المربعين فمجموع المربعين المنطقيين يباين مربع Δ باستبانة الشكل الحادي عشر فربع Δ اصم فب Δ اصم وذلك ما اردنا ان نبين

سط

كل خطين موسطين مشتركين في القوة متباينين
في الطول وسط احدهما في الآخر منطق اذا فصل

اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم و يسمى

المنفصل المتوسط الاول

ليكن $آ$ $آب$ بهذه الصفة فاقول اذا فصل $آب$ من $آ$ كان $ب$ الباقي اصم برهانه فلان مجموع مربعي $آ$ $آب$ المتوسطين المشتركين مشارك لكل منهما بالشكل الحادي عشر فالجوع متوسط بالشكل التاسع عشر وضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد منهما المنطق بالشكل الحادي عشر منطق فيكون مباينا للجوع مربعهما وضعف سطح $آ$ في $آب$ مع مربع $ب$ يساوي مجموع مربعي $آ$ $آب$ بالشكل السابع من الثانية وضعف سطح احدهما في الآخر المنطق المباين للجوع المربعين يباين مربع $ب$ باستبانة الشكل الحادي عشر فربع $ب$ اصم فب $ب$ متوسط اذا فصل اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم و يسمى منفصل المتوسط الثاني اصم وذلك ما اردنا ان نبين

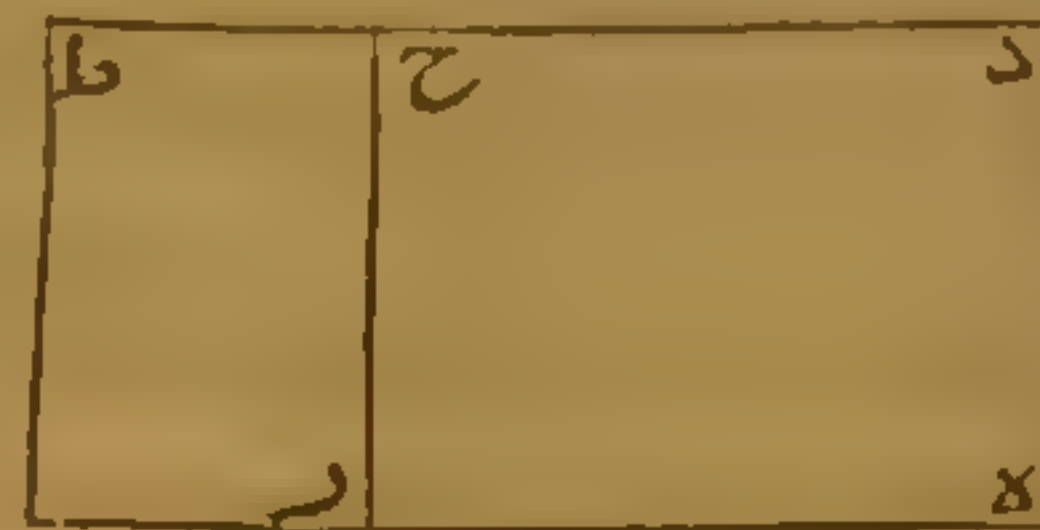
كل خطين متوسطين مشتركين في القوة فقط

ضعف سطح احدهما في الآخر متوسط اذا فصل

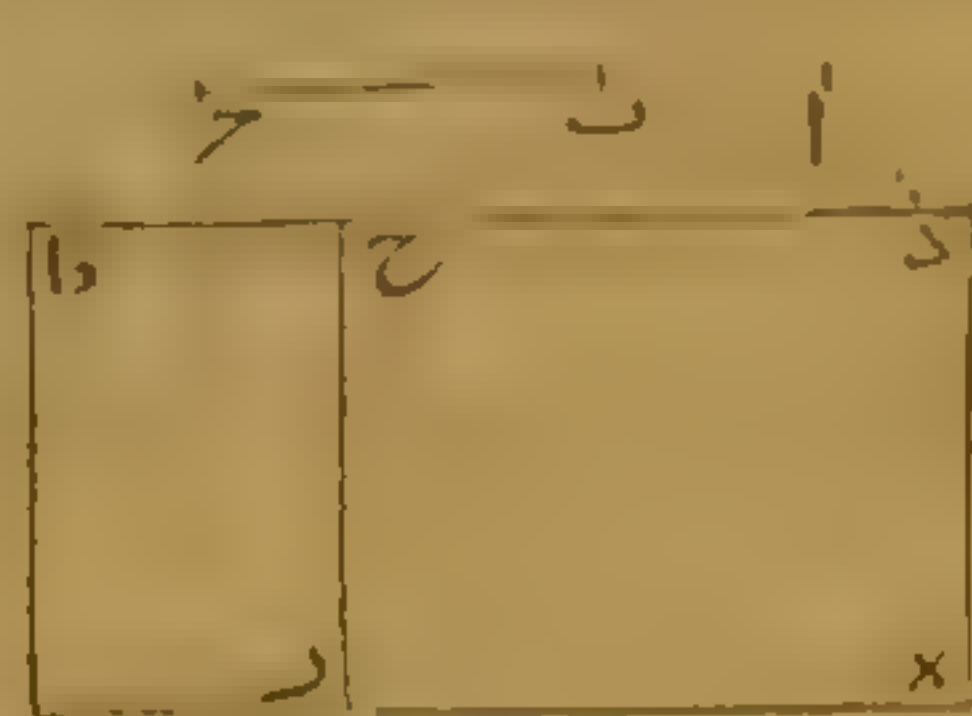
اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم و يسمى

المنفصل المتوسط الثاني

ليكن خطا $آ$ $آب$ بهذه الصفة فاقول اذا فصل $آب$ من $آ$ كان $ب$ الباقي اصم و يسمى منفصل المتوسط الثاني برهانه فلان مجموع مربعي $آ$ $آب$ المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر متوسط بالشكل التاسع عشر ولان ضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد من سطحي احدهما في الآخر بالشكل الحادي عشر متوسط بالشكل التاسع عشر فكل واحد من مربعي $آ$ $آب$ يباين سطح احدهما في الآخر بالشكل الاول من السادسة فالجوع المربعين يباين سطح احدهما في الآخر والاشاركة فيشارك كل من المربعين سطح احدهما في الآخر بالشكل العاشر وكانا متباينين هذا خلف وبمثله تبين ان مجموع المربعين يباين ضعف سطح احدهما في الآخر وليكن $د$ خطا منطقا فنرسم عليه



عليه سطح $د$ المتوازي الاضلاع القائم الزوايا كمربعي $آ$ $آب$ ونرسم عليه



ايضا سطح $ح$ المتوازي الاضلاع القائم الزوايا كضعف سطح احدهما في الآخر بالشكل الخامس والاربعين من الاول فكل من خطي $د$ $ح$ منطق في القوة بالشكل الثامن عشر ولان كل واحد من سطحي $د$ $ح$ متوازي الاضلاع فنسبة سطح $د$ الى

سطح $ح$ المتباينين كنسبة $د$ الى $ح$ بالشكل الاول من السادسة فخطا $د$ $ح$ متباينين بالشكل الثامن فخط $ح$ منفصل بالشكل الثامن والستون فهو اصم فسطح $ر$ اصم ولان مربعي $آ$ $آب$ معا كضعف سطح $آ$ في $آب$ مع مربع $ب$ بالشكل السابع من الثانية فربع $ب$ يساوي سطح $ر$ الاصم فب $ب$ اصم وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعي

منطق وضعف سطح احدهما في الآخر متوسط اذا

فصل اصغرها من اعظمها يسمى الباقي اصغر

والبيان والشكل كما مر في المنفصل وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعي

متوسط وضعف سطح احدهما في الآخر منطق

اذا فصل اصغرها من اعظمها كان الباقي اصم

و يسمى المتصل بالمنطق يصير الكل متوسط

والبيان والشكل كما في المنفصل المتوسط الاول وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعي

موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين
لمجموع المربعين اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان
الباقى اصم و يسمى المتصل بموسط يصير الكل

موسط

والبيان والشكل كما مر في المنفصل الموسط الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمنفصل الا خط واحد فقط

منطق في القوة مشاركا في القوة بعد اضافته الى

المنفصل للمجموع الحاصل فقط

ليكن AB المنفصل واتصل به BC المنطق في القوة مشاركا لـ AC في القوة
فقط فاقول لا يمكن ان يتصل بـ AB خط آخر منطق في القوة مشاركا
للمجموع الحاصل منه ومن AB في القوة فقط برهانه والا فليتصل بـ AB
خط BD على الصفة المذكورة وليكن سطح ABC المتوازي الاضلاع كروي
أ ABC معا وهي اعظم من ضعف

سطح AC في BC بمربع AB بالشكل
السابع من الثانية فليكن سطح ABC
من سطح ABC كضعف سطح AC في BC
فبقي سطح ABC كـ BC كـ AB ولان
مربعي AD DB كضعف سطح AD في
دب مع مربع AB بالشكل السابع

من الثاني والمربعين اصغر من مربعي AC BC فليكن سطح ABC من سطح ABC
كروي AD DB معا وسط BC كـ BC كـ AB كضعف سطح AD في
دب ولان كل واحد من مربعي AD DB و AC BC منطق فكل واحد من
سطحي ABC ABC مشاركا بمربع الخط الموضوع فمما مشترك كان بالشكل العاشر
فسطح ABC الذي هو الفضل بين سطحي ABC ABC مشاركا كل واحد
منهما بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق منطق باستبانة الشكل
العاشر فسطح ABC منطق وسط AC في BC الموسط يشارك ضعفه فهو
موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان ضعف سطح AD في DB موسط
وفصل

وفصل الموسط على الموسط اصم بالشكل العشرين وسط ABC كضعف
سطح AC في BC وسط ABC كضعف سطح AD في DB فسطح ABC هو كفضل
ضعف سطح AC في BC على ضعف سطح AD في DB فهو اصم وكان منطق
هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الاول الا خط
واحد مشاركا للمجموع الحاصل بعد اضافته الى
المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع

منطقة

ليكن AB المنفصل الموسط الاول
واتصل به BC بالصفة المذكورة
فاقول لا يمكن ان يتصل بـ AB الا
خط BC بالصفة المذكورة برهانه
فان امكن غيره فليتصل بـ AB BD

بالصفة المذكورة فلان كل واحد من مربعي AC BC مشتركين موسط
فمجموعهما المشاركا لكل بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر
وبمثله تبين ان مجموع مربعي AD DB موسط ولان سطح AC في BC المشاركا
لضعفه بالشكل الحادي عشر منطق فضعفه منطق باستبانة الشكل
العاشر وليكن سطح ABC المتوازي الاضلاع يساوي مربعي AC BC وسط
منه كضعف سطح AC في BC يبقى سطح ABC كـ BC كـ AB بالشكل السابع
من الثانية ولان مربعي AD DB اقل من مربعي AC BC فليكن سطح ABC من
سطح ABC كروي AD DB معا وكل واحد من المربعين موسط وفصل الموسط
على الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح ABC هو اصم ولان سطح ABC هو فضل
ضعف سطح AC في BC على ضعف سطح AD في DB المنطقتين فيكون منطقا
بالشكل الحادي عشر واستبانة الشكل العاشر وكان اصم هذا خلف

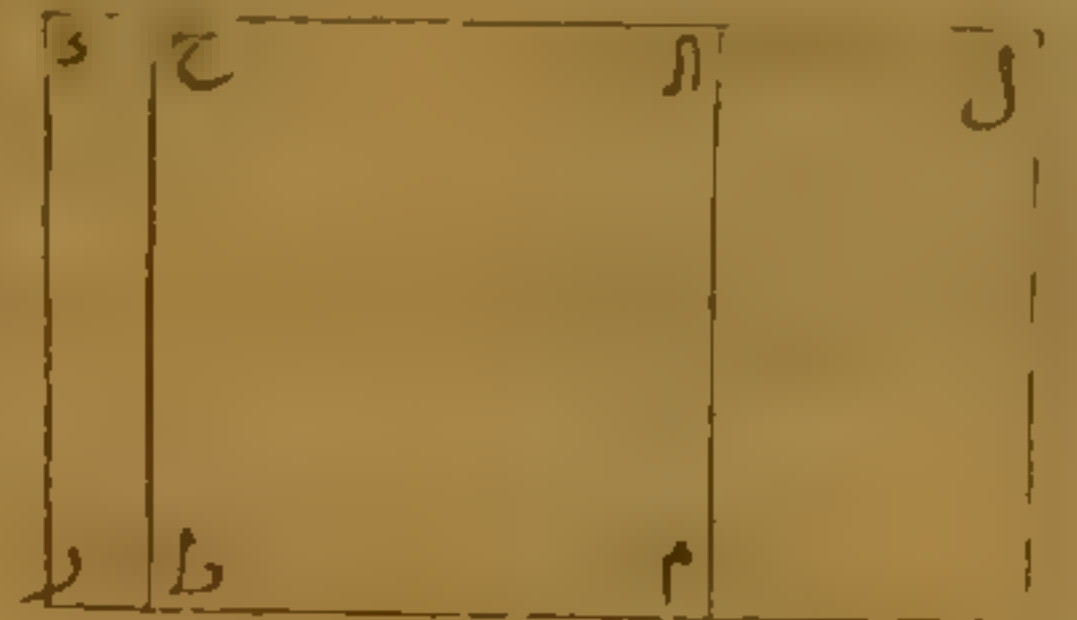
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الثاني الا خط
واحد يشارك المجموع الحاصل بعد اضافته الى

المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع

موسط $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

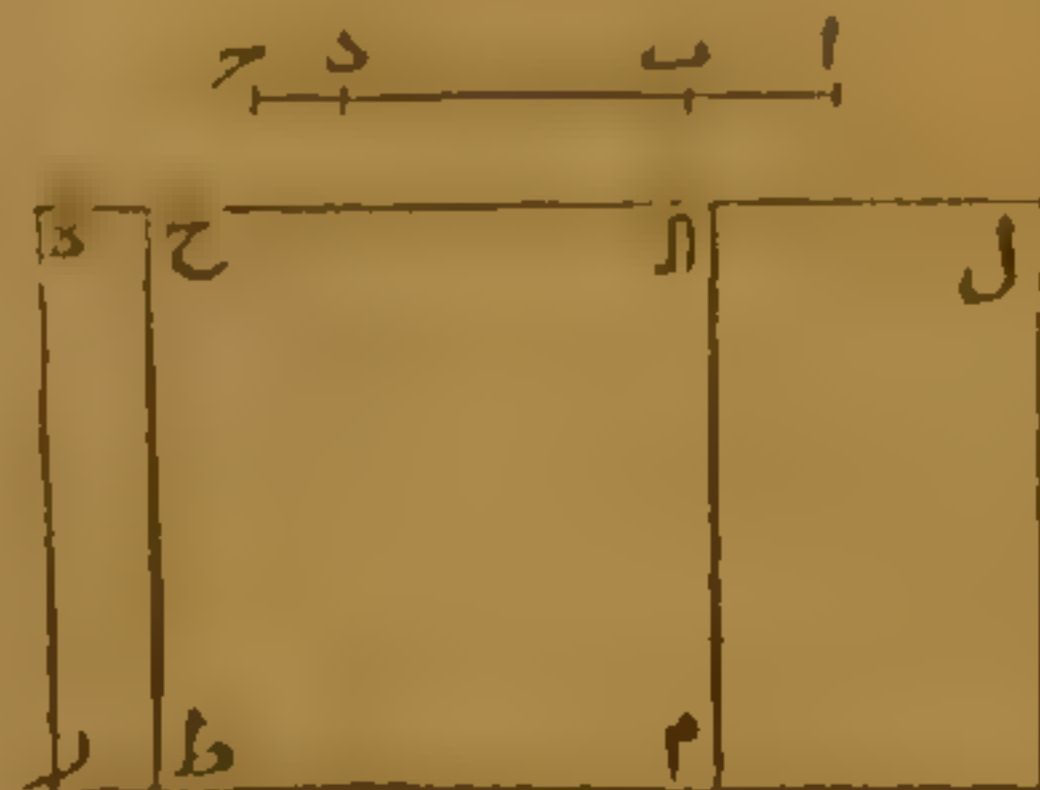
ليكن المنفصل الموسط الثاني
خط AB واتصل به خط BC
بالصفة المذكورة BC لا يمكن
ان يتصل AB بالخط BC
بالصفة المذكورة ببرهانه فان
يمكن ان يتصل AB خط غير



BC بالصفة المذكورة فليتبصل به BC بالصفة المذكورة فلان كل واحد
من مربعي ABC موسط فمجموعهما موسط وكل واحد من مربعي ABC موسط
موسط فمجموعهما موسط وكل واحد من مربعي ABC موسط فمجموعهما موسط
فضعف كل واحد منهما موسط بمثل ما بيننا في الشكل المتقدم وقد بين في
الشكل الخامس والثلاثين وفيما بعده ايضا ان كل خطين متباينين في الطول
فان مجموع مربعيها يباين ضعف سطح احدهما في الاخر فمجموع مربعي ABC
 BC موسط وكذلك مجموع مربعي ABC موسط فضعف سطح ABC في BC موسط
وكذلك ضعف سطح ABC في BC موسط فمجموع مربعي ABC يباين ضعف سطح ABC في
 BC ومجموع مربعي ABC يباين ضعف سطح ABC في BC فاذا تقرر هذا فليكن
در خطا مستقيما ونضعف اليمين سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي ABC
 BC فليكن سطح ABC بالشكل الخامس والاربعين من الاول وليكن سطح ABC
منه كضعف سطح ABC في BC يبق سطح ABC مكرين ABC بالشكل السابع من
الثانية فخط ABC يوازي خط ABC بالشكل الثلاثين من الاول فهما متساويان
بالشكل الرابع والثلاثين من الاول ودر منطبق فخط ABC منطبق وكل واحد من
خطي ABC منطبق في القوة غير مشاركون لخط ABC بالشكل الثامن عشر ولان
نسبة سطح ABC الى سطح ABC كنسبة خط ABC الى خط ABC بالشكل الاول من
السادس وسطح ABC يباين سطح ABC فخط ABC يباين خط ABC بالشكل
الثامن فخط ABC منفصل بالشكل الثامن والستين ونرسم على خط ABC
سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي ABC ولان مربعي ABC اصغر
من مربعي ABC فليكن سطح ABC من سطح ABC مكرين ABC وسطح ABC
كضعف سطح ABC في BC بالشكل الخامس والاربعين من الاول فيكون كل
من خطي ABC منطبق في القوة غير مشاركون لخط ABC بالشكل الثامن عشر
ولان نسبة سطح ABC الى ABC كنسبة ABC الى ABC بالشكل الاول من السادسة
والسطحان متباينان فخط ABC متباينان بالشكل الثامن فقد اتصل
بخط ABC المنفصل خطا ABC اما ABC في مشاركون له في القوة فقط واما ABC
فبشاركون

فبشاركون له في القوة فقط وقد بينا استحالة ذلك بالشكل الرابع والسبعين
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

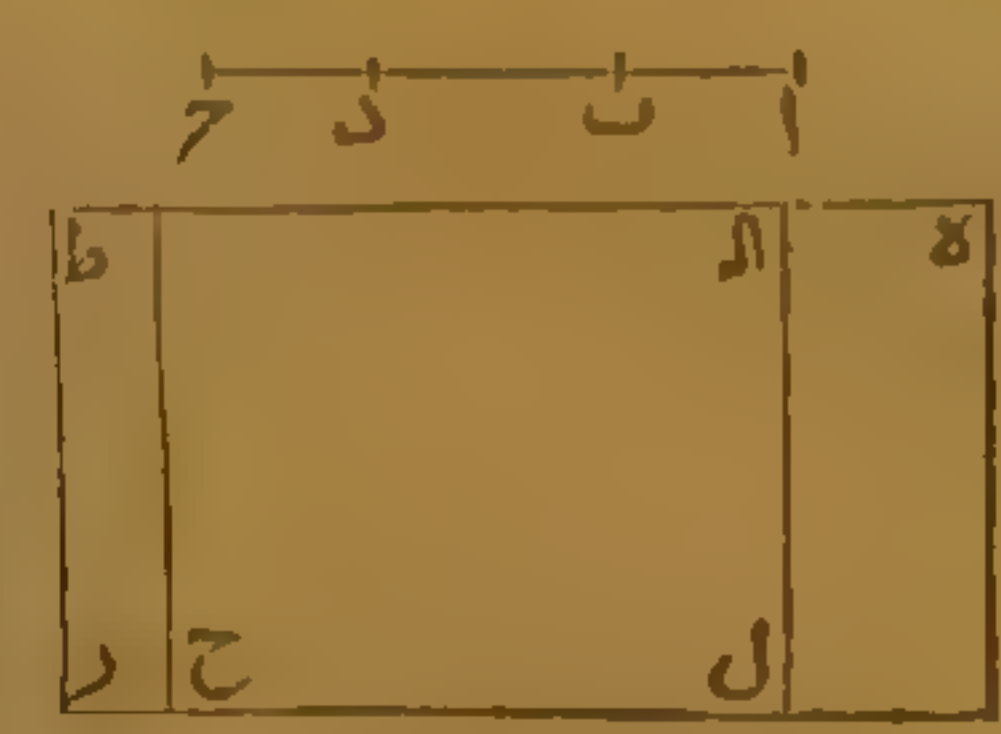
لا يمكن ان يتصل بالاصغر الا خط واحد يباين
المجموع الحاصل بعد اتصاله بالاصغر في القوة و
يكون سطحه في المجموع موسط $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$



ليكن AB بالاصغر واتصل به
 BC وهو يباين ABC في القوة
ومجموع من مربعي ABC موسط
وسطح ABC في BC موسط فاقول لا
يمكن ان يتصل AB خط آخر
بالصفة المذكورة والا فليتبصل به
خط BC كذلك وتبين استحالة
بمثل ما بيننا في الشكل السبعين و

الشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

لا يمكن ان يتصل بالمتصل بمنطق يصير الكل موسطا
الا خط واحد يباين المجموع الحاصل بعد اتصاله به
في القوة ويكون مجموع مربعيها موسطا وضعف سطح
احدهما في الآخر منطقا



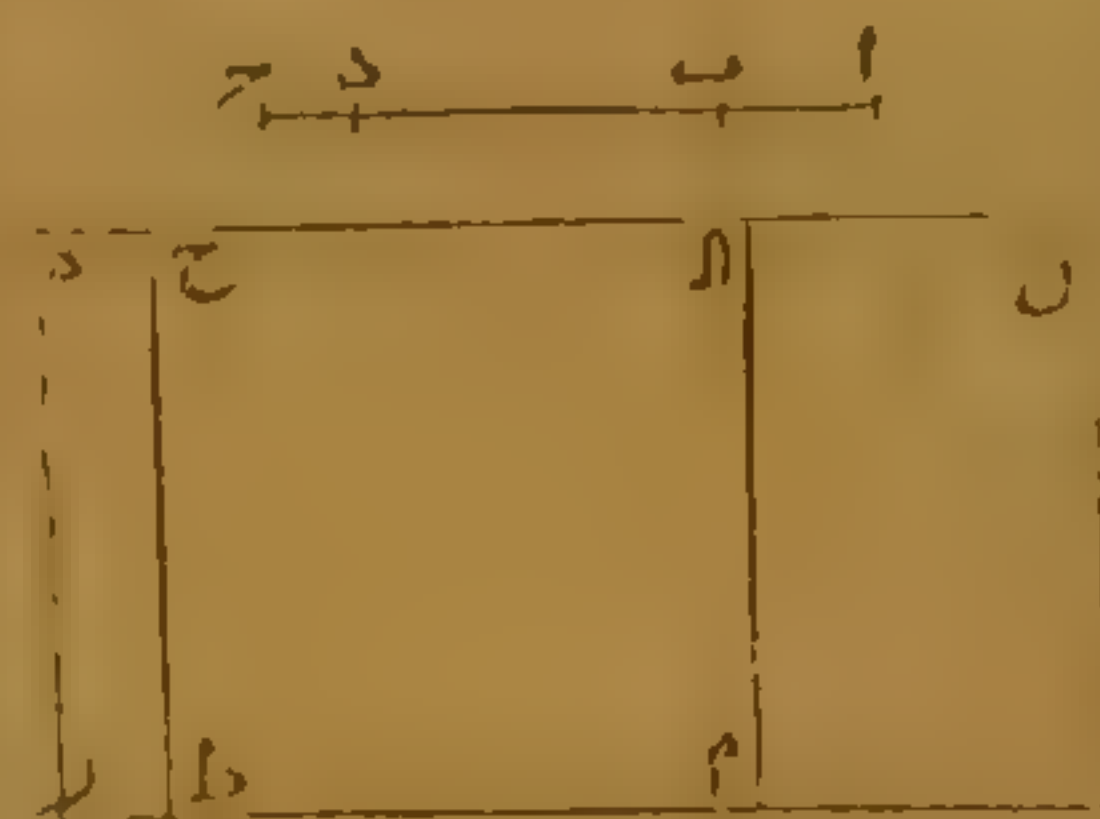
ليكن خط AB المتصل بمنطق
يصير الكل موسطا واتصل به خط
 BC يباين ABC في القوة ومجموع
مربعي ABC موسط وسطح ABC في
 BC منطبق فاقول لا يمكن ان

يتصل ABC خط آخر بالصفة المذكورة والا فليتبصل به خط BC بالصفة
المذكورة وتبين استحالة بمثل ما بيننا في الشكل الخامس والسبعين
والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

عط

لا يمكن ان يتصل بالمتصل بالموسط يصير الكل موسطا
الا خط واحد يباين المجموع بعد انصاله به في القوة
ويكون مجموع مربعيها موسطا وسط احدهما في الآخر
ايضا موسطا مباينا لمجموع المربعين

ليكن AB المتصل بالموسط يصير
الكل موسطا خط AB مباينا
في القوة لخط AC واتصل به
ومجموع مربعي AC و CB موسط
وسط AC في CB ايضا موسط
مباين لمجموع مربعي AC و CB فاقول
لا يمكن ان يتصل باب خط آخر
بالصفة المذكورة والا فليتصل به



خط DB بالصفة المذكورة وتبين استحالة مثل ما بينا في الشكل الثاني
والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
مصادرة رابعة

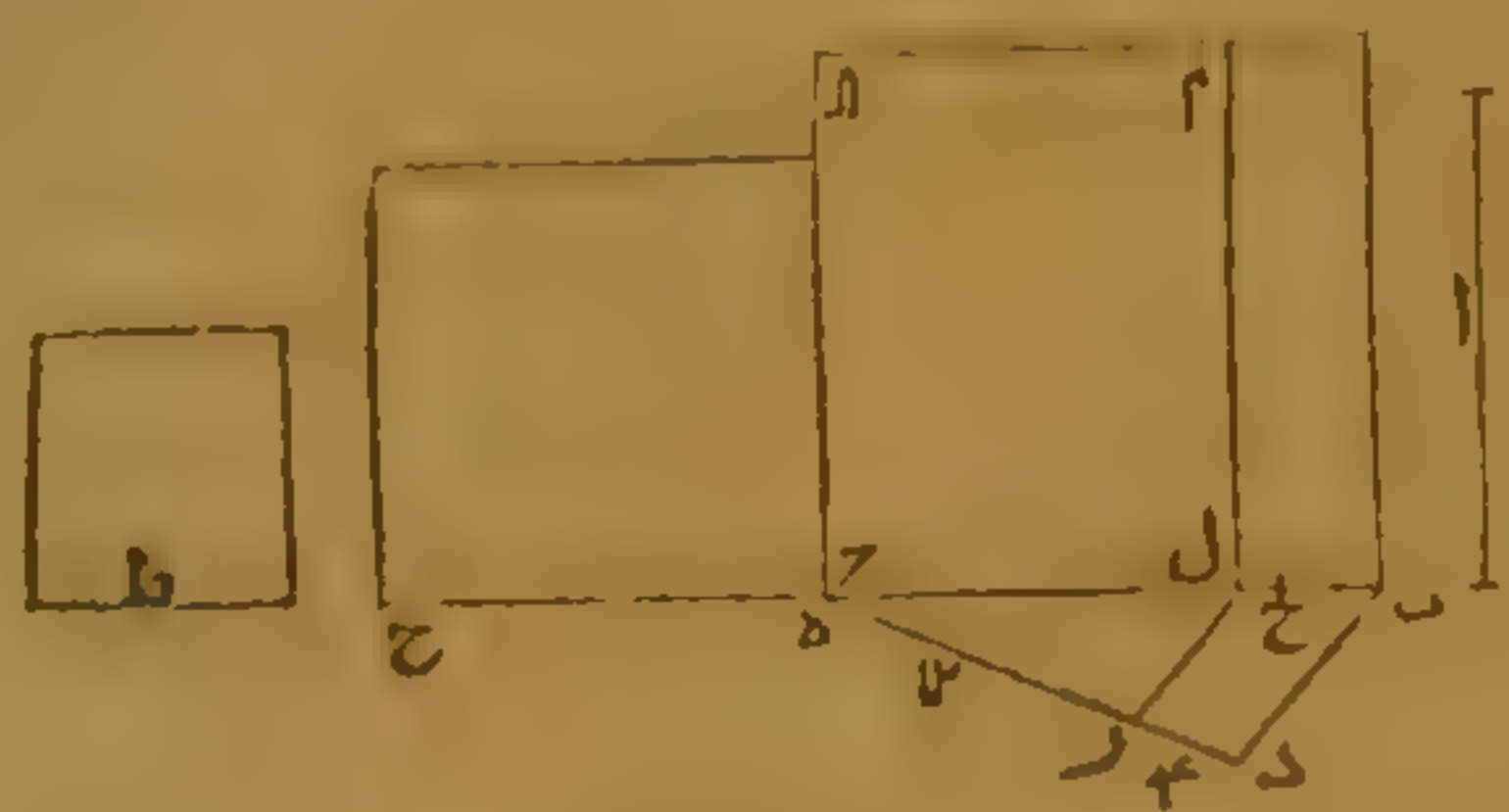
كل خط اتصل بالمنفصل وكان منطقا في القوة مشاركا للمجموع الحاصل منه
ومن المنفصل في القوة فقط فالمجموع اما ان يقوي علي ما اتصل به المنفصل
بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه في الطول اما الاول فان كان المجموع
منطقا كان المنفصل منفصلا أولا وان كان المتصل بالمنفصل منطقا كان
منفصلا ثانيا وان لم يكن شي منهما منطقا كان منفصلا ثالثا واما
الثاني فان كان المجموع منطقا كان منفصلا رابعا وان كان المتصل
بالمنفصل منطقا كان منفصلا خامسا وان لم يكن شي منهما منطقا كان
منفصلا سادسا وذلك ما اردنا ببيان

ق

لن ان نجد المنفصل الاول

ليكن AC خط منطقا ويشاركه خط AB في الطول فيكون منطقا في الطول
باستبانة الشكل العاشر ولنجدد عددين مربعين ليس الفضل بينهما
مربعاً بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الرابع والعشرين وهما DE و EF
والفضل

والفضل بينهما وهو غير مربع ونرسم علي B مربع BA بالشكل
السادس والاربعين من الاول ونجعل B مع عدد DE محيطاً بزواوية
 B بحد



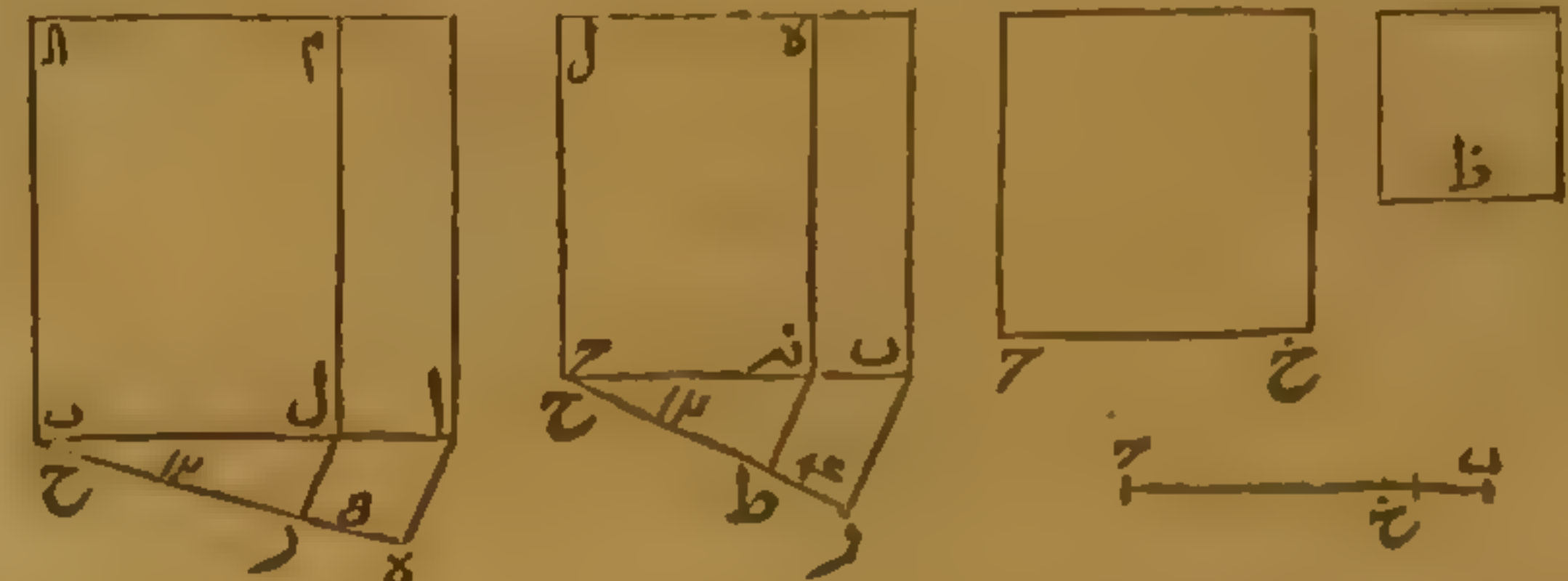
ينطبق نقطة E
علي نقطة F
ونصل بين B و F
بخط مستقيم
نخرج من نقطة
 F خط FG يوازي
 BA بالشكل

الواحد والثلاثين من الاول فينتهي الي B علي نقطة L ونخرج منها
خط LM موازيا لخط BA بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ولينته الي
ضلع مربع B علي نقطة M فسطح BM متوازي الاضلاع بالشكل
الثلاثين من الاول ونعمل مربعا كسطح AL بالشكل الرابع عشر من الثانية
والشكل السادس والاربعين من الاول وهو مربع ضلعه CH وبهذين
الشكلين نعمل مربعا ضلعه KL كسطح BM فلان زاويتي HL و KL
كزاويتي CB و DB بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية B و D
مشتركة بين مثلثي CB و DB فبالشكل الرابع من السادسة نسبة DB الي
 CB كنسبة B الي CL ونسبة مربع B الي سطح AL كنسبة B الي CL
بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة DB
الي CB كنسبة سطح B الي سطح AL ونسبة مربع B الي مربع CH كنسبته
الي سطح AL بالشكل التاسع من الخامسة وكانت نسبة DB الي CB كنسبة
 B الي CL فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع B الي مربع
 CH كنسبة عدد DE الي عدد EF وهما ليسا بمربعين فربع B يشارك
مربع CH بالشكل السادس ف B يشارك CH في القوة ويباينه في الطول
بالشكل السابع ونسبة مربع B الي مربع KL كنسبته الي سطح BM بالشكل
السابع والخامسة وبالقرب نسبة DE الي EF كنسبته الي KL كنسبة
مربع B الي سطح BM فنسبة مربع B الي مربع KL كنسبة DE الي EF
بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط AB و CH منطقان في القوة متباينان
في الطول ف B المنطق في الطول القوي علي CH بمربع خط يشاركه في
الطول وهو KL ففضل B علي CH وهو B والمنفصل الاول وذلك ما
اردنا ان نبين

ق

لن ان نجد المنفصل الثاني

ظ كسط بـ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاول فلان زاويتي حـ طـ نه كزاويتي حـ بـ رـ حـ بالشكل التاسع والعشرين من الاول وزاوية بـ حـ رـ مشتركة بين مثلثي بـ حـ رـ حـ طـ وبالشكل الرابع من السادسة نسبة مـ حـ الى حـ طـ كنسبة بـ حـ الى حـ طـ ونسبة مربع بـ لـ الى سطح لـ نه كنسبة بـ حـ الى حـ طـ بالشكل الاول من السادسة فنسبة مـ حـ الى حـ طـ كنسبة مربع بـ لـ الى سطح لـ نه بالشكل



الحادي عشر من الخامسة ولان نسبة مربع بـ لـ الى مربع حـ رـ كنسبته الى سطح لـ نه بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مـ حـ الى حـ طـ كنسبة مربع بـ لـ الى مربع حـ رـ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فضلعاً بـ حـ رـ منطقان في القوة بالشكل السادس متباينان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع بـ لـ الى مربع ظـ كنسبته الى سطح بـ هـ بالشكل السابع من الخامسة وبالقرب نسبة مـ حـ الى حـ طـ كنسبة مربع بـ لـ الى سطح بـ هـ وبالشكل الحادي عشر نسبة مـ حـ الى حـ طـ كنسبة مـ حـ الى حـ طـ في بـ رـ يشارك ظـ في الطول بالشكل السابع لان عددي مـ حـ حـ طـ مربعان ولان نسبة مربع اـ الى مربع بـ لـ كنسبة حـ الى حـ رـ ونسبة مربع بـ لـ الى مربع حـ رـ كنسبة مـ حـ الى حـ طـ وبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة مربع اـ الى مربع حـ رـ كنسبة حـ الى حـ طـ في بـ رـ يشارك بـ في الطول بالشكل السابع لكون عددي حـ حـ طـ ليست كنسبة عددين مربعين فخطاً بـ حـ رـ منطقان في القوة متباينان في الطول وليس واحد منهما منطقاً في الطول فاذا فصل من بـ حـ رـ يبقى بـ حـ منفصلاً ثالثاً فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد المنفصل الرابع

فانجد عددين مربعين وهما دـ مـ رـ مجموعهما وهو دـ غير مربع بالمقدمة التي قبل

قبل الشكل الثالث والعشرين ونسلك به مثل ما سلكتنا في المنفصل الاول الان بـ رـ يقوي على حـ رـ بمربع طـ وهو يباين طـ في الطول لان نسبة مربعيها كنسبة عدد دـ الى عدد هـ وهما غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد المنفصل الخامس

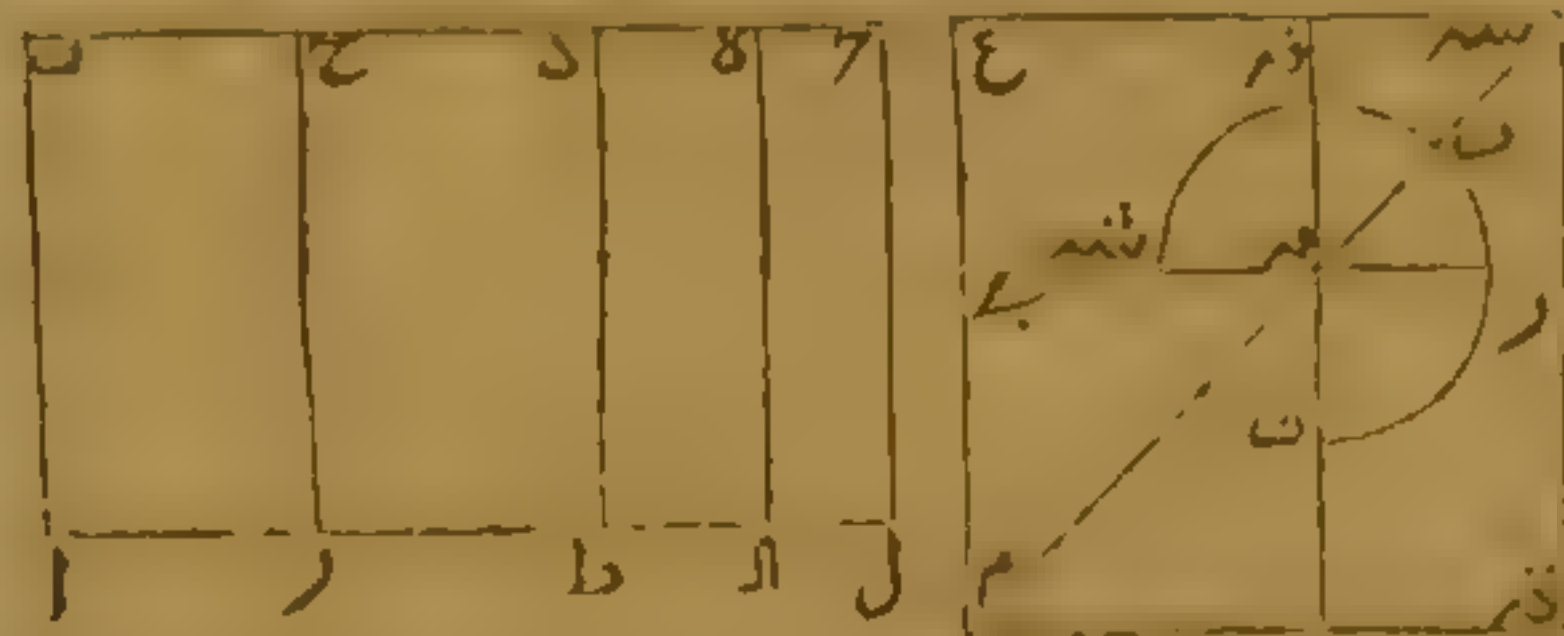
فنجد عددي دـ رـ الذين مجموعهما غير مربع ونسلك مثل ما سلكتنا في المنفصل الثاني فيكون بـ رـ يقوي على حـ رـ بمربع طـ الذي يباينه لان نسبة مربعي بـ رـ طـ كنسبة عددي دـ رـ وهما غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد المنفصل السادس

فنجد عددي دـ رـ الذين مجموعهما غير مربع ونسلك مثل ما سلكتنا في المنفصل الثالث بعينه والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين

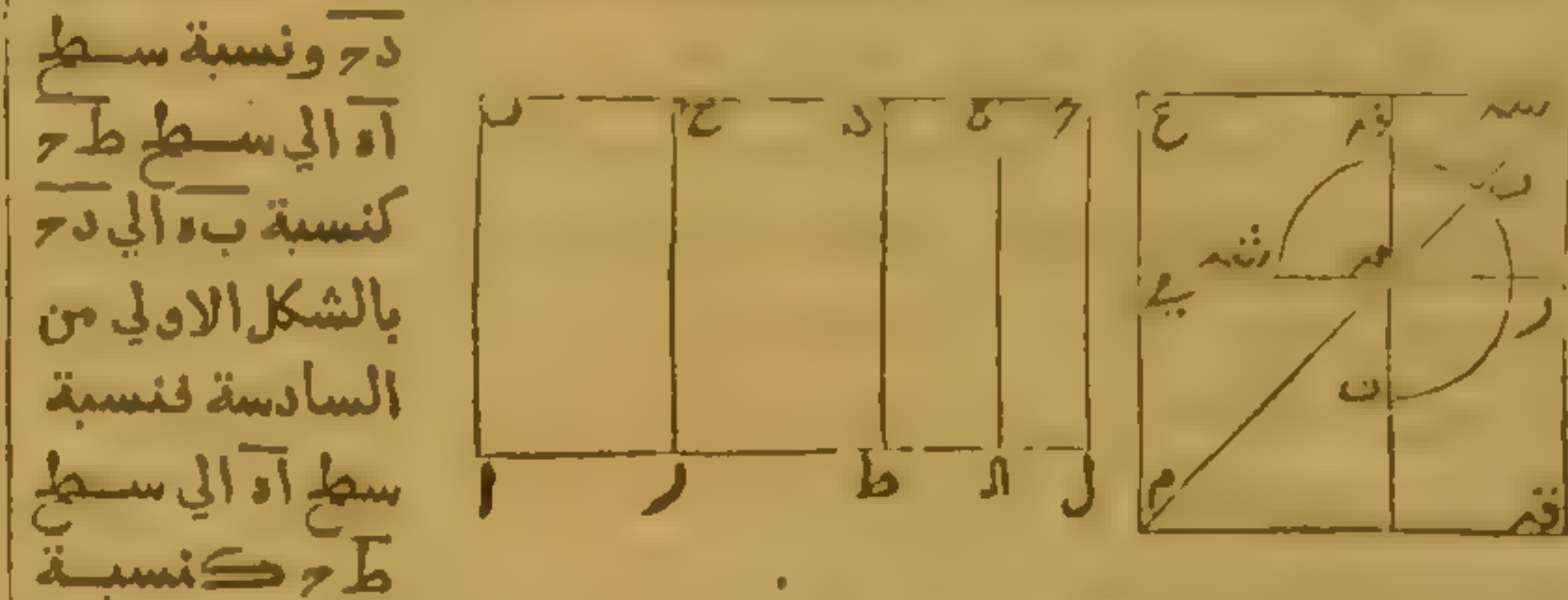
كل خط يقوي على سطح قائم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل اول منفصل

ليكن خط ا ب منطقاً و ب ح منفصلاً اولاً واحاطا بسطح ا ب ح والمتوازي الاضلاع فاقول



كل خط يقوي على سطح ا ب ح فهو منفصل برهانه ولان متصل بخط بـ ح خط طـ ح فيصير ا خطي بـ رـ ح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط بـ رـ منطقان في الطول قويا على خط حـ رـ بمربع خط يشاركه في الطول ونخرج ا ر على استقامته في جهة ر الى غير النهاية ونفصل منه ا ل كخط بـ ر بالشكل الثالث من

يشاركه في الطول فاذا اضلنا الى $\bar{ب}$ سطحاً متوازي الاضلاع كربع مربع
 ح ا عني مربع $\bar{د}$ بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعاً
 بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط $\bar{ب}$ بمشتركين بالشكل
 الثالث عشر فليقسمه على نقطة $\bar{هـ}$ فسطح $\bar{ب}$ في $\bar{هـ}$ كربع $\bar{د}$ فنسبة $\bar{ب}$
 الى $\bar{د}$ كنسبة $\bar{د}$ الى $\bar{هـ}$ بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من
 نقطتي $\bar{هـ}$ و $\bar{د}$ خطي $\bar{هـ}$ و $\bar{د}$ متوازيين لخط $\bar{أ ب}$ بالشكل الواحد والثلاثين
 من الاولى فليبتدئ الى $\bar{آ}$ على نقطتي $\bar{آ ط}$ فسطوح $\bar{ط ح}$ و $\bar{آ هـ}$ و $\bar{هـ د}$ متوازية
 الاضلاع بالشكل الثلاثين من الاولى ولان نسبة $\bar{د}$ الى $\bar{هـ}$ كنسبة $\bar{ب}$ الى



د ونسبة سطح
 آ الى سطح ط ح
 كنسبة ب الى د
 بالشكل الاول من
 السادسة فنسبة
 سطح آ الى سطح
 ط ح كنسبة
 د الى هـ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح ط ح الى سطح د
 كنسبة د الى هـ بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح آ الى سطح ط ح
 كنسبة سطح ط ح الى سطح د بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح ط ح
 متوسط بين سطحي آ هـ و ل ولان خطي د ح و ح منطقتين فسطح د ح منطقتين
 بالشكل الحادي عشر من السادسة ولان نسبة سطح آ الى هـ كنسبة ب الى د بالشكل
 الاول من السادسة وب هـ و د مشتركان فسطح آ هـ و ل مشتركان بالشكل
 الثامن فكل من سطحي آ هـ و ل يشارك سطح آ بالشكل الحادي عشر من
 آ ح متوسط بالشكل السابع عشر يكون خطي آ ب و ب ح منطقتين في القوة
 متباينين في الطول فكل من سطحي آ هـ و ل متوسط بالشكل التاسع عشر
 ومثله تبين ان كل واحد من سطحي ط ح و ط ح يشارك سطح د ح المنطق
 فكل واحد من سطحي ط ح و ط ح منطقتين باستبانة الشكل العشرين
 ونرسم مربع ق ع كسطح آ هـ ومربع س د كسطح هـ د بالشكل الرابع عشر
 من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولى بحيث يشارك مربع
 ق ع في زاوية ق س ع ونخرج م رته على استقامته الى ان ينهي الى ضلع ع م
 على نقطة ي ونخرج قطر س م ونتم الشكل فربع س د على قطر س م
 وسطح ن م مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان م م م م ق د ن ع
 متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولى فسطح ق د م م
 متساويان ولان نسبة مربع ق ع الى سطح م م كنسبته الى سطح ق د م م بالشكل
 السابع من الخامسة ونسبة س ع الى س د كنسبة مربع ق ع الى سطح ق د
 بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة
 مربع

مربع ق ع الى سطح م م كنسبة س ع الى س د ونسبة سطح م م الى مربع
 س د كنسبة س ع الى س د فسطح م م وسط في النسبة بين مربعي ق ع
 س د المتساويين لسطحي آ هـ و ل وكان سطح ط ح وسطاً في النسبة بينهما
 فسطح م م يساوي سطح ط ح فعلم ت ث ش مع مربع س د يساويان سطح
 د و كان مربعاً ق ع س د معاكساً آ هـ فاذا العينا منه سطح د و من مربعي
 ق ع س د علم ت ث ش مع مربع س د يبقى سطح آ ح كربع ن م ولان مربع
 ق ع متوسط وسط ق د منطقتين فسطحاً متباينان ونسبة مربع ق ع الى سطح
 ق د كنسبة س ع الى س د بالشكل الاول من السادسة فسطح س ع يباين س د
 بالشكل الثامن فسطحاً س ع س د متوسطان لان مربعي م م متوسطان مشتركان
 بالقوة فقط محيطان بمنطق خط ق ع منفصل المتوسط الاول بالشكل
 الواحد والسبعين ولان ضلع ن د ي كضلع ق ع بالشكل الرابع والثلاثين
 من الاولى فسطح ق ع قوي على مربع ن م المتساوي لسطح آ ح فسطح ق ع
 المنفصل المتوسط الثاني قوي على سطح آ ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
 ان نثبت

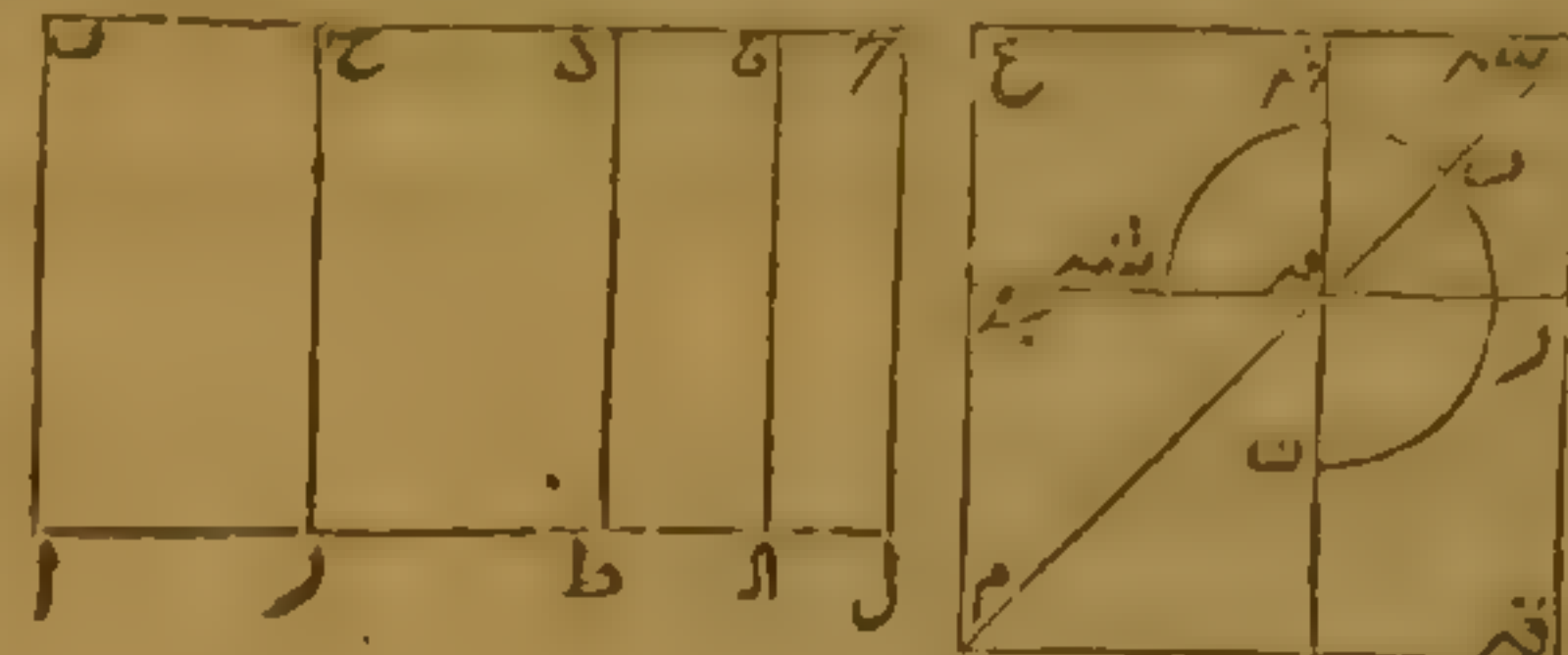
نح
 كل خط قوي على سطح قائم الزوايا يحيط به خط
 منطقتين ومنفصل ثالث منفصل المتوسط الثاني

ليكن سطح آ ح القائم الزوايا يحيط به خط آ ب المنطق و ب ح المنفصل
 الثالث فاقول كل خط قوي على سطح آ ح منفصل المتوسط الثاني برهانه
 وليتصل بخط ب ح خط ح ح المنطق في القوة فقط مصير الخطي ب ح
 ح ح منطقتين في القوة متباينين في الطول وخط ب ح قويا على خط ح ح
 بمربع خط



يشاركه في الطول
 ونخرج خط آ م
 في جهة م على
 استقامته الى غير
 النهاية ونفصل
 منه آ ل مساوياً
 لخط ب ح بالشكل الثالث من الاولى ونصل ل ح بخط مستقيم فهو مواز
 ومساو لخط آ ب بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى فخط ل ح منطقتين
 وننصف ح ح على نقطة د بالشكل العاشر من الاولى فلان ب ح يقوي على
 ح ح بمربع خط يشاركه في الطول فاذا اضيف الى ب ح سطحاً كربع مربع
 ح ح المتساوي لمربع د ح بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعاً

بـ في دـ مـ ربع دـ فنسبة بـ الى دـ كنسبة دـ الى حـ بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي دـ خطي دـ طـ موازيين لخط آ بـ بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فلينتهبا الى الـ علي نقطتي آ طـ فسطوح حـ طـ آ دـ متوازي الاضلاع بالشكل الثلاثين من الاولي ولان نسبة سطح آ هـ الى سطح دـ كنسبة بـ الى دـ بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آ هـ دـ متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة دـ الى حـ كنسبة حـ الى دـ ونسبة سطح آ هـ الى سطح حـ كنسبة بـ الى دـ بالشكل الاول من السادسة



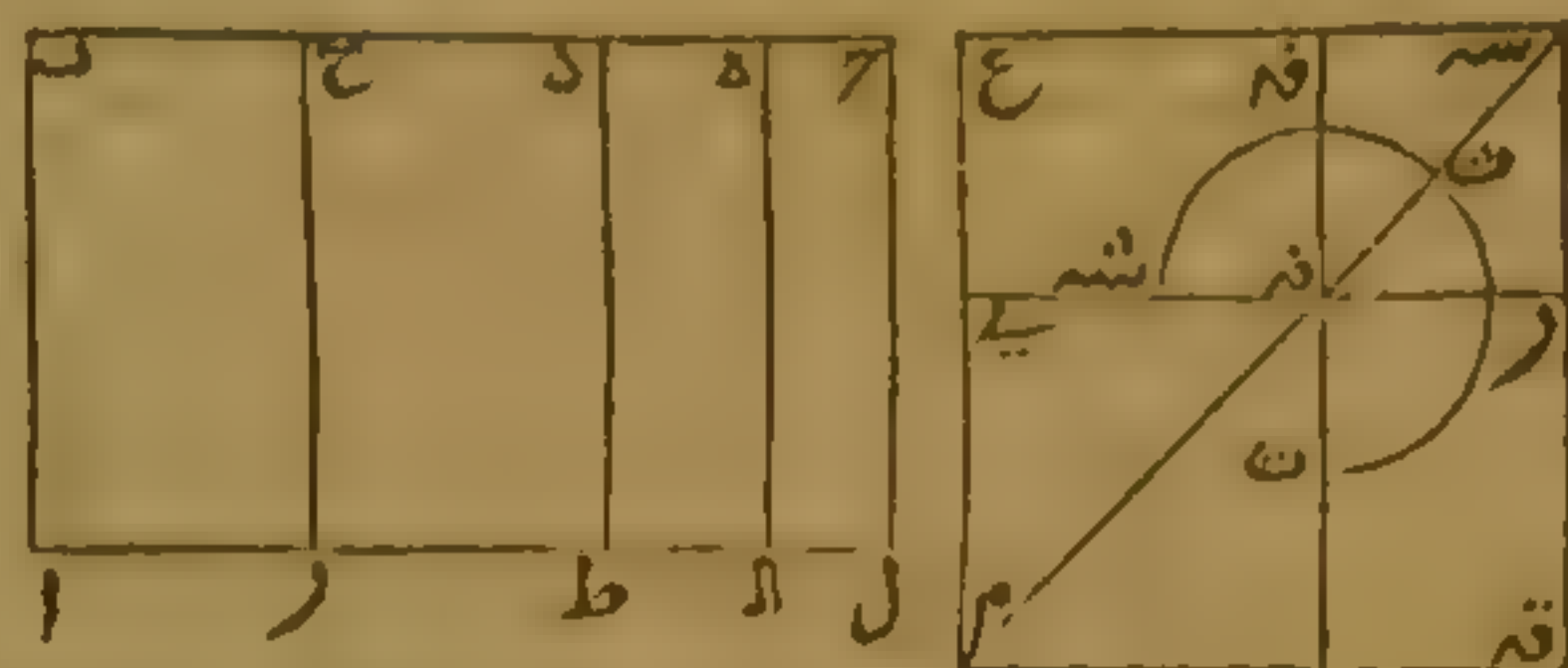
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دح الى ده كنسبة سطح آه الي
سطح حط ونسبة سطح حط الي سطح دأ كنسبة دح الي ده بالشكل الاول من
السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آه الي سطح حط
كنسبة سطح حط الي سطح دأ فسطح حط وسط في النسبة بين سطحي آه و
و نرسم مربع قع كسطح آه ومربع سه رنه كف سطح دل بالشكل الرابع
عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك
مربعاً قع سه في زاوية قسه ع ونخرج قطر سه م وخط رنه في جهة
نه الي ان ينتهي الي ضلع م ع علي نقطتي نه فربيع سه نه علي قطر سه م
وسطح نه م مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ونقم الشكل فيكون
مقيم قنه كمقيم نه بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قه ره
متساويان ولان نسبة مربع قع الي سطح مرع كنسبته الي سطح قه
بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سه ع الي سه ف كنسبة مربع قع
الي سطح قه فنسبة مربع قع الي سطح مرع كنسبة سه ع الي سه ف بالشكل
الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح مرع الي مربع سه نه كنسبة سه ع
الي سه ف فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح مرع
كنسبة سطح مرع الي مربع سه نه فسطح مرع وسط في النسبة بين مربعي
قع سه نه المساويين لسطحي آه دل وكان سطح حط وسطا في النسبة بينهما
فسطح مرع يساوي سطح حط فعلمت ثلثه مع مربع سه نه يساوي سطح
حر فاذا استقطنا العلم مع مربع سه نه من مربعي قع سه نه ومن سطح آه
سطح حر بقي مربع نه م كسطح آه ولان سه ريساوي سه ف فسطح مرع
يساوي سطح نه ف في سه ع فضعف سطح سه ف في سه ع المساوي لسطح حر
المنطق منطق وقمر المساوي لخط نه بالشكل الرابع والثلاثين من
الاول

الاولي القوي علي مربع $نم$ المساوي لسطح $آح$ قوي علي سطح $آح$ ولان
خطى $س د ع$ $س ه$ متباينان في القوة لمجموع مربعهما موسط وضعف سطح
احدهما في الآخر منطلق $ف د ع$ متصل بمنطق يصير الكل موسطا
بالشكل الثاني والسبعين وهو قوي علي سطح $آح$ فالحكم ثابت وذلك ما
اردنا ان نمسك

ما

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط
به خط منطف ومنفصل سادس هو متصل بموسط
يصير الكل موسط

ليكن سطح \overline{AC} المتوازي الاضلاع يحيط به خط \overline{AB} المنطق و \overline{BC}
 المنفصل السادس فاقول ان كل خط قوي على سطح \overline{AC} متصل بموسط يصير
 الكل موسطا برهانه ولتتصل بخط \overline{BC} خط \overline{AC} مصبرا خطي \overline{BD}
 \overline{DC} منطقتين في القوة فقط متباينين في الطول وخط \overline{BD} قويا على خط
 \overline{BC} مبرع خط



بـ سطحاً كربع مربع حـ المساوي لمربع دـ بالشكل الرابع من الثانية
 ينقص عن تمامه مربعاً بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فان السطح
 المضاف يقسم بـ يقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر فليقسمه على
 نقطة هـ فيكون سطح بـ في هـ كـ مربع دـ فنسبة بـ هـ الي دـ كنسبة دـ
 الي حـ بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج خطاً آـ في جهة رـ على
 استقامته الي غير النهاية ونفصل منه آـ لـ كخط بـ بالشكل الثالث
 ونصل بين حـ لـ بخط مستقيم فهو مساو ومواز لخط آـ بـ بالشكل الرابع
 والثلاثين من الاولى فخط حـ لـ منطوق فكل من سطحي آـ حـ وموسط بالشكل
 السابع عشر ونسبة سطح آـ الي سطح حـ كنسبة بـ حـ الي حـ بالشكل
 الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آـ حـ متباينان بالشكل الثامن
 ونخرج من نقطتي هـ خطي هـ آـ دـ موازيين لخط آـ بـ بالشكل الواحد
 والثلاثين من الاولى فكل من سطوح حـ لـ دـ طـ حـ آـ هـ متوازي الاضلاع

بالشكل الثلثين من الاول ولان نسبة سطح آه الى سطح آل كنسبة بـ الى دـ
بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آه آل متباينان بالشكل
الثامن ولان نسبة دـ الى حـ كنسبة بـ الى دـ ونسبة سطح آه الى سطح
حـ كنسبة بـ الى دـ بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة دـ الى حـ كنسبة سطح آه الى سطح حـ ونسبة سطح
حـ الى سطح آل كنسبة دـ الى حـ بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح
آه الى سطح حـ كنسبة سطح حـ الى سطح آل بالشكل الحادي عشر من
الخامسة فسطح



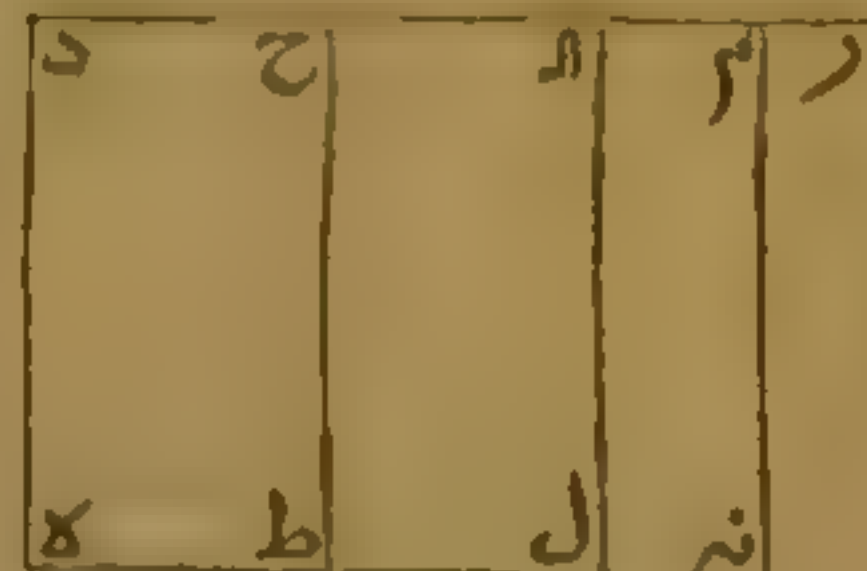
حـ وسط في
النسبة بين
سطحي آه آل
فترسم مربع
قـ ع ك سطح آه
ومربع سـ م ر فـ

كسطح آل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين
من الاول بحيث يشارك مربع قـ ع مربع سـ م في زاوية قـ سـ ع وتخرج
قطر سـ م وخط مـ رـ على استقامته في جهة نـ الى ان ينتهي الى ضلع مـ ع
على نقطة عـ فربع سـ مـ على قطر سـ م وسط مـ مـ مربع باستبانة الشكل
الرابع من الثانية ويقسم الشكل فـ مـ فـ مـ فـ مـ بالشكل الثالث
والاربعين من الاول فسطحا قـ مـ مـ متساويان فلان نسبة مربع قـ ع الى
سطح مـ ع كنسبته الى سطح قـ مـ بالشكل السابع من الخامسة ونسبة خط
سـ ع الى خط سـ م كنسبة مربع قـ ع الى سطح قـ مـ بالشكل الاول من
السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قـ ع الى سطح مـ ع
كنسبة خط سـ ع الى سـ م ونسبة سطح مـ ع الى مربع سـ م كنسبة خط
سـ ع الى خط سـ م بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة مربع قـ ع الى سطح مـ ع كنسبة سطح مـ ع الى مربع سـ م
فسطح مـ ع وسط في النسبة بين مربعي قـ ع سـ م وكان سطح حـ ط وسط في
النسبة بين سطحي آه آل المساويين لمربعي قـ ع سـ م فسطح مـ ع يساوي
سطح حـ ط فعلمت ثـ ثـ مع مربع سـ م كسطح حـ ط فاذا القينا علمت ثـ ثـ
مع مربع سـ م من مربعي قـ ع سـ م والقينا سطح حـ ط من سطح آه بقي سطح
أح مربع نـ م ولان خطي سـ م رـ متساويان فسطح سـ ع في سـ م
يساوي سطح مـ ع فضعف سطح سـ ع في سـ م المساوي لسطح حـ ط المتوسط
موسط خطا سـ ع سـ م متباينان في القوة ومجموع مربعي سـ م حـ ط
وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع مربعي سـ م حـ ط فـ
متصل بموسط يصير الكل موسط وهو مساو لخط نـ م القوي على سطح
نـ م بالشكل

نـ م بالشكل الرابع والثلثين من الاول فخط قـ ع المتصل بالموسط يصير
الكل موسط قوي على مربع نـ م المساوي لسطح أح فهو قوي على سطح أح
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

الضلع الثاني من كل سطح قائم الزوايا مضاف الى
خط محدود منطبق مساويا لمربع منفصل

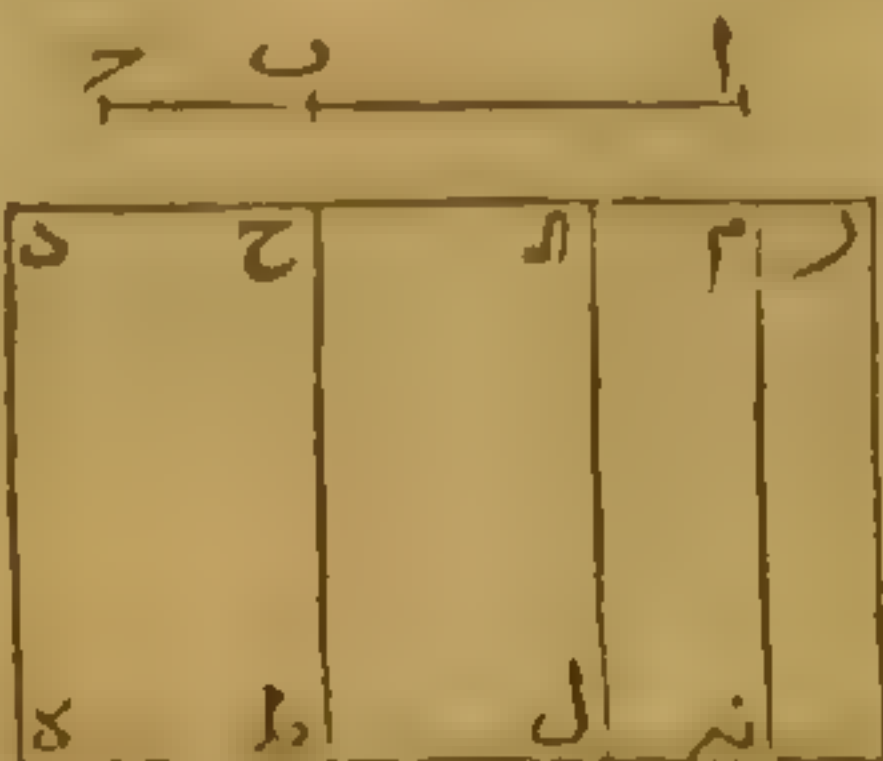
منفصل اول



ليكن خط أب منفصلا وضفنا سطحا
قائم الزوايا كمربع أب الى خط دـ هـ
المنطق المحدود باستبانة الشكل
الرابع والاربعين من الاول وهو سطح
دـ هـ طـ فاقول ان ضلع دـ حـ منفصل اول

برهانـه ليكن بـ حـ متصل بابا مصيرا خطي آـ حـ بـ منطقتين في القوة
مشاركين فيها فقط فنضيف الى خط دـ هـ سطحا متوازي الاضلاع قائم
الزوايا كمربع آـ حـ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح
هـ م فخط مـ نـ منطبق لانه مساو لخط دـ هـ بالشكل الرابع والثلثين من
الاول ونضيف الى خط مـ نـ سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع
بـ حـ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح نـ رـ ولان كل
واحدة من الزوايا التي عند نقطتي مـ نـ قائمة فكل من خطي مـ رـ نـ
خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول فنسبة سطح دـ هـ الى سطح نـ م
كنسبة دـ م الى مـ رـ بالشكل الاول من السادسة وسطحا دـ هـ نـ م مشتركان
خطا دـ م مـ رـ مشتركان بالشكل الثامن ولان سطحي دـ هـ نـ م مشتركان فسطح
مـ رـ يشارك كلا منهما بالشكل الحادي عشر وكل منهما منطبق فسطح مـ رـ
منطبق باستبانة الشكل العاشر فخط دـ مـ منطبق بالشكل السادس عشر
ولان مربعي آـ حـ بـ يساويان ضعف سطح آـ حـ في حـ بـ مع مربع أب
بالشكل السابع من الثانية ووسط حـ مـ كمربع أب فسطح طـ مـ كضعف سطح
آـ حـ في حـ بـ ووسط آـ حـ في حـ بـ موسط فضعفه المشارك له بالشكل الحادي
عشر موسط بالشكل التاسع فسطح طـ مـ موسط فخط مـ رـ منطبق في
القوة بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح هـ رـ الى سطح رـ طـ كنسبة دـ م الى
دـ حـ بالشكل الاول من السادسة والنسبة متباينان فخطا دـ مـ رـ متباينان
بالشكل الثامن ونضيف مـ رـ على نقطة آـ بالشكل العاشر من الاول ونخرج
منها آل مواز لخط حـ طـ بالشكل الواحد والثلثين من الاول ونخرجـه

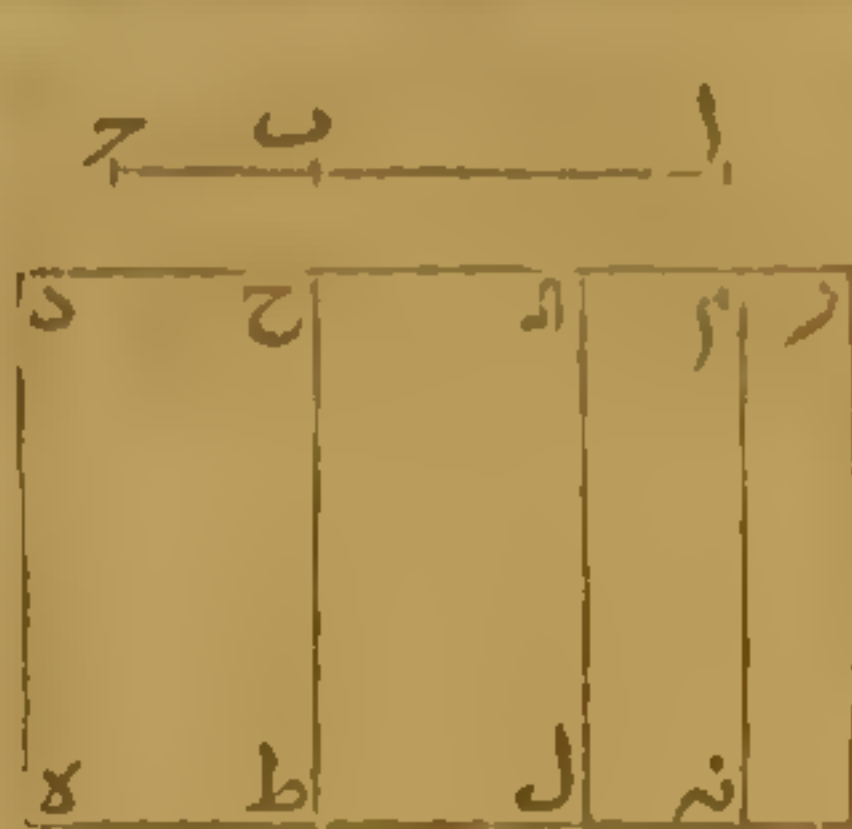
على استقامته في جهة هـ الى ان ينتهي الى خط هـ فلينته الى نقطة ل منه
فكل من سطحي ح ل ر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاول ولان
نسبة ح ل الى الر المساوي له كنسبة سطح ح ل الى سطح ل ر بالشكل الاول
من السادسة فسطح ح ل كسطح ل ر فلان نسبة مربع ح الى سطح ح في ح ب
كنسبة ح الى ح ب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل بعينه نسبة
سطح آ في ح ب الى مربع ب ح كنسبة آ الى ح ب فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة مربع آ الى سطح آ في ح ب كنسبة سطح آ في ح ب الى
مربع ح ب فسطح آ في ح ب المساوي
لسطح ل ر وسط في النسبة بين مربعي
آ ح ح ب فسطح ل ر وسط في النسبة بين
سطحي د هـ ر المساويين لمربعي آ ح ح ب
فنسبة د هـ الى الر كنسبة سطح د هـ الى
سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة
ونسبة سطح ل ر الى سطح ر هـ كنسبة سطح
د هـ الى سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة د هـ الى الر كنسبة سطح ل ر الى سطح ر هـ ونسبة الر الى ر هـ
كنسبة سطح ل ر الى سطح ر هـ بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي
عشر من الخامسة نسبة د هـ الى الر كنسبة الر الى ر هـ فسطح د هـ في م م
مربع الر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الى د ر سطحاً
متوازي الاضلاع كربع مربع ح ز المساوي لمربع الر بالشكل الرابع من
الثانية ينقص عن تمامه مربعاً بالشكل الثامن والعشرين من السادسة
فيقسم السطح المضاف خط د هـ على نقطة م وخطا د م م م مشتركاً فقط
در المنطق يقوي على خط ح ر المنطق في القوة فقط بمربع خط يشاركه
في الطول بالشكل الثالث عشر فقط د ح المنفصل الاول بالشكل الواحد
والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الى
خط محدود منطق مساوياً لمربع المنفصل المتوسط
الاول منفصل

لكن خط آ ب منفصل المتوسط الاول واضيف سطح قايم الزوايا كمربع آ ب
الى خط د هـ المحدود والمنطق باستبانة الشكل الرابع والامر بعين من الاول
وهو سطح د هـ فاقول ان ضلع د ح منفصل ثان برهانه لبيك ب ح
اتصل

اتصل باب مصيرا خطي آ ح ب موسطين مشتركين في القوة فقط
محيطين بمنطق فنضيف الى د هـ سطحاً متوازي الاضلاع قايم الزوايا
كمربع آ ح باستبانة الشكل الرابع والامر بعين من الاول وهو سطح د هـ فقط
م م مساوياً لخط د هـ بالشكل الرابع والثلثين من الاول فهو منطق



ونضيف اليه سطحاً متوازي الاضلاع
قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل
الرابع والامر بعين من الاول وهو سطح
ن ر ولان كل واحد من الزوايا التي عند
نقطتي م هـ قايمه فكل من خطي د هـ
خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من
الاول فنسبة سطح د هـ الى سطح د هـ
كنسبة د هـ الى م م بالشكل الاول من

السادسة وسط د هـ يشارك سطح د هـ يشارك خط م م بالشكل
الثامن فكل من سطحي د هـ ر المساويين يشارك سطح د هـ بالشكل الحادي
عشر فهو متوسط بالشكل التاسع عشر فقط د هـ منطق في القوة فقط
بالشكل الثامن عشر ولان مربعي آ ح ب يساويان ضعف سطح آ في ح ب
مع مربع آ ب بالشكل السابع من الثانية وسط ح ك مربع آ ب فسطح ط ر
كضعف سطح آ في ح ب منطق فضعه المشارك له بالشكل الحادي
عشر منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح ط ر منطق فقط ح ر منطق
في الطول بالشكل السادس عشر لان خط ط ح المساوي لخط د هـ المنطق
بالشكل الرابع والثلثين منطق ولان نسبة سطح ط م الى سطح م هـ كنسبة
خط ح ر الى خط ر د وسط ط ر يباين سطح ر هـ فقط ح ر يباين خط د هـ
بالشكل الثامن وننصف خط ح ر على نقطة آ بالشكل العاشر من الاول
ونخرج منها آ ل في جهة خط هـ على استقامته موازاً بالخط ح ط بالشكل
الواحد والثلثين من الاول الى ان ينتهي الى نقطة ل منه وكل من سطحي
ح ل ر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاول ولان نسبة ح ل الى
الر المساوي له كنسبة سطح ح ل الى سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة
فسطح ح ل كسطح ل ر فلان نسبة مربع ح الى سطح ح في ح ب كنسبة ح الى
ح ب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل ايضا نسبة سطح آ في
ح ب الى مربع ب ح كنسبة آ الى ح ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة
نسبة مربع آ الى سطح آ في ح ب كنسبة سطح آ في ح ب الى مربع ح ب
فسطح آ في ح ب وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل ر وسط في
النسبة بين سطحي د هـ ر فنسبة د هـ الى الر كنسبة د هـ الى سطح ل ر
بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الى سطح ر هـ كنسبة سطح د هـ
الى سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د هـ الى الر كنسبة

الضلع الثاني كل سطح قائم الزوايا مضاف الى خط

محدود منطوق مساويا لمربع الاصغر منفصل رابع

ليكن خط AB الاصغر واضيف سطح قائم الزوايا AB الى خط DE المحدود المنطوق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح DE حاقول ان ضلع DE منفصل رابع برهانه ليكن B متصل باب مصيرا خطي AC CB متباينين في القوة مجموع مربعهما منطوقا وضعف سطح احدهما في الآخر موسطا فنضيف الى DE سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا AB كربع AB باستبانة الشكل

الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح

ر	٣	١	٢
د	ح	ا	ب
ن	ل	ط	خ

م خط DE مساو لخط DE بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فهو منطوق ونضيف اليه سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا AB كربع AB باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح DE رولان كل واحد من الزوايا التي

عند نقطتي DE قائمة فكل من خطي DE خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE والسطحان متباينان خط DE يباين خط DE بالشكل الثامن وسط DE منطوق خط DE منطوق بالشكل السادس عشر ولان مربعي AC CB كضعف سطح AC في CB مع مربع AB بالشكل السابع من الثانية ومربع AB كسطح DE فسطح DE كضعف سطح AC في CB فهو موسط خط DE منطوق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر فدر يباين DE ونضيف خط DE بالشكل العاشر من الاولي على نقطة DE ونخرج منها DE في جهة DE موازيا لخط DE بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي الى ان ينتهي الى DE على نقطة DE فسطح DE متوازي الاضلاع بالشكل الثلاثين من الاولي ولان نسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة وح DE يساوي DE فسطح DE يساوي سطح DE فكل منهما يساوي سطح DE في DE ولان نسبة مربع DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة ونسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة بين مربعي DE فسطح DE وسط في النسبة بين سطحي DE DE ونرولان نسبة DE الى DE كنسبة سطح DE الى سطح DE من السادسة ونسبة

ونسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة سطح DE الى سطح DE من الحادي عشر من الخامسة نسبة DE الى DE كنسبة سطح DE الى سطح DE ونسبة DE الى DE كنسبة سطح DE الى سطح DE من الحادي عشر من الخامسة نسبة DE الى DE كنسبة DE الى DE من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة DE الى DE كنسبة DE الى DE من السادسة فسطح DE في DE كربع DE بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الى خط DE سطح متوازي الاضلاع DE كربع DE بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربع DE بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فنقسم السطح المضاف خط DE على نقطة DE ودم يباين DE فخط DE المنطوق في الطول قوي على خط DE المنطوق في القوة نقطة بمربع خط يباينه بالشكل الرابع عشر فخط DE المنفصل الرابع بالشكل الثاني والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

صو

الضلع الباقي من كل سطح قائم الزوايا مضاف الى

خط محدود منطوق مساويا لمربع المتصل بمنطق

يصير الكل موسطا منفصل خامس

ليكن خط AB المتصل بمنطق يصير الكل موسطا واضيف سطح DE متوازي الاضلاع قائم الزوايا كربعه الى خط DE المحدود المنطوق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح DE حاقول ان ضلع DE منفصل خامس برهانه ليكن B متصل باب مصيرا خطي AC CB متباينين في القوة مجموع مربعهما موسطا وضعف سطح

احدهما في الآخر منطوقا فنضيف الى

ر	٣	١	٢
د	ح	ا	ب
ن	ل	ط	خ

DE سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا كربع AB باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح DE فخط DE مساو لخط DE بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فهو منطوق ونضيف اليه سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا AB كربع AB باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح DE فخط DE مساو لخط DE بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فهو منطوق

ونسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة سطح DE الى سطح DE من الحادي عشر من الخامسة نسبة DE الى DE كنسبة سطح DE الى سطح DE من الحادي عشر من الخامسة نسبة DE الى DE كنسبة DE الى DE من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة ونسبة سطح DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع DE الى سطح DE كنسبة DE الى DE من السادسة بين مربعي DE فسطح DE وسط في النسبة بين سطحي DE DE ونرولان نسبة DE الى DE كنسبة سطح DE الى سطح DE من السادسة ونسبة

بالشكل الثامن وسط $\overline{هـ}$ وموسط $\overline{حظ}$ $\overline{در}$ منطف في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان مربعي $\overline{آح}$ $\overline{حرب}$ يساويان ضعف $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ مع مربع $\overline{آب}$ بالشكل السابع من الثانية وسط $\overline{هـ}$ $\overline{ح}$ يساوي مربع $\overline{آب}$ فسطح $\overline{مرط}$ كضعف $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ وهو منطف $\overline{حظ}$ $\overline{مرح}$ منطف في الطول بالشكل السادس عشر $\overline{حظ}$ $\overline{در}$ $\overline{مرح}$ متباينان وننصف $\overline{مرح}$ بالشكل

العاشر على نقطة $\overline{آ}$ ونخرج منها $\overline{آل}$ في جهة $\overline{هـ}$ $\overline{نه}$ موازيا لخط $\overline{حط}$ بالشكل

ر	م	آ	ح	د
ن	ل	ط	خ	ك

الواحد والثلاثين من الاول الى ان ينتهي الى $\overline{هـ}$ $\overline{نه}$ على نقطة $\overline{ل}$ فسطح $\overline{نم}$ متوازي الاضلاع بالشكل الثلاثين من الاول ولان نسبة $\overline{سطح}$ $\overline{حل}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ كنسبة $\overline{ح}$ $\overline{آ}$ الى $\overline{آ}$ $\overline{مر}$ بالشكل الاول من السادسة $\overline{وح}$ $\overline{آل}$ $\overline{مر}$ متساويان فسطحا

$\overline{حل}$ $\overline{لر}$ متساويان فكل منهما كسطح $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ ولان نسبة مربع $\overline{آح}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ كنسبة $\overline{آح}$ الى $\overline{حرب}$ بالشكل الاول من السادسة ونسبة $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ الى مربع $\overline{حرب}$ كنسبة $\overline{آح}$ الى $\overline{حرب}$ بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع $\overline{آح}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ كنسبته الى مربع $\overline{حرب}$ فسطح $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ وسط في النسبة بين مربعي $\overline{آح}$ $\overline{حرب}$ فسطح $\overline{لر}$ وسط في النسبة بين سطحي $\overline{دنه}$ $\overline{نم}$ ونسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{آل}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{دنه}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ من السادسة ونسبة $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{نه}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{دنه}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{آل}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ الى $\overline{نه}$ ونسبة $\overline{آل}$ الى $\overline{رم}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{نه}$ بالشكل الاول من السادسة فنسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{آل}$ كنسبته الى $\overline{رم}$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح $\overline{دم}$ في $\overline{مر}$ كربع $\overline{آل}$ بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضيف الى خط $\overline{در}$ سطحا متوازي الاضلاع كربع $\overline{مرح}$ المساوي لمربع $\overline{آل}$ بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربع بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط $\overline{در}$ على نقطة $\overline{م}$ و $\overline{دم}$ $\overline{يباين}$ $\overline{مر}$ $\overline{حظ}$ $\overline{در}$ المنطف في القوة فقط قوي على خط $\overline{مرح}$ المنطف في الطول بمربع خط $\overline{يباينه}$ في الطول بالشكل الرابع عشر $\overline{حظ}$ $\overline{دح}$ منفصل خامس بالشكل الثالث والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

من
الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الى

خط

خط محدود منطف مساويا لمربع المنفصل بموسط

يصير الكل موسطا منفصل سادس

ليكن خط $\overline{آب}$ المتصل بموسط يصير الكل موسطا واضيف سطح قايم الزوايا كربع $\overline{آب}$ الى خط $\overline{دنه}$ المحدود المنطف باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح $\overline{دهط}$ $\overline{ح}$ فاقول ان ضلع $\overline{دح}$ منفصل سادس برهانه ليتصل باب $\overline{ب}$ $\overline{ح}$ مصيرا خطي $\overline{آح}$ $\overline{حرب}$ متباينين في القوة

بمجموع مربعي $\overline{موسط}$ و $\overline{ضعف}$ سطح

ر	م	آ	ح	د
ن	ل	ط	خ	ك

احدهما في الآخر موسطا متباينا للمربعين فنضيف الى $\overline{دهط}$ سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كربع $\overline{آح}$ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح $\overline{دهم}$ $\overline{حظ}$ $\overline{م}$ $\overline{نه}$ مساو لخط $\overline{ده}$ بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فهو

منطف ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كربع $\overline{ب}$ $\overline{ح}$ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح $\overline{دنه}$ ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي $\overline{م}$ $\overline{نه}$ قايمة فكل من خطي $\overline{دنه}$ $\overline{نه}$ خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاول فنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{دنه}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{نم}$ كنسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{م}$ بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخط $\overline{دم}$ $\overline{يباين}$ خط $\overline{م}$ $\overline{ر}$ بالشكل الثامن فكل من سطحي $\overline{هرط}$ $\overline{موسط}$ فكل خطي $\overline{در}$ $\overline{مرح}$ منطف في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ونسبة $\overline{سطح}$ $\overline{هر}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{رط}$ كنسبة $\overline{در}$ الى $\overline{مرح}$ فالسطحان متباينان فخط $\overline{دم}$ $\overline{يباين}$ خط $\overline{مرح}$ بالشكل الثامن ولان مربعي $\overline{آح}$ $\overline{حرب}$ يساويان ضعف $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ مع مربع $\overline{آب}$ وهو يساوي $\overline{سطح}$ $\overline{هـ}$ $\overline{ح}$ فسطح $\overline{مرط}$ يساوي ضعف $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ وننصف $\overline{مرح}$ على نقطة $\overline{آ}$ بالشكل العاشر ونخرج منها $\overline{آل}$ موازيا لخط $\overline{حط}$ في جهة $\overline{هـ}$ $\overline{نه}$ بالشكل الواحد والثلاثين من الاول الى ان ينتهي اليه على نقطة $\overline{ل}$ فلان نسبة $\overline{ح}$ $\overline{آ}$ الى $\overline{آ}$ $\overline{مر}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{حل}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ بالشكل الاول من السادسة $\overline{وح}$ $\overline{آل}$ $\overline{مر}$ يساوي $\overline{آل}$ فسطح $\overline{حل}$ كسطح $\overline{لر}$ فكل منهما يساوي $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ ولان نسبة مربع $\overline{آح}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ كنسبة $\overline{آح}$ الى $\overline{حرب}$ بالشكل الاول من السادسة ونسبة $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ الى مربع $\overline{حرب}$ كنسبة $\overline{آح}$ الى $\overline{حرب}$ بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع $\overline{آح}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ كنسبته الى مربع $\overline{حرب}$ فسطح $\overline{آح}$ في $\overline{حرب}$ وسط في النسبة بين مربعي $\overline{آح}$ $\overline{حرب}$ فسطح $\overline{لر}$ وسط في النسبة بين سطحي $\overline{دنه}$ $\overline{نم}$ ونسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{آل}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{دنه}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ من السادسة ونسبة $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{نه}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{دنه}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{آل}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ الى $\overline{نه}$ ونسبة $\overline{آل}$ الى $\overline{رم}$ كنسبة $\overline{سطح}$ $\overline{لر}$ الى $\overline{سطح}$ $\overline{نه}$ بالشكل الاول من السادسة فنسبة $\overline{دم}$ الى $\overline{آل}$ كنسبته الى $\overline{رم}$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح $\overline{دم}$ في $\overline{مر}$ كربع $\overline{آل}$ بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضيف الى خط $\overline{در}$ سطحا متوازي الاضلاع كربع $\overline{مرح}$ المساوي لمربع $\overline{آل}$ بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربع بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط $\overline{در}$ على نقطة $\overline{م}$ و $\overline{دم}$ $\overline{يباين}$ $\overline{مر}$ $\overline{حظ}$ $\overline{در}$ المنطف في القوة فقط قوي على خط $\overline{مرح}$ المنطف في الطول بمربع خط $\overline{يباينه}$ في الطول بالشكل الرابع عشر $\overline{حظ}$ $\overline{دح}$ منفصل خامس بالشكل الثالث والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

السادسة ونسبة سطح ل ر الى سطح نه كنسبة سطح ده الى سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الى سطح نه كنسبة سطح ده الى سطح

ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة

نسبة دم الى آر كنسبة سطح ل ر الى

سطح نه ونسبة آر الى م كنسبة سطح

ل ر الى سطح نه بالشكل الاول من

السادسة فبالشكل الحادي عشر من

الخامسة نسبة دم الى آر كنسبة آر

الى م فسطح دم في م مركب مع آر

بالشكل السادس عشر من السادسة

ب ح

د	ح	ا	م	ر
ط	ل	نه		

فاذا اضفنا الى خط د ر سطحاً متوازي الاضلاع كربع مربع ح اعني مربع

آر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعاً بالشكل الثامن

والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط د ر على نقطة م ودم

يباين م ر فخط دم المنطق في القوة فقط قوي على خط م ر ح المنطق في

القوة فقط المباين لخط د ر بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع

عشر فخط د ح منفصل سادس بالشكل الرابع والسبعين فالحكم ثابت

وذلك ما اردنا ان نبين

ين

كل خط يشارك الخط المنفصل فهو منفصل

ا ح ب في مرتبة هـ

د ر د

ليكن آ ح المنفصل ودم يشاركه في الطول

فاقول ان د ر منفصل في مرتبة آ ح برهانه

ليتصل با ح وعا د معه الى حاله قبل الانفصال لتكن نسبة آ ح الى د ر

كنسبة ح ب الى م ر بالشكل الحادي عشر من الخامسة وآ ح يشارك د ر

فب ح يشارك ر ه بالشكل الثامن وبالابدال نسبة آ ح الى ح كنسبة د م

الى ر ه بالشكل السادس عشر من الخامسة وبالتركيب نسبة آ ب الى ب ح

كنسبة د ه الى ر ه بالشكل الثامن عشر من الخامسة فان كان آ ب يباين ب ح

فد ه يباين م ر بالشكل الثامن وان كان آ ب يقوي على ب ح بمربع خط

يشاركه في الطول او يباينه فد ه يقوي على م ر بمربع خط يشاركه في

الطول او يباينه بالشكل الثالث عشر وبالابدال نسبة آ ب الى د ه كنسبة

ب ح الى ر ه وب ح يشارك ر ه فآ ب يشارك د ه بالشكل الثامن فان كان آ ب

وب ح منطق في الطول او القوة فد ه و ر منطق في الطول او القوة

باستبانة الشكل العاشر فآ ح اي منفصل من منفصلات الست فدم ذلك

المنفصل

المنفصل بعينه وذلك ما اردنا ان نبين

ين

كل خط يشارك المنفصل المتوسط منفصل

موسط في مرتبة هـ

ا ح ب

د ر د

ليكن آ ح منفصل الموسط الاول والثاني

و د يشاركه في الطول فاقول ان د ر منفصل

موسط الاول والثاني برهانه ليتصل با ح خط ب ح وعا د معه الى حاله

قبل الانفصال وتكن نسبة آ ح الى ح كنسبة د ر الى ر ه بالشكل الحادي

عشر من السادسة فنسبة آ ب الى ب ح كنسبة د ه الى م ر بالتركيب بالشكل

الثامن عشر من الخامسة وآ ب مباين لب ح في الطول ويشاركه في القوة

فد ه يباين م ر في الطول ويشاركه في القوة بالشكل الثامن ونسبة سطح آ ب

في ب ح الى مربع ب ح كنسبة آ ب الى ب ح ونسبة د ه الى م ر كنسبة آ ب الى

ب ح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آ ب في ب ح الى مربع

ب ح كنسبة د ه الى م ر ونسبة سطح د ه في م ر الى مربع م ر كنسبة د ه الى م ر

بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة

سطح آ ب في ب ح الى مربع ب ح كنسبة سطح د ه في م ر الى مربع م ر ولان

نسبة آ ب الى ب ح كنسبة د ه الى م ر فبالابدال نسبة آ ب الى د ه كنسبة

ب ح الى ر ه بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة آ ح الى د ر كنسبة

آ ب الى د ه ونسبة ح ب الى م ر بالشكل التاسع عشر من الخامسة وآ ح

يشارك د ر فكل من خطي ب ح آ ب يشارك نظيره من خطي د ه و ر وكل من

آ ب ب ح موسط فكل د ه و ر موسط بالشكل التاسع عشر ومربع ب ح يشارك

مربع م ر بالشكل السابع لاشتراكهما في الطول فسطح آ ب في ب ح يشارك

سطح د ه في م ر بالشكل الثامن فان كان سطح آ ب في ب ح منطقاً فسطح د ه في م ر

منطقاً باستبانة الشكل العاشر وان كان موسطاً كان سطح د ه في م ر موسطاً

بالشكل التاسع عشر فآ ح ان كان منفصل الموسط الاول فدم منفصل

الموسط الاول وان كان منفصل الموسط الثاني كان منفصل الموسط الثاني

وذلك ما اردنا ان نبين

ين

كل خط يشارك الاصغر اصغر

ا ح ب في مرتبة هـ

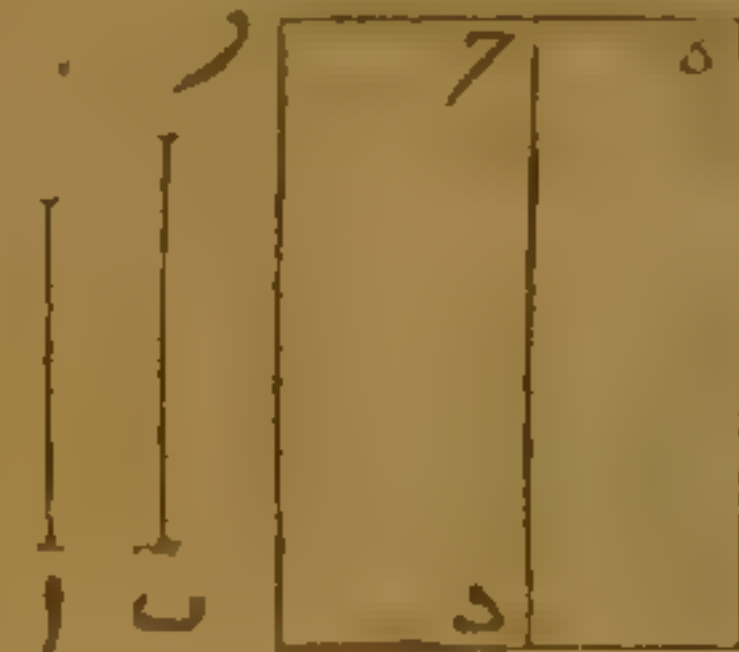
د ر د

ليكن آ الاصغر وب يشاركه فاقول ان ب اصغر برهانه نرسم على خط

د المستقيم المنطق المحدود سطحاً متوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع

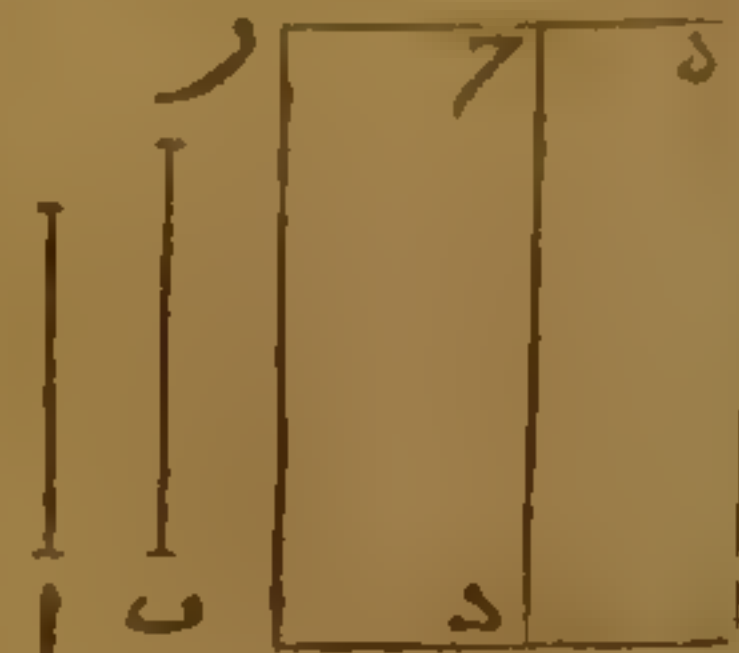
آ وي سطح د ه وعلى ح د ايضاً سطح المتوازي الاضلاع قائم الزوايا كمربع ب

باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول فيعرض حـه منفصل رابع
بالشكل السابع والتسعين ولان نسبة كل
واحدة من الزوايا التي عند نقطتي حـه قائمة
فكل من خطي حـه وما يقابله خط مستقيم
فنسبة سطح حـه الى حـه كنسبة حـه الى حـه
بالشكل الاول من السادسة وسط حـه يشارك
سطح حـه بالشكل السابع خط حـه يشارك
خط حـه بالشكل الثامن وحـه منفصل رابع
خط حـه منفصل رابع بالشكل الثامن والتسعين والخط القوي على سطح
حـه اعني بـه الاصغر بالشكل التاسع والثمانون وذلك ما اردنا ان نبين



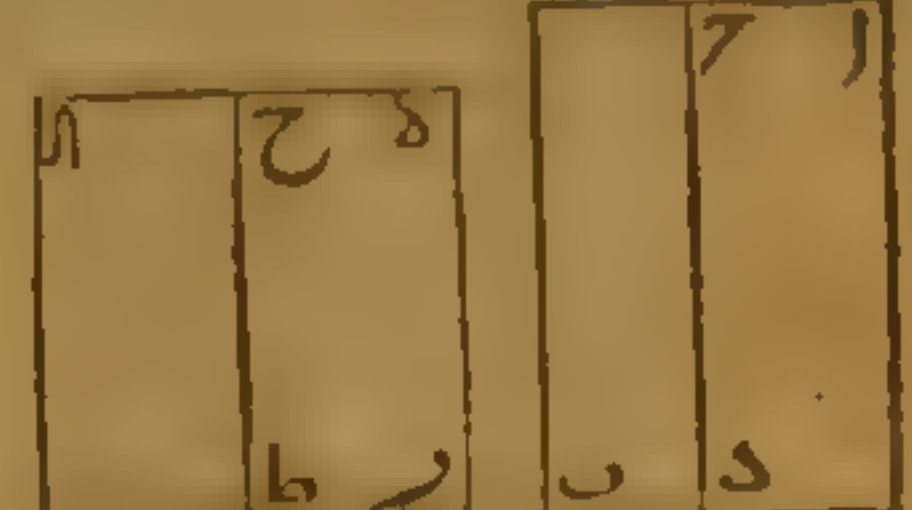
كل خط يشارك المتصل بمنطق يصير الكل
موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا

ليكن آ متصل بمنطق يصير الكل موسطا ويشاركه ب فاقول ان ب
متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه نرسم على خط حـه المستقيم
المحدود والمنطق سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كربع آ وي سطح حـه
ونرسم على حـه ايضا سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كربع ب
باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول
وي سطح حـه فيعرض حـه منفصل خامس
بالشكل السادس والتسعين ولان كل واحد
من الزوايا التي عند نقطتي حـه قائم خط
حـه وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع
عشر من الاول فنسبة سطح حـه الى سطح حـه
كنسبة حـه الى حـه بالشكل الاول من السادسة
وسط حـه يشارك سطح حـه بالشكل السابع خط حـه يشارك
بالشكل الثامن خط حـه منفصل خامس بالشكل الثامن والتسعين خط ب
القوي على سطح حـه متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل التاسع
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خط يشارك الخط المتصل بموسط يصير
الكل موسطا متصل بموسط يصير الكل موسطا

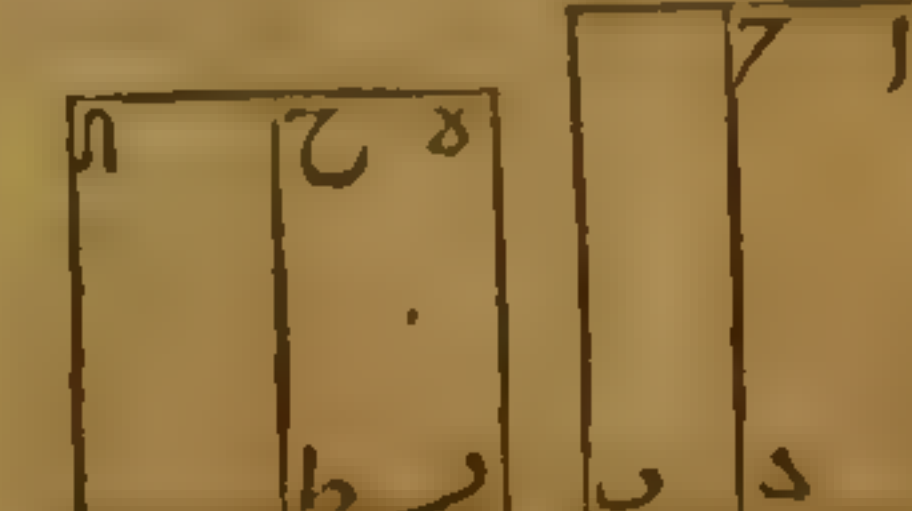
ليكن خط آ المتصل بموسط يصير الكل موسطا وب يشاركه فاقول ان
خط ب متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه نرسم على خط حـه
المستقيم المحدود والمنطق سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا كربع
آ ونرسم على حـه ايضا سطحا متوازي الاضلاع قائم الزوايا
باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول فيعرض حـه منفصل سادس
بالشكل السابع والتسعين ولان كل
واحدة من الزوايا التي عند نقطتي



حـه قائمة فكل من خطي حـه وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر
من الاول ونسبة سطح حـه الى سطح حـه كنسبة حـه الى حـه بالشكل الاول من
السادسة وسط حـه يشارك سطح حـه بالشكل السابع خط حـه يشارك
حـه بالشكل الثامن خط حـه منفصل سادس بالشكل الثامن والتسعين خط
ب القوي على سطح حـه متصل بموسط يصير الكل موسطا بالشكل الاول
والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط قوي على فضل سطح منطق على موسط

اما منفصل واما اصغر

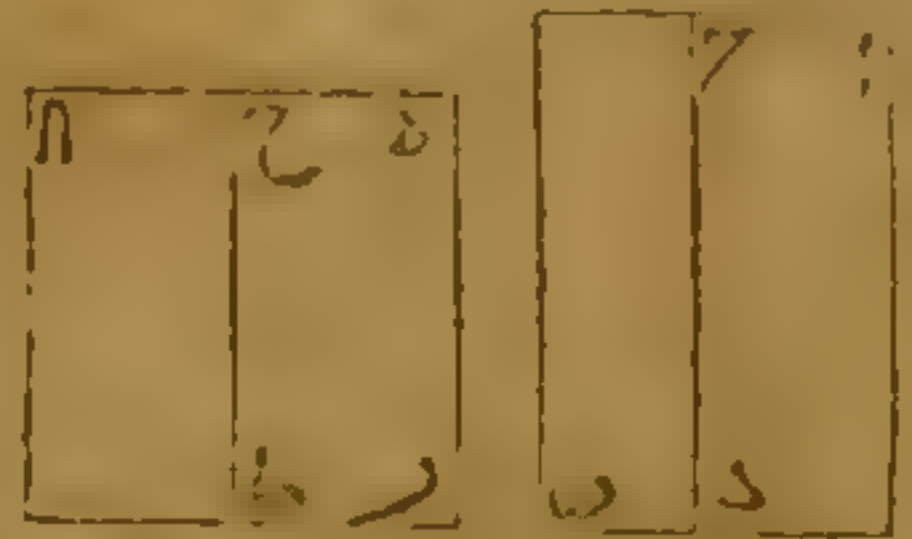


ليكن سطح آ ب منطق وسط آ د
موسطا وسط حـه ب فضل المنطق
على الموسط فاقول ان كل خط قوي
على سطح حـه اما منفصل واما اصغر
برهانه ليكن حـه خطا مستقيما محدودا ونرسم عليه سطح حـه
المتوازي الاضلاع كسطح آ ب وسط حـه المتوازي الاضلاع كسطح آ د
باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول خط حـه منطق بالشكل
السادس عشر وخط حـه منطق في القوة فقط مباين لخط حـه بالشكل
الثامن عشر خطا حـه متباينان خط حـه منفصل بالشكل عـه فان قوي
حـه على حـه يشاركه في الطول فحـه منفصل اول وان قوي عليه
بمربع خط مباين فهو منفصل رابع فالخط القوي على سطح حـه ان كان
حـه منفصلا اول منفصل بالشكل السادس والتسعين لان حـه منطق
لانه يساوي حـه بالشكل الرابع والثلاثين من الاول وان كان حـه منفصلا
رابع فالخط القوي على سطح حـه اصغر بالشكل التاسع والثمانون وذلك
ما اردنا ان نبين

قد

كل خط قوي على فضل سطح المتوسط على المنطق
فهو اما منفصل المتوسط الاول واما متصل بمنطق

يصير الكل متوسطا



لهيكن سطح \overline{AB} متوسطا ووسط \overline{AD}
منطقا فسطح \overline{CB} فضل المتوسط على
المنطق فاقول كل خط قوي على سطح
 \overline{CB} اما منفصل المتوسط الاول واما

متصل بمنطق يصير الكل متوسطا برهانه لهيكن خط \overline{DE} مستقيما
محدودا منطقا فنرسم عليه سطح \overline{DE} المتوازي الاضلاع يساوي سطح \overline{AB}
وسط \overline{BC} المتوازي الاضلاع يساوي سطح \overline{AD} باستبانة الشكل الرابع
والاربعة من الاول فلان سطح \overline{DE} متوسط خط \overline{DE} منطق في القوة مباين
لخط \overline{DE} المنطق بالشكل الثامن عشر ولان سطح \overline{BC} منطق فخط \overline{DE}
منطق في الطول بالشكل السادس عشر فخط \overline{DE} متباينان فخط \overline{DE}
منفصل بالشكل السبعين وخط \overline{CB} مساوي لخط \overline{DE} المنطق منطق
بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فان قوي \overline{DE} على \overline{CB} بمربع خط يشاركه
فالخط القوي على سطح \overline{CB} اما منفصل المتوسط الاول بالشكل التاسع
والثمانين وان قوي \overline{DE} على \overline{CB} بمربع خط يباينه فخط \overline{DE} منفصل خامس
والخط القوي على سطح \overline{CB} اما متصل بمنطق يصير الكل متوسطا بالشكل
الثاني والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

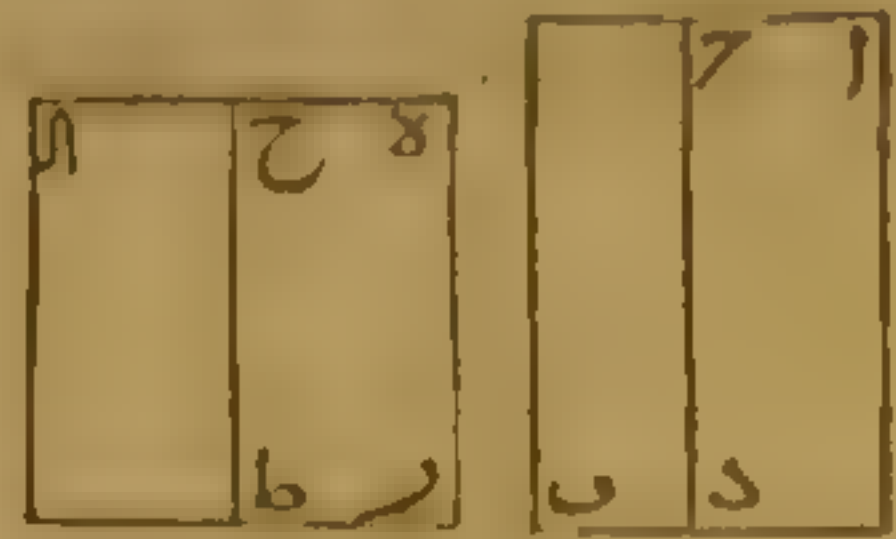
قد

كل خط قوي على فضل سطح متوسط على سطح
موسط يباينه اما منفصل المتوسط الثاني واما

متصل بموسط يصير الكل متوسطا

لهيكن سطح \overline{AB} \overline{AD} موسطين متباينين فسطح \overline{CB} فضل المتوسط على المتوسط
يباينه فاقول ان كل خط قوي على سطح \overline{CB} اما منفصل المتوسط الثاني واما
متصل بموسط يصير الكل متوسطا برهانه فنرسم على خط \overline{DE} المستقيم
المحدود المنطق سطح \overline{DE} كسطح \overline{AB} وسط \overline{BC} كسطح \overline{AD} باستبانة الشكل
الرابع والاربعة من الاول فلان كلا من سطحي \overline{AB} \overline{DE} موسطين ويكون
كل من

كل من خطي \overline{DE} \overline{AB} منطقين في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان
نسبة سطح \overline{DE} الى سطح \overline{BC} كنسبة \overline{DE} الى \overline{AB} بالشكل الاول من السادسة
والسطحان متباينان فخطا \overline{DE} \overline{AB}



متباينان بالشكل الثامن فخط \overline{DE}
منفصل بالشكل الثامن والستين فان
قوي \overline{DE} على \overline{AB} بمربع خط يشاركه
فخط \overline{DE} منفصل ثالث وخط \overline{CB}
منطق لانه يساوي خط \overline{DE}

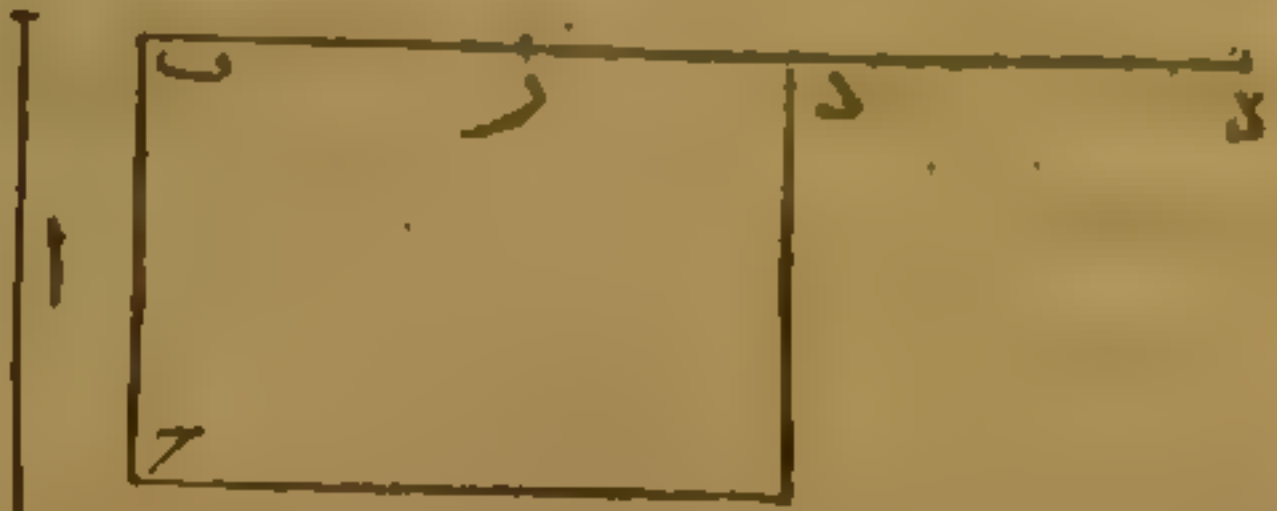
المنطق بالشكل الرابع والثلاثين من الاول فالخط القوي على سطح \overline{CB}
منفصل المتوسط الثاني بالشكل الثامن والستين وان قوي بمربع خط
يباينه فخط \overline{DE} منفصل سادس فالخط القوي على سطح \overline{CB} اما متصل بموسط يصير
الكل موسطا بالشكل الحادي والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نبين

مصادرة خامسة

فلان الاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الى الخط
المنطق المستقيم المحدود في الطول المساوية لمربعات الخطوط الست
الصم التي اولها المنفصل هي انواع المنفصلات التي كل واحد منها اهم ك
مرببانه في ستة اشكال اولها الشكل الرابع والتسعين فكل واحد من انواع
المنفصلات يخالف كل واحد من الخمسة الهاقبة بالحد والحقيقة
والاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الى الخط
المستقيم المحدود المنطق المساوية لمربعات الخطوط الموسطة منطق في
القوة فقط كما يباين في الشكل الثامن عشر ولا شيء من المنفصلات بمنطق
واختلاف اللوازم يدل على اختلاف الملزومات فلا شيء من الخطوط الست
الصم التي اولها المنفصل واخرها المتصل بموسط يصير الكل متوسطا بخط
آخر منها ولا بالخط الموس

قو

لا شيء من المنفصل بذى الاسم



والا فلهيكن خط \overline{AB} بعينه
ذا الاسمين والمنفصل معا
وخط \overline{BC} خطا مستقيما
محدودا منطقا في الطول
ونرسم عليه سطحا
متوازي الاضلاع كمربع \overline{AB}

باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاول وهو سطح بـ جـ دـ فالضلع الحادث وهو بـ دـ ذو الاسمين الاول بالشكل الخامس والخمسين والمنفصل الاول بالشكل الثاني والتسعين وليكن بـ ر القسم الاعظم من قسمي ذي الاسمين ورد القسم الاصغر فهما منطبقا في القوة فقط وليتصل بخط بـ دـ المنفصل الاول خط دـ هـ

معيده خطي جـ دـ هـ الى حالهما قبل الانفصال فيكون خط بـ هـ منطبقا في الطول ولذلك خط بـ هـ ويكون خط دـ هـ



منطقا في القوة فقط فكل من خطي بـ هـ بـ ر يشارك الخط المنطبق المفروض في الطول فهما مشتركان بالشكل العاشر خط دـ هـ يشارك خط بـ ر المنطبق بالشكل الحادي عشر فـ هـ منطبق في الطول باستبانة الشكل العاشر وكان كل واحد من خطي دـ هـ منطبقا في القوة فقط فكل من خطي دـ هـ منفصل بالشكل الثامن والستين فيكون كل منهما اصم في القوة والطول وكان كل منهما منطبقا في القوة فقط هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه انه لا يمكن ان يكون احد انواع الخطوط الصم التي تتلو المنفصل احد انواع الخطوط الصم التي تتلوا ذا الاسمين لان الاضلاع الحادثة من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الى خط مستقيم محدود منطبق المساوية ما يتلو المنفصل من الخطوط الصم هي ما يتلو المنفصل الاول من الخطوط الصم والاضلاع الحادثة من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الى خط مستقيم محدود منطبق المساوية لمربعات الخطوط الصم التي يتلوا ذا الاسمين هي ما يتلوا ذا الاسمين الاول من الخطوط الصم

قر

كل خط متوسط يحصل منه خطوط صم غير متناهية ليس ولا واحد منها من جنس ما قبله

ليكن ا ب خطا مستقيما محدودا منطقا ونخرج من نقطة ا خط ا ر عمودا على ا ب بالشكل الحادي عشر من الاول ونخرجه في جهة ر الى غير النهاية وليكن ا ح من خط ا ر متوسطا ونخرج من نقطة ب خط ب هـ موازيا لخط ا ر بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ونخرجه على استقامته في جهة هـ الى غير النهاية ونفصل منه ب هـ مثل ا ح بالشكل الثالث من الاول ونصل جـ دـ بخط

جـ دـ بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط ا ب بالشكل الثالث والثلاثين من الاول فـ حـ منطبق في الطول فسطح ا هـ لا منطبق والا لكان ا ح منطبقا بالشكل السادس عشر ولا متوسط والا لكان خط ا ح منطبقا في القوة فقط بالشكل الثامن عشر وهو متوسط هذا خلف فسطح ا هـ اصم عيز متوسط

ولنجده خطا وسطيا في النسبة بين خطي ا ح جـ دـ



بالشكل التاسع من السادسة وليكن هو خط جـ دـ ونفصل هـ ح مثل جـ دـ بالشكل الثالث من الاول

ونصل بين نقطتي دـ حـ بخط مستقيم فسطح جـ حـ متوازي الاضلاع بالشكل الثالث والثلاثين من الاول ولان مربع جـ دـ يساوي سطح ا هـ بالشكل السادس عشر من السادس عشر خط جـ دـ ليس متوسطا والا لكان سطح ا هـ موسطا وكان خط ا ح منطبقا في القوة فقط بالشكل الثامن عشر وهو متوسط هذا خلف وليس جـ دـ ايضا منطبقا والا لكان سطح ا هـ منطبقا في الطول بالشكل السادس عشر وهو متوسط هذا خلف فخط جـ دـ لا منطبق ولا متوسط وهو اصم ولا يشارك خط ا ح والا لكان متوسطا بالشكل التاسع عشر وهو غير متوسط فخط ا ح جـ دـ متباينان وليس جـ دـ احد انواع ذي الاسمين ولا ما يتلوه من الخطوط الصم ولا احد انواع المنفصل وما يتلوه من الخطوط الصم واما ا ح جـ دـ المتباينان واما ما يتلوه من الخطوط الصم وليكن دـ طـ وسطا في النسبة بين جـ دـ حـ بالشكل التاسع من السادسة فسطح جـ حـ كمربع دـ طـ بالشكل السادس عشر من السادسة فـ دـ طـ يباين ا ح والا لكان متوسطا بالشكل التاسع عشر فيكون سطح جـ حـ موسطا بالشكل التاسع عشر فيكون جـ دـ منطبقا فقط بالشكل الثامن عشر وهو اصم هذا خلف فـ دـ طـ ليس بـ متوسط ولان نسبة سطح ا هـ الى سطح دـ حـ كنسبة ا ح الى جـ دـ بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا ا هـ دـ متباينان بالشكل الثامن وهما مربعان جـ دـ طـ فهما متباينان بالشكل السابع وليس دـ طـ احد انواع ذي الاسمين او المنفصل او ما يتلوه من الخطوط الصم والا لكان جـ دـ احد انواع المنفصل او ما يتلوهما او احد انواع ذي الاسمين وما يتلوه فيكون ا ح جـ دـ احد انواع الخطوط الصم المذكورة وهو متوسط هذا خلف وبمثل ما ذكرنا تبين تحصيل خطوط صم غير متناهية من خط ا ر ليس واحد منها من جنس ما قبله وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة العاشرة والحمد لله المساعد

المقالة الحادية عشر في بيان

مصادرات المقالة

الشكل الجسم كل ما له طول وعرض وسمك وينتهي بالسطوح ويربها ينتهي بالنقطة \Rightarrow كل خط مستقيم قام على سطح مستوي يحيط به كل خط مستقيم يخرج في ذلك السطح ملائقاً له بزوايا قائمة فهو يعود على ذلك السطح \Rightarrow كل سطحين مستويين قام أحدهما على الآخر وكان كل خطين يخرجان من أي نقطة نفرض على الفصل المشترك بينهما عموداً عليه أحدهما يخرج في أحد السطحين والآخر في السطح الآخر يحيطان بزوايا قائمة فإن كل واحد من السطحين قائم على صاحبه \Rightarrow كل شكلين لا يتلاقيان وان أخرجا في جميع جهاتهما إلى غير النهاية فهما متوازيان \Rightarrow كل سطحين مجسمين يلون السطوح المحيطة بهما بعده واحد وكان كل سطحين متناظرين من السطوح المحيطة بهما متشابهين فهما مجسمان متشابهان \Rightarrow وكل شكلين مجسمين متشابهين يلون كل سطحين متناظرين من السطوح المحيطة بهما متساويين فهما مجسمان متشابهان متساويان \Rightarrow كل شكل مجسم يحيط به ثلث سطوح متوازية الاضلاع كل واحد منها ملاق للآخرين ومثلثان متشابهان سطحهما متوازيان يسمى بالمنسوب \Rightarrow الاسطوانة كل شكل مجسم يحيط به سطحان متوازيان وسطح أو سطوح واصله بين السطحين المتوازيين \Rightarrow والاسطوانة المستديرة كل شكل مجسم يحيط به دائرتان متساويتان متوازيتان وسطح مستدير واصل بينهما وفي تحدث من دوران ذي أربعة اضلاع جميع زواياه قوام أثبت أحد اضلاعه إلى أن يعود إلى وضعه الأول فذلك الخط الثابت سهم الاسطوانة وكل واحد من الدائرتين قاعدتها والسهم أن كان قائماً على سطح الدائرة فالاسطوانة قائمة والا فهي مائلة وإذا قطعت الاسطوانة بسطح مستو يمر على سهمه حدث في الاسطوانة ذوا الأربعة اضلاع وأن كان الضلع الثابت مساوياً لقطر قاعدتها فسمكها يساوي ثخنها وأن كان أطول فسمكها أطول وأن كان أقصر فاقصر ويعلم مما ذكرنا أن الاسطوانة المستديرة متساوية الثخن \Rightarrow شكل مجسم يحيط به سطح واحد مستدير يمكن أن يفرض في داخله نقطة تكون جميع الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة إلى السطح المحيط متساوية فهو الكرة \Rightarrow ويسمى السطح المحيط بها بحيط الكرة \Rightarrow والخطوط انصاف اقطارها \Rightarrow والخارج منها في الجهتين إلى المحيط قطرها \Rightarrow وفي تحدث من دوران نصف

نصف دائرة أثبت قطرها إلى أن يعود إلى وضعه الأول \Rightarrow فكل قطر يتحرك الكرة عليه محور الكرة \Rightarrow وكل واحد من النقطتين اللتين هما نهايتا المحور قطبها فالقطبان مع المحور ثابتة غير متحركة عند دوران الكرة \Rightarrow كل شكل مجسم يرتفع من سطح يحيط به سطوح وينتهي إلى نقطة مقابلة لذلك السطح فهو المخروط \Rightarrow والمخروط المستدير كل شكل مجسم يرتفع من دائرة وينتهي إلى نقطة مقابلة لتلك الدائرة ويسمى المخروط الصنوبري \Rightarrow ومخروط الاستوانة المستديرة \Rightarrow والمخروط المستدير يحدث من دوران مثلث قائم الزاوية أثبت أحد ضلعيه المحيطين بالقائمة إلى أن يعود المثلث إلى وضعه الأول \Rightarrow ويسمى الضلع الثابت سهم المخروط \Rightarrow فإن كان قائماً على قاعدة المخروط يسمى المخروط قائماً \Rightarrow والا فهو مائل \Rightarrow وإذا قطع المخروط بسطح مستو يمر على سهم المخروط حدث فيه مثلث يقال له مثلث المخروط \Rightarrow فالزاوية التي عند رأس المخروط من زوايا المثلث الحادث قائمة أن كان الضلعان المحيطان بالزاوية القائمة من المثلث الذي حدث المخروط من ادارته متساويين \Rightarrow ومنفرجة أن كان الضلع الثابت أصغر \Rightarrow وحادة أن كان أطول \Rightarrow الزاوية المجسمة كل جسم يحيط به سطح واحد منته عند نقطة واحدة أو أكثر من زاويتين مسطحتين مجتمعته عند نقطة واحدة كلها في جهة واحدة من تلك النقطة ولا يكون زاويتان من تلك الزوايا في سطح واحد \Rightarrow وقد بينا في صدر المقالة الأولى أن نخرج خطاً مستقيماً على استقامته إلى غير النهاية \Rightarrow وأن نرسم على أي سطح نقطة \Rightarrow وأن لا يحيط خطان مستقيمان بسطح مستو فلنا أن نخرج أي سطح مستو إلى غير النهاية \Rightarrow وأن يتوهم سطحاً يمر بأي نقطة وبأي خط \Rightarrow ولا يمكن أن يحيط سطحان مستويان بجسم مائل المثلثات بزوايا مجسمة ثلثة \Rightarrow

الاشكال

١

لا يمكن أن يكون خط واحد مستقيم بعضه في

سطح مستو وبعضه في السمك \Rightarrow



برهانه والا فليكن من خط \overline{AB} الواحد

المستقيم بعضه وهو \overline{AB} في سطح مستو وبعضه وهو \overline{CD} في السمك ولنا أن نخرج أي خط مستقيم كايين في سطح على استقامته في ذلك السطح فلنخرج خط \overline{AB} على استقامته فيه إلى \overline{D} فيكون خط \overline{AB} \overline{D} خطين مستقيمين متصلين بخط \overline{AB} على استقامته وقد بينا استحالة في صدر

المقالة الاولى هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين متقاطعين فهما في سطح واحد وكل مثلث فهو في سطح واحد

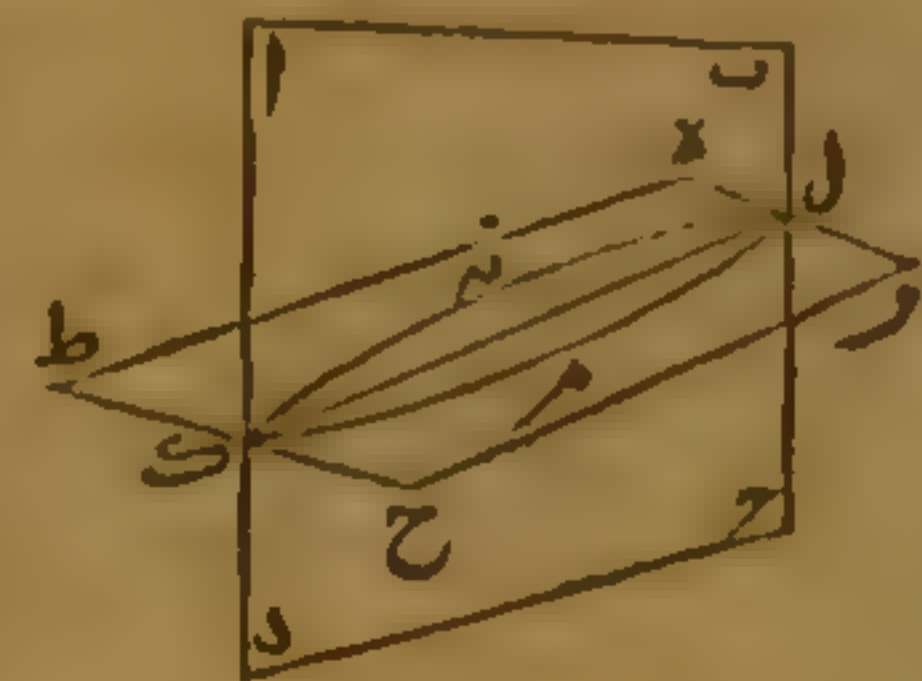
ليكن خطا AB و CD مستقيمين متقاطعين على نقطة E ونرسم على خطي AB و CD نقطتي R و S نحاذي الوضع لنقطة E ونصل بينهما بخط مستقيم فاقول ان خطي AB و CD في سطح واحد وكذلك مثلث RES برهانه لو لم يكن في سطح واحد لكان بعضه في السطح وبعضه في السمك فيكون بعض من كل واحد من خطي AB و CD و RS في السطح وبعضه في السمك هذا خلف بالشكل المتقدم وخطا AB و CD كائنان في سطح المثلث فلا يمكن ان يكون بعض من احدهما في ذلك السطح وبعضه الآخر في السمك بالشكل المتقدم بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل سطحين متقاطعين فان الفضل المشترك

بينهما خط واحد مستقيم

وليتقاطع سطحا AB و CD في E وليكن الفضل المشترك بين ضلعي AD و BC نقطة F وبين ضلعي BE و CE نقطة G فاقول ان الفضل المشترك بين سطحي AB و CD خط واحد مستقيم وهو خط FG برهانه والا فنصل بين نقطتي F و G بخط مستقيم في سطح AB وهو خط FM وبين نقطتي F و G في سطح CD بخط مستقيم وهو خط GN فخطا FM و GN خطان مستقيمان متصلان على نقطتي F و G ومتباعدان فيما بينهما فهما يحيطان بسطح هذا خلف بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

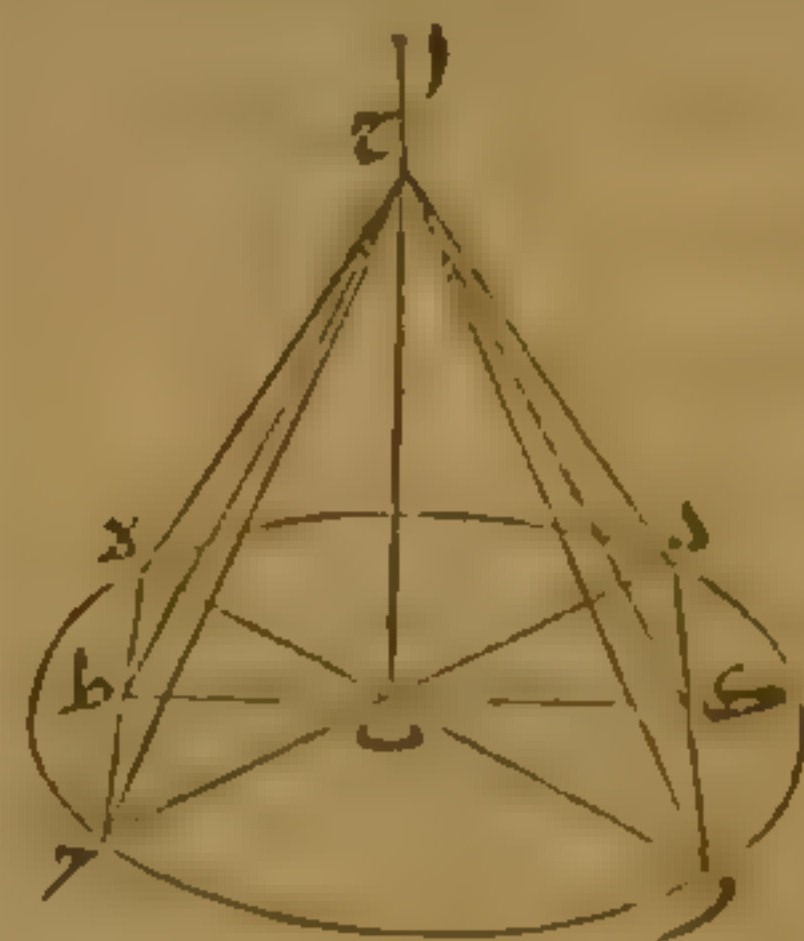


كل خط مستقيم قام على الفضل المشترك بين

خطين

خطين مستقيمين عمودا عليهما فهو عمود على سطحهما

ليكن خط AB المستقيم عمودا على خطي CD و DE المستقيمين المتقاطعين على نقطة B فاقول ان خط AB عمود على سطح خطي CD و DE برهانه نرسم على نقطة B وبعيد خط من خطوط CD و DE ب B و D ب B ليس اعظم من باقية دائرة ولم يكن ذلك الخط BC وليمر بحيطها على المحوطة الباقية بنقط F و G ونصل بين كل واحدة من



نقطتي F و G ب B بخط مستقيم ولان زاويتي CD و DE من مثلثي BCD و BCD متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي والاضلاع المحيطة بهما متساوية فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة CD كقاعدة DE وزاوية BCD كزاوية BCD وزاوية BCD كزاوية BCD خط BC يوازي خط DE بالشكل السابع

والعشرين من الاولي ونرسم على قاعدة DE نقطة H ونصل بينها وبين نقطة B بخط مستقيم ونخرج على استقامته في جهة B الى I ينتهي الى قاعدة DE على نقطة P فخط AP كاي في سطح خطي CD و DE بالشكل الثاني فزاوية BCD كزاوية BCD وضلع BC كضلع BC بالشكل السادس والعشرين من الاولي قاعدة BC كقاعدة BC ونرسم على خط AB نقطة J ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط F و G و H و I بخط مستقيم فلان ضلع BC كضلع BC وضلع BC مشترك بين مثلثي BCD و BCD وكل واحدة من زاويتي BCD و BCD قائمة فبالشكل الرابع من الاولي ضلع BC كضلع BC وبمثله تبين ان ضلع BC كضلع BC مثلثي BCD و BCD متساوية على التناظر فبالشكل الثامن من الاولي زاويتا المتناظرة متساوية فزاوية BCD كزاوية BCD والاضلاع المحيطة بهما متساوية على التناظر فبالشكل الرابع من الاولي ضلع BC كضلع BC وضلع BC مشترك بين مثلثي BCD و BCD فزاوية BCD كزاوية BCD وبمثله تبين ان خط AB عمود على كل يخرج في سطح خطي CD و DE يلقي نقطة B فخط AB عمود على سطح خطي CD و DE وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم قام على الفضل المشترك بين

ثلاثة خطوط مستقيمة واحاط مع كل واحد منها
بزواية قائمة فالخطوط الثلاثة في سطح واحد

ليكن خط AB قائم على نقطة B الفصل المشترك بين خطوط BA و BD
 BE المستقيمة وكل واحد من زوايا ABD و ABE قائمة فاقول ان خطوط
 BA و BD و BE في سطح واحد برهانه والا فليكن خط BD ليس في سطح
 BA و BE فلان خطي AB و BD في سطح واحد بالشكل الثاني وليس ذلك
السطح سطح خطي BA و BE والسطحان متلاقيان عند نقطة B فليكن
الفصل المشترك بينهما خط واحد مستقيم بالشكل
الثالث وليكن ذلك خط BA ولان خط AB عمود على
كل واحد من خطي BD و BE فهو عمود على سطحهما
بالشكل المتقدم وخط BA كاي في ذلك السطح فخط
 AB عمود على خط BD فزاوية ABD قائمة وكانت
زاوية ABE قائمة فجزا الشئ يساوي كله هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



كل خطين كل منها عمود على سطح بعينه فهما

متوازيين

ليكن خطا AB و CD عمودين على سطح ما فاقول انهما
متوازيان برهانه نصل بين نقطتي B و C بخط مستقيم
من ذلك السطح ونخرج من نقطة D عمود DE على خط
 BC في السطح المفروض بالشكل الحادي عشر من
الاولي ونرسم على خط AB نقطة R كيف اتفق
ونفصل DC من D مثل RB بالشكل الثالث من
الاولي ونصل بين نقطة R وكل واحدة من نقطتي D
و C بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي R و C فلان ضلعي
 BR و CD والزواية التي بينهما تساوي ضلعي DC و CB والزواية التي بينهما
كل لنظيره فقاعدته DR يساوي قاعدته BC بالشكل الرابع من الاول ولان
اضلاع BC و DR يساوي اضلاع BC و DR مثلث BCD و DR كل لنظيره فزاوية
 BCD القائمة تساوي زاوية DR القائمة بالشكل الثامن من الاول فهي قائمة
فخط DE عمود على خطوط DC و DR فهي في سطح واحد بالشكل الخامس
فعمودا AB و CD في ذلك السطح وزاويتا ABD و CDR كقائمتين فهما متوازيان
بالشكل



بالشكل الثامن والعشرين من الاول وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط مستقيم خرج من أحد الخطين المتوازيين

إلى الآخر كيف كان فهو في سطحهما



ليكن خطا AB و CD المتوازيين وخرج خط AC المستقيم
من خط AB إلى خط CD الموازي له فاقول انه في سطح
خطي AB و CD برهانه فلان خط AC لو لم يكن في
سطح خطي AB و CD لكان في سطح آخر فذلك السطح يقطع
سطح خطي AB و CD يكون كل واحد من نقطتي A و C في كل
واحد من السطحين فالفصل المشترك بينهما خط مستقيم بالشكل الثالث
وليكن هو خط AC وخط AC هو المستقيم متحد بين الاطراف
متباعدين الاوساط فهما يحيطان بسطح هذا خلف فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين متوازيين احدهما عمود على سطح

فالاخر عمود عليه ايضا

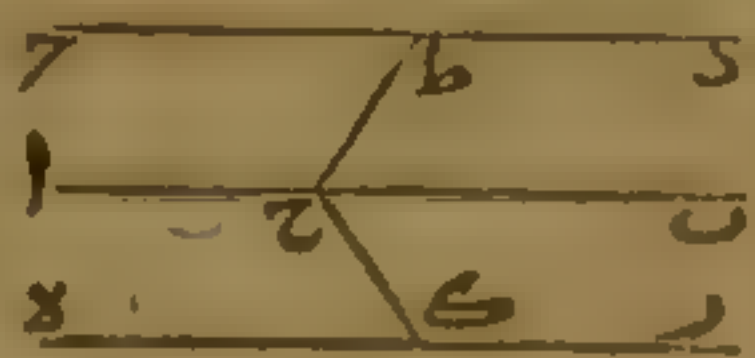


ليكن خطا AB و CD المتوازيين و AB عمود على سطح
مفروض فاقول ان CD عمود على ذلك السطح ايضا برهانه
نصل بين نقطتي B و C بخط مستقيم فهو في سطح خطي
 AB و CD المتوازيين بالشكل المتقدم وزاوية ABC قائمة
فزاوية BCD قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول
ونخرج من نقطة D عمود DE على خط BC في السطح المفروض
بالشكل الحادي عشر من الاول ونرسم على خط AB نقطة R
كيف اتفق ونفصل DC من D مثل RB بالشكل
الثالث من الاول ونصل بين نقطة R وكل واحدة من نقطتي D
و C بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي R و C فلان ضلعي
 BR و CD والزواية التي بينهما تساوي ضلعي DC و CB والزواية التي بينهما
كل لنظيره فقاعدته DR يساوي قاعدته BC بالشكل الرابع من الاول ولان
اضلاع BC و DR يساوي اضلاع BC و DR مثلث BCD و DR كل لنظيره فزاوية
 BCD القائمة تساوي زاوية DR القائمة بالشكل الثامن من الاول فهي قائمة
فخط DE عمود على خطوط DC و DR فهي في سطح واحد بالشكل الخامس
فعمودا AB و CD في ذلك السطح وزاويتا ABD و CDR كقائمتين فهما متوازيان
بالشكل

ردح قائمة فخط د ه عمود على خط د ر فهو عمود على خط د ه وكان عمودا على خط ب د ف د عمود على سطح خطي ب د د بالشكل الرابع وهو السطح المفروض فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين يوازيان خطا وليسامعه في سطح

واحد فهما متوازيان



ليكن خطا د ه ر يوازيان خط ا ب وليسا معه في سطح واحد فاقول ان د ه ر متوازيان برهانه نرسم على خط ا ب نقطة كيف ما وقعت ونخرج منها عمودي ح ط ح الى خطي د ه ر في سطحي ا د ا بالشكل الثاني عشر من الاولي ولان كل واحدة من زاويتي ح ط ح ا ح قائمة فكل واحدة من زاويتي ا ح ط ا ح قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاب عمود على كل واحد من عمودي ح ط ح ا وقد وقع على فصليهما المشترك فهو عمود على سطح العمودين بالشكل الرابع فكل من خطي د ه ر عمود على ذلك السطح بالشكل المتقدم فخط د ه يوازي ر بالشكل السابع وذلك ما اردنا ان نبين وهذا الحكم يتعكس كلما بالبرهان المذكور

كل زاويتين اضلاعهما النظائرتان متوازيتان وليست

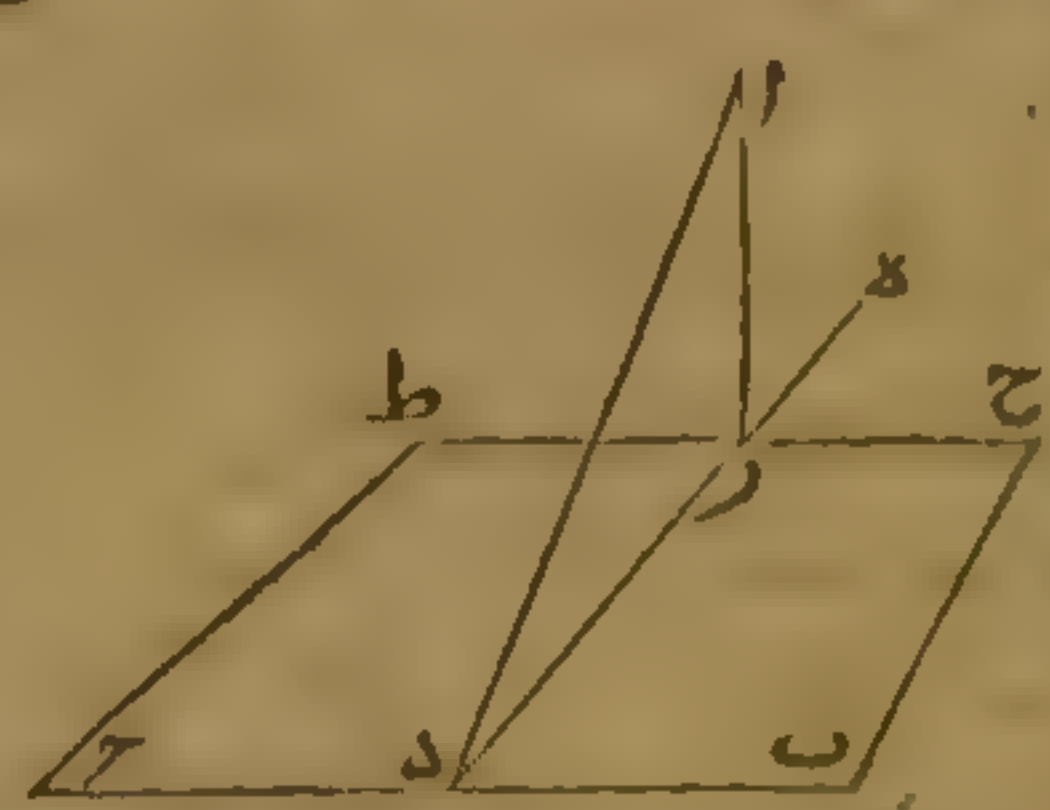
كلهما في سطح واحد فهما متساويتان



ليكن ضلعا ا ب ح من زاوية ا ب ح يوازيان ضلعي د ه ر من زاوية د ه ر كل لنظيره وليست الاضلاع كلها في سطح واحد فاقول ان زاويتي ا ب ح د ه ر متساويتان برهانه نجعل ا ب مساويا ل د ه بالشكل الثالث من الاولي ونصل خطوط ا د ر ا د ح ر ب ه المستقيم فلان ا ب د ه متوازيان ومتساويان وكذلك ب ح و ر فكل من خطي ا د ر يوازي ب ه ويساويه بالشكل الثالث والثلاثين من الاولي فاد يوازي ح ر بالشكل الثلاثين من الاولي وهو يساويه خط ا ح يساوي د ر بالشكل الثالث والثلاثين من الاولي وليساوي اضلاع مثلثي ا ب د ه المتناظرة تساوي زاوية ا ب ح زاوية د ه ر بالشكل الثامن من الاولي وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان زاوية ا ب ح قد تكون على وضع زاوية د ه ر كما

د ه ر كما ذكرنا وقد لا تكون كزاوية ح ط ب فنخرج خطي ح ب ط ب في جهة ب الى نقطتي آ ر ونبين ان زاوية ا ب ح المساوية لزاوية ح ط ب بالشكل الخامس عشر من الاولي كزاوية د ه ر كما مر فيحصل المطلوب

لنا ان نخرج من نقطة في السمك عمودا على سطح



مفروض

ليكن نقطة آ في سمك سطح مفروض فنرسم في ذلك السطح خط ب ح المستقيم ونفرض سطحا يمر بالنقطة وبالمخط المرسوم ونخرج من نقطة آ عمودا د في ذلك السطح على خط ب ح

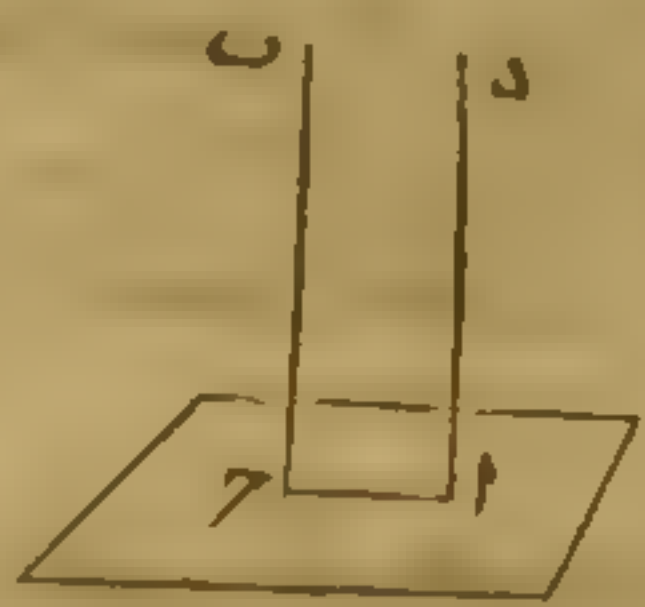
بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج من نقطة د على ب ح عمود د ه في السطح المفروض اولا بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان خطي ا د د ه في سطح واحد بالشكل الثاني فنخرج من نقطة في سطح خطي د ه د الى خط د ه عمود ا ر بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج من نقطة ر في السطح المفروض اولا خط ح ط موازيا لمخط ب ح بالشكل الواحد والثلاثين من الاولي فاقول ان خط ا ر عمود على السطح المفروض اولا برهانه فلان كل واحد من خطي ا د د ه عمود على ب ح فهو عمود عليهما وقد وقع على فصليهما المشترك فهو عمود على سطحيهما بالشكل الرابع ولان ح ط يوازي ب ح العمود على سطح خطي ا د د ه فح ط عمود على سطحيهما بالشكل الثامن فيكون عمودا على ا ر فار عمود عليه وكان عمود على د ه وقد وقع على نقطة ر الفصل المشترك بين خطي د ه ح ط فخط ا ر عمود على سطحيهما اعني السطح المفروض اولا بالشكل الرابع وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود ا ر يمكن ان يقع مباينا لمخط ا د وقد بيناه ويمكن ان ينطبق عليه وحينئذ لا يحتاج الى اخراج خط ح ط موازيا ب ح فلان عمود ا ر حينئذ عمود على خطي د ه ب ح وقد وقع على نقطة د فصليهما المشترك فهو عمود على سطحيهما بالشكل السابع وهو السطح المفروض اولا

يب

لنا ان نخرج من نقطة على سطح عمودا عليه

ليكن النقطة آ فنخرج من نقطة ب في السمك عمودا ب ح على السطح الذي فيها نقطة آ بالشكل المتقدم فان وقع العمود على نقطة آ فب ح عمود على

السطح والآ فصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم
فخطي آ ح ب في سطح واحد بالشكل الثاني
فأخرج من نقطة آ في ذلك السطح خط آ د موازيا
لب ح بالشكل الواحد والثلاثين من الأول فاد
عمود على السطح المفروض بالشكل الثامن وذلك ما
أردنا أن نبين



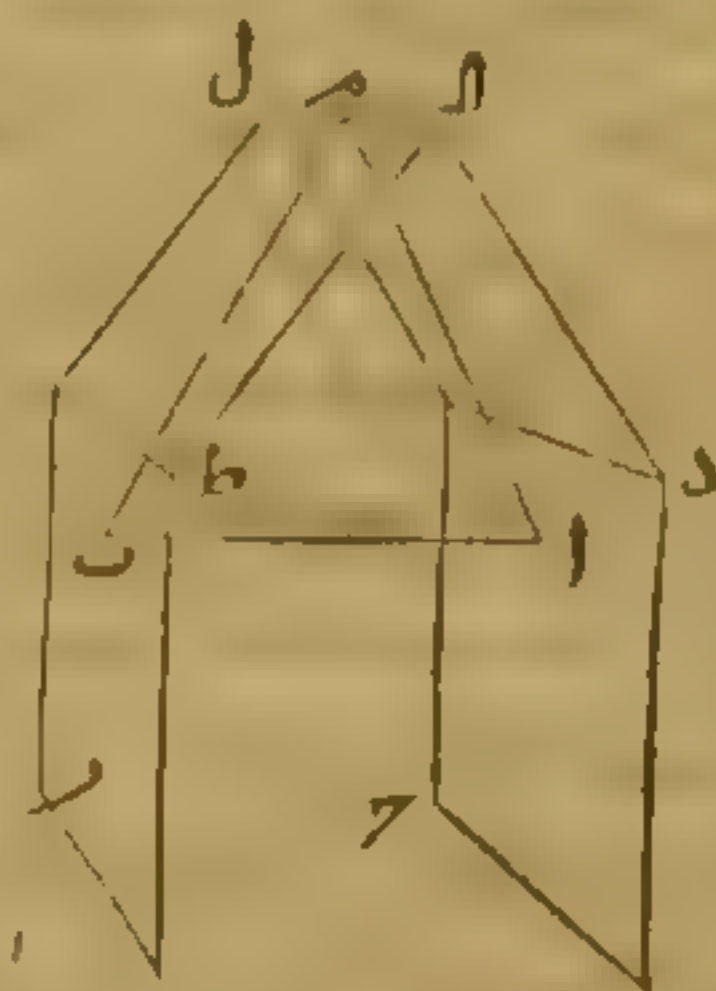
لا يمكن أن يقوم على سطح واحد عمودان

والأ فليخرج من نقطة آ الكائنة في السطح
المفروض عمودا ب آ ح عليه بالشكل المتقدم
فعمودا آ ب ح في سطح واحد بالشكل الثاني
ولم يكن الفصل المشترك بين السطحين المفروض
والعمودين خط د آ ع بالشكل الثالث لكونهما
متلاقين فزاويتا ب آ د ح لكونهما قائمتين متساويتين فجزء الشيء
يساوي كله فالحكم ثابت وذلك ما أردنا أن نبين



كل سطحين خط واحد عمود عليهما فهما متوازيان

ليكن خط آ ب عمودا على سطحين ح د ط فاقول
أنهما متوازيان والآ فليبتقيا فيكون الفصل
المشترك بينهما خطا مستقيما بالشكل الثالث
وليكن هو خط آ ل ونرسم عليه نقطة م كيف
اتفق ونصل بينها وبين كل واحد من نقطتي
آ ب بخط مستقيم فلان آ ب عمود على السطحين
فهو عمود على كل واحد من خطي م آ م ب
فزاويتا م آ ب م ب آ من مثلث م آ ب قائمتان
وكل زاويتي مثلث أصغر من قائمتين بالشكل
السابع عشر من الأول هذا خلف فالسطحان



متوازيان وذلك ما أردنا أن نبين

كل سطحين يحيط باحدهما خطان يوازيان خطين
يحيطان بالآخر والخطوط كلها غير كائنه في سطح
واحد

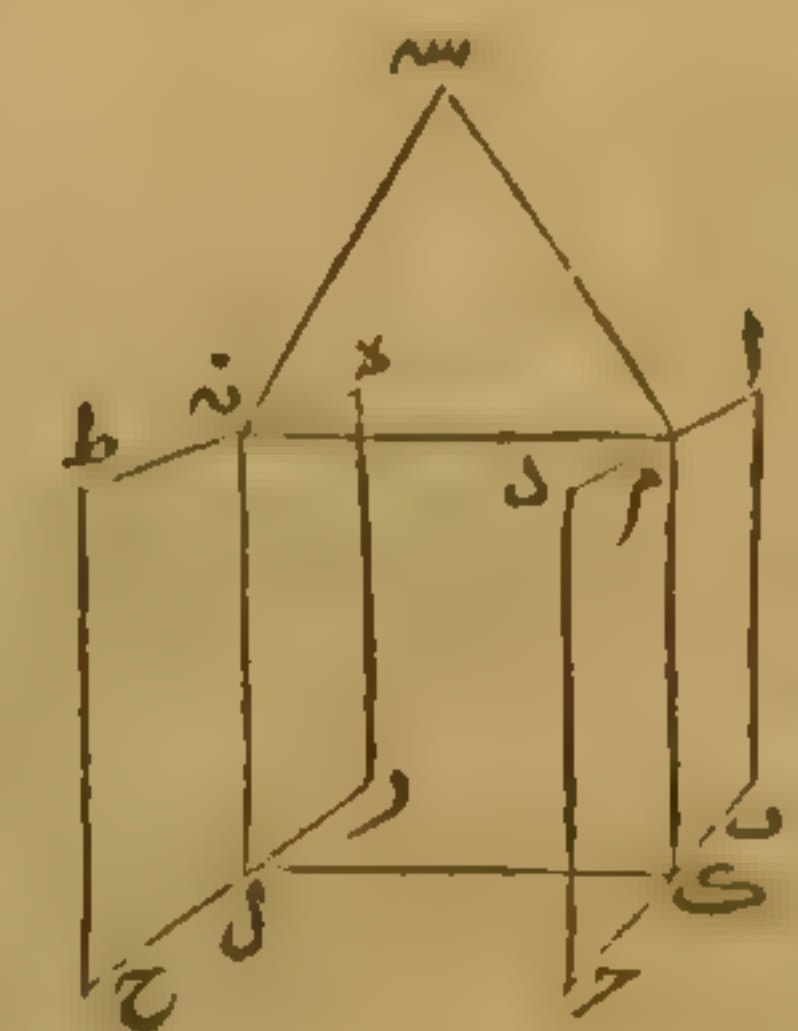
واحد فالسطحان متوازيان



ليكن خط آ ب ح المحيطان ب سطح آ ب ح
يوازيان خطي د ه ه المحيطان ب سطح د ه ر
والخطوط الأربعة غير كائنه في سطح واحد
فأقول أن سطحين آ ب ح د ه متوازيان فأخرج من نقطة ب عمود ب ح على
سطح د ه بالشكل الحادي عشر وأخرج من نقطة ح خطي ح ط ح آ موازيين
لخطي د ه ر بالشكل الواحد والثلاثين من الأول فلان خطي آ ب ح ط
يوازيان خطي د ه وخطي ب ح ح آ يوازيان خط ر ه ولتست الخطوط
المذكورة كلها في سطح واحد فخطا ب آ ب ح يوازيان خطي ح ط ح آ
بالشكل التاسع وقد وقع خط ب ح على كل متوازيين منها وكل من
زاويتي ب ح ط ب ح آ قائمة لكون ب ح عمودا على سطح د ه فكل واحد من
زاويتي آ ب ح ح ط قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الأول فخط ب ح
عمود على كل من خطي ب آ ب ح وقد وقع على فصليهما المشترك فهو عمود
على آ ب ح بالشكل الرابع وكان عمودا على سطح د ه فسطحا آ ب ح د ه
متوازيان بالشكل المتقدم وذلك ما أردنا أن نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح آ ما ان يقع على نقطة د ه أو على
احد خطي د ه ر أو داخل زاوية د ه ر أو خارجها وينطبق احد
خطي ح ط ح آ على احد خطي د ه ر أو لا ينطبق والاول لا يحتاج الي
إخراج خط ح ط ح آ والاخير مذكور في الكتاب والوجه الباقى مثل ما
ذكرناه

كل سطح فصل لسطحين متوازيين ففصلاهما

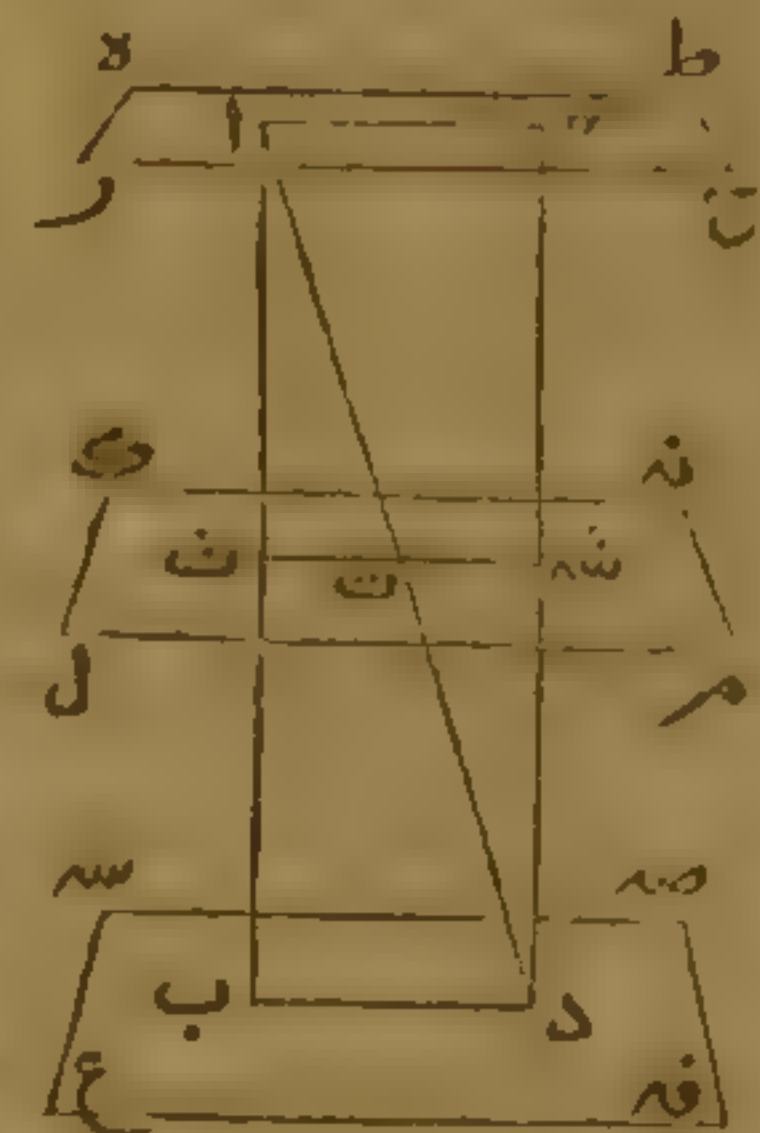
المشتركان متوازيان



ليكن سطحا آ ب ح د ه ح ط فصل لسطحين آ ل د ه
والفصل المشترك بين كل سطحين متقاطعين
مستقيم بالشكل الثالث وليكن الفصل
المشترك بينهما خطي آ م ن د فاقول أنهما
متوازيان والآ فليبتقيا وليكن الالتقاء على
نقطة س ه فخط آ م س ه في سطح آ ب ح د ه ول ن ه س ه
في سطح د ه ر ح ط بالشكل الأول فالسطحان
المتوازيان متلاقيان هذا خلف فالحكم
ثابت وذلك ما أردنا أن نبين

كل خطين فصلتهما سطوح متوازنة فصلتهما

على نسبة واحدة



ليكن مخطا أب د فصلتهما سطوح هـ رح ط
ال م ن هـ ع ف ص المتوازية علي نقط أ ث ب
ح ش د فاقول ان نسبة أ ث إلى ث ب كنسبة
ح ش إلى ش د برهانه فصل بين كل
واحد من نقطتي أ ح ب د أ د بخط مستقيم
مقط أ د يجتاز علي سطح الم فليجتز علي نقطة
ت فلان مثلث أ ح د فصل بسطحي ح الم
علي خطي أ ح ت ش و مثلث أ ب د بسطحي

الم سلم علي خطاي بـ د ث ت حفظ ا ح يوازي ت شـ و بـ د يوازي ت ث
 بالشكل المتقدم فنسبة حـ شـ الي شـ د كنسبة ا ت الي تـ د ونسبة ا ت الي
 ث ب كنسبة ا ت الي تـ د بالشكل الثاني من السادسة فنسبة حـ شـ الي شـ د
 كنسبة ا ت الي ث ب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا
 ان نـ

بكل خط عمود على سطح فكل سطح فصل ذلك

السطح ما را بالعمود يفصله على قوائم *

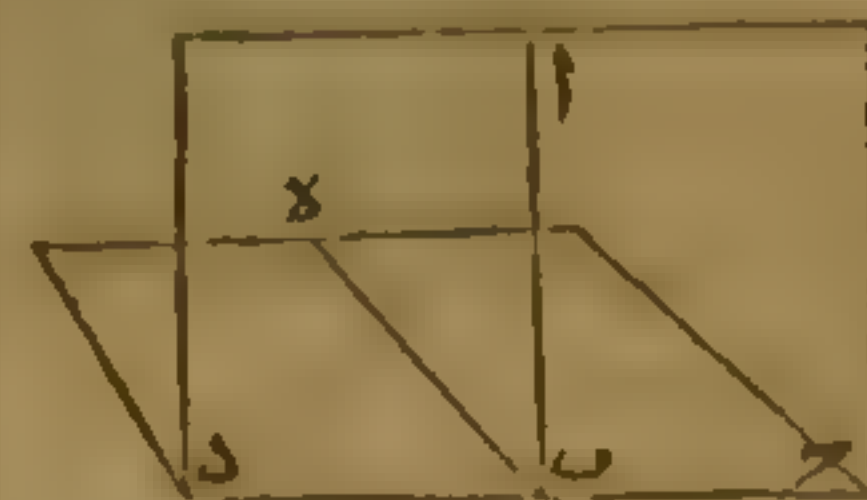
ليكن العمود خط AB على السطح المفروض
وفصله سطح يمر بخط AB فاقول أنه
يفصله على قوايم فلان الفصل المشترك بين
كل سطحين متفاصلين خط مستقيم
بالشكل الثالث فليكن AB هو الفصل



المشترك بينهما ونرسم عليه نقطة ϵ ونخرج منها في السطح الفاصل عمود $\epsilon \delta$ على خط $\alpha \beta$ بالشكل الحادي عشر من الاولي فهو يوازي عمود $\alpha \beta$ بالشكل التاسع والعشرين من الاولي و $\alpha \beta$ عمود على السطح المفروض فـ $\delta \epsilon$ عمود عليه ايضا بالشكل الثامن فيحيط عمود $\delta \epsilon$ مع كل خط يخرج في السطح المفروض ملاقبا لنقطة ϵ بزاوية قائمة وكذلك كل عمود يخرج في السطح الفاصل على الفاصل المشترك فالسطحان متقاطعان على قوايم بالمصادره وذلك ما اردنا ان نثبت

واقول

وأقول كل عمود يخرج علي الفصل المشترك بين كل سطحين متماصلين علي قوايم في احدهما وهو عمود علي الآخر \Rightarrow ليكون \overline{AB} عمودا علي \overline{CD}



الفصل المشترك بين السطحين المقروضين
وهو في احدهما ونخرج من نقطة ب علي
حد عمود ب في السطح الآخر المفاصلين
ق اب عمود علي ب بالمصادرة وكان عمود ا علي
حد ق اب عمود علي كل واحد من خطي ب

٢٠٠
 ٢٠١
 ٢٠٢
 ٢٠٣
 ٢٠٤
 ٢٠٥
 ٢٠٦
 ٢٠٧
 ٢٠٨
 ٢٠٩
 ٢١٠
 ٢١١
 ٢١٢
 ٢١٣
 ٢١٤
 ٢١٥
 ٢١٦
 ٢١٧
 ٢١٨
 ٢١٩
 ٢٢٠
 ٢٢١
 ٢٢٢
 ٢٢٣
 ٢٢٤
 ٢٢٥
 ٢٢٦
 ٢٢٧
 ٢٢٨
 ٢٢٩
 ٢٣٠
 ٢٣١
 ٢٣٢
 ٢٣٣
 ٢٣٤
 ٢٣٥
 ٢٣٦
 ٢٣٧
 ٢٣٨
 ٢٣٩
 ٢٤٠
 ٢٤١
 ٢٤٢
 ٢٤٣
 ٢٤٤
 ٢٤٥
 ٢٤٦
 ٢٤٧
 ٢٤٨
 ٢٤٩
 ٢٥٠
 ٢٥١
 ٢٥٢
 ٢٥٣
 ٢٥٤
 ٢٥٥
 ٢٥٦
 ٢٥٧
 ٢٥٨
 ٢٥٩
 ٢٦٠
 ٢٦١
 ٢٦٢
 ٢٦٣
 ٢٦٤
 ٢٦٥
 ٢٦٦
 ٢٦٧
 ٢٦٨
 ٢٦٩
 ٢٧٠
 ٢٧١
 ٢٧٢
 ٢٧٣
 ٢٧٤
 ٢٧٥
 ٢٧٦
 ٢٧٧
 ٢٧٨
 ٢٧٩
 ٢٨٠
 ٢٨١
 ٢٨٢
 ٢٨٣
 ٢٨٤
 ٢٨٥
 ٢٨٦
 ٢٨٧
 ٢٨٨
 ٢٨٩
 ٢٩٠
 ٢٩١
 ٢٩٢
 ٢٩٣
 ٢٩٤
 ٢٩٥
 ٢٩٦
 ٢٩٧
 ٢٩٨
 ٢٩٩
 ٣٠٠
 ٣٠١
 ٣٠٢
 ٣٠٣
 ٣٠٤
 ٣٠٥
 ٣٠٦
 ٣٠٧
 ٣٠٨
 ٣٠٩
 ٣١٠
 ٣١١
 ٣١٢
 ٣١٣
 ٣١٤
 ٣١٥
 ٣١٦
 ٣١٧
 ٣١٨
 ٣١٩
 ٣٢٠
 ٣٢١
 ٣٢٢
 ٣٢٣
 ٣٢٤
 ٣٢٥
 ٣٢٦
 ٣٢٧
 ٣٢٨
 ٣٢٩
 ٣٣٠
 ٣٣١
 ٣٣٢
 ٣٣٣
 ٣٣٤
 ٣٣٥
 ٣٣٦
 ٣٣٧
 ٣٣٨
 ٣٣٩
 ٣٤٠
 ٣٤١
 ٣٤٢
 ٣٤٣
 ٣٤٤
 ٣٤٥
 ٣٤٦
 ٣٤٧
 ٣٤٨
 ٣٤٩
 ٣٥٠
 ٣٥١
 ٣٥٢
 ٣٥٣
 ٣٥٤
 ٣٥٥
 ٣٥٦
 ٣٥٧
 ٣٥٨
 ٣٥٩
 ٣٦٠
 ٣٦١
 ٣٦٢
 ٣٦٣
 ٣٦٤
 ٣٦٥
 ٣٦٦
 ٣٦٧
 ٣٦٨
 ٣٦٩
 ٣٧٠
 ٣٧١
 ٣٧٢
 ٣٧٣
 ٣٧٤
 ٣٧٥
 ٣٧٦
 ٣٧٧
 ٣٧٨
 ٣٧٩
 ٣٨٠
 ٣٨١
 ٣٨٢
 ٣٨٣
 ٣٨٤
 ٣٨٥
 ٣٨٦
 ٣٨٧
 ٣٨٨
 ٣٨٩
 ٣٩٠
 ٣٩١
 ٣٩٢
 ٣٩٣
 ٣٩٤
 ٣٩٥
 ٣٩٦
 ٣٩٧
 ٣٩٨
 ٣٩٩
 ٤٠٠
 ٤٠١
 ٤٠٢
 ٤٠٣
 ٤٠٤
 ٤٠٥
 ٤٠٦
 ٤٠٧
 ٤٠٨
 ٤٠٩
 ٤١٠
 ٤١١
 ٤١٢
 ٤١٣
 ٤١٤
 ٤١٥
 ٤١٦
 ٤١٧
 ٤١٨
 ٤١٩
 ٤٢٠
 ٤٢١
 ٤٢٢
 ٤٢٣
 ٤٢٤
 ٤٢٥
 ٤٢٦
 ٤٢٧
 ٤٢٨
 ٤٢٩
 ٤٣٠
 ٤٣١
 ٤٣٢
 ٤٣٣
 ٤٣٤
 ٤٣٥
 ٤٣٦
 ٤٣٧
 ٤٣٨
 ٤٣٩
 ٤٤٠
 ٤٤١
 ٤٤٢
 ٤٤٣
 ٤٤٤
 ٤٤٥
 ٤٤٦
 ٤٤٧
 ٤٤٨
 ٤٤٩
 ٤٥٠
 ٤٥١
 ٤٥٢
 ٤٥٣
 ٤٥٤
 ٤٥٥
 ٤٥٦
 ٤٥٧
 ٤٥٨
 ٤٥٩
 ٤٦٠
 ٤٦١
 ٤٦٢
 ٤٦٣
 ٤٦٤
 ٤٦٥
 ٤٦٦
 ٤٦٧
 ٤٦٨
 ٤٦٩
 ٤٧٠
 ٤٧١
 ٤٧٢
 ٤٧٣
 ٤٧٤
 ٤٧٥
 ٤٧٦
 ٤٧٧
 ٤٧٨
 ٤٧٩
 ٤٨٠
 ٤٨١
 ٤٨٢
 ٤٨٣
 ٤٨٤
 ٤٨٥
 ٤٨٦
 ٤٨٧
 ٤٨٨
 ٤٨٩
 ٤٩٠
 ٤٩١
 ٤٩٢
 ٤٩٣
 ٤٩٤
 ٤٩٥
 ٤٩٦
 ٤٩٧
 ٤٩٨
 ٤٩٩
 ٥٠٠
 ٥٠١
 ٥٠٢
 ٥٠٣
 ٥٠٤
 ٥٠٥
 ٥٠٦
 ٥٠٧
 ٥٠٨
 ٥٠٩
 ٥١٠
 ٥١١
 ٥١٢
 ٥١٣
 ٥١٤
 ٥١٥
 ٥١٦
 ٥١٧
 ٥١٨
 ٥١٩
 ٥٢٠
 ٥٢١
 ٥٢٢
 ٥٢٣
 ٥٢٤
 ٥٢٥
 ٥٢٦
 ٥٢٧
 ٥٢٨
 ٥٢٩
 ٥٣٠
 ٥٣١
 ٥٣٢
 ٥٣٣
 ٥٣٤
 ٥٣٥
 ٥٣٦
 ٥٣٧
 ٥٣٨
 ٥٣٩
 ٥٤٠
 ٥٤١
 ٥٤٢
 ٥٤٣
 ٥٤٤
 ٥٤٥
 ٥٤٦
 ٥٤٧
 ٥٤٨
 ٥٤٩
 ٥٥٠
 ٥٥١
 ٥٥٢
 ٥٥٣
 ٥٥٤
 ٥٥٥
 ٥٥٦
 ٥٥٧
 ٥٥٨
 ٥٥٩
 ٥٦٠
 ٥٦١
 ٥٦٢
 ٥٦٣
 ٥٦٤
 ٥٦٥
 ٥٦٦
 ٥٦٧
 ٥٦٨
 ٥٦٩
 ٥٧٠
 ٥٧١

كل سطحين متماثلين يفصل كل منهما سطحاً

مفروضاً على قوائم ففصلهما المشترك عمود على السطح

المفروض



الفصل كل واحد من سطحي أبجد ومرحط
المتفاصلين سطحا مفروضا علي قوايم والنصل
المشترك بين سطحي أحج خط مستقيم
بالشكل الثالث وليكن هو خط ال فاقول ان

خط ال عمود علي السطح المفروض برهانه فلان الفصل المشترك بين سطحين
متفاصلين خط مستقيم بالشكل الثالث فليكن الفصل الشترك بين
سطحي α والمفروض خط β γ وبين سطحي δ ϵ والمفروض خط η θ فخط
ال لولم يكن عمود علي السطح المفروض فلنخرج من نقطة α الكائنة في
السطح المفروض عمود $\alpha\beta$ علي خط δ ϵ وفي سطح δ ϵ وعمود $\alpha\gamma$ علي خط β γ
في سطح α بالشكل الحادي عشر من الاولي فكل واحد من عمود $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ علي
السطح المفروض بالشكل المتقدم بل وبالشكل الرابع فقد قام علي السطح
المفروض عمود $\alpha\delta$ $\alpha\epsilon$ وقد خرجا من نقطة واحدة وقد بينا استحالة
ذلك في الشكل الثالث عشر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا
ان نبي

كل زاوية مجسمة يحيط بها ثلاث زوايا مسطحة

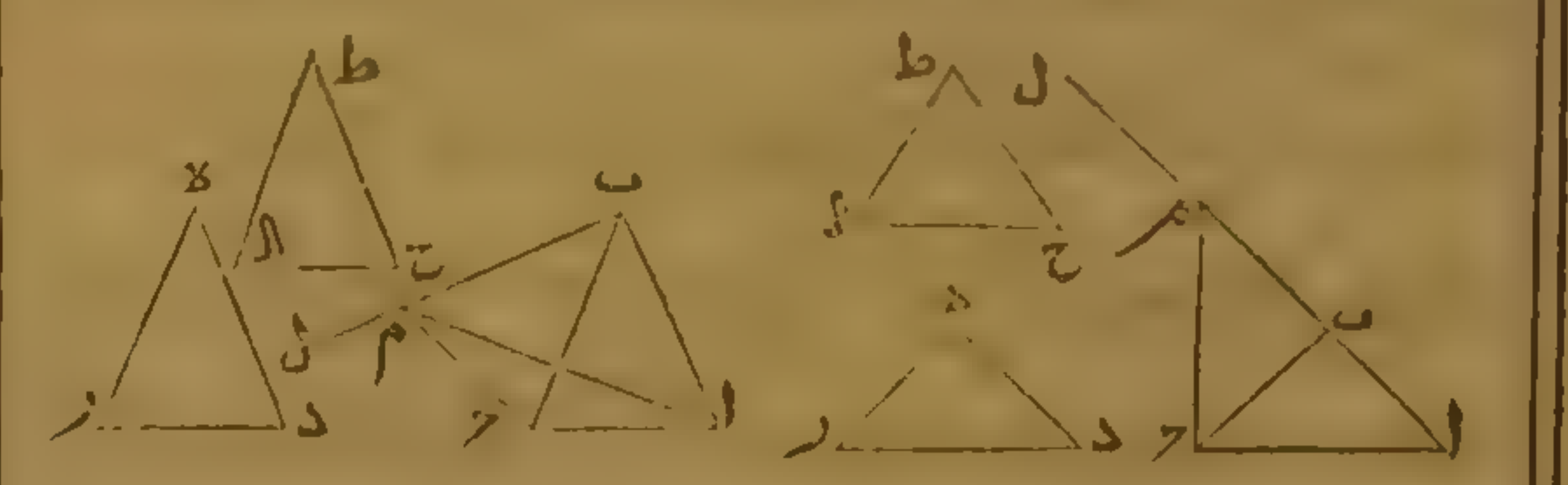
دوم بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونفصل من ضلع بـل بـم مساويا لضلع بـح

بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة م وبين كل واحدة من نقطتي آ ح بخط مستقيم

فلان ضلعي بـم وزاوية حـم من مثلث حـم بـم مساوية لضلعي ده ورو زاوية ده من مثلث دهر كل لنظيره فبالشكل الرابع من الاولي يكون وتر حـم كوتر دـر ووتر آ حـم معا اعظم من وتر آ م بالشكل العشرين من الاولي ولان زاوية آ بـم المساوية لزاويتي آ بـح دهر اللتين هما اعظم من زاوية حـط آ وضلعا آ بـم كضلعي حـط آ فبالشكل الرابع والعشرين من الاولي يكون وتر آ م اعظم من وتر حـآ وكان وتر آ حـم المساويان لوتر آ حـم معا اعظم من وتر آ م فوتر آ حـم معا اعظم من وتر آ م

من وتر حـآ فيمكن ان نرسم مثلثا من ثلث خطوط مساوية لاوتار آ حـم دهر حـآ الثلاثة بالشكل الثاني والعشرين من الاولي وكوتر آ م اختلاف وقوع فان

كانت الزوايا كلها حواد يقع بين ضلعي آ بـح وان كانت منفرجات يقع خارجا من ضلعي آ بـح وهذه صورتها

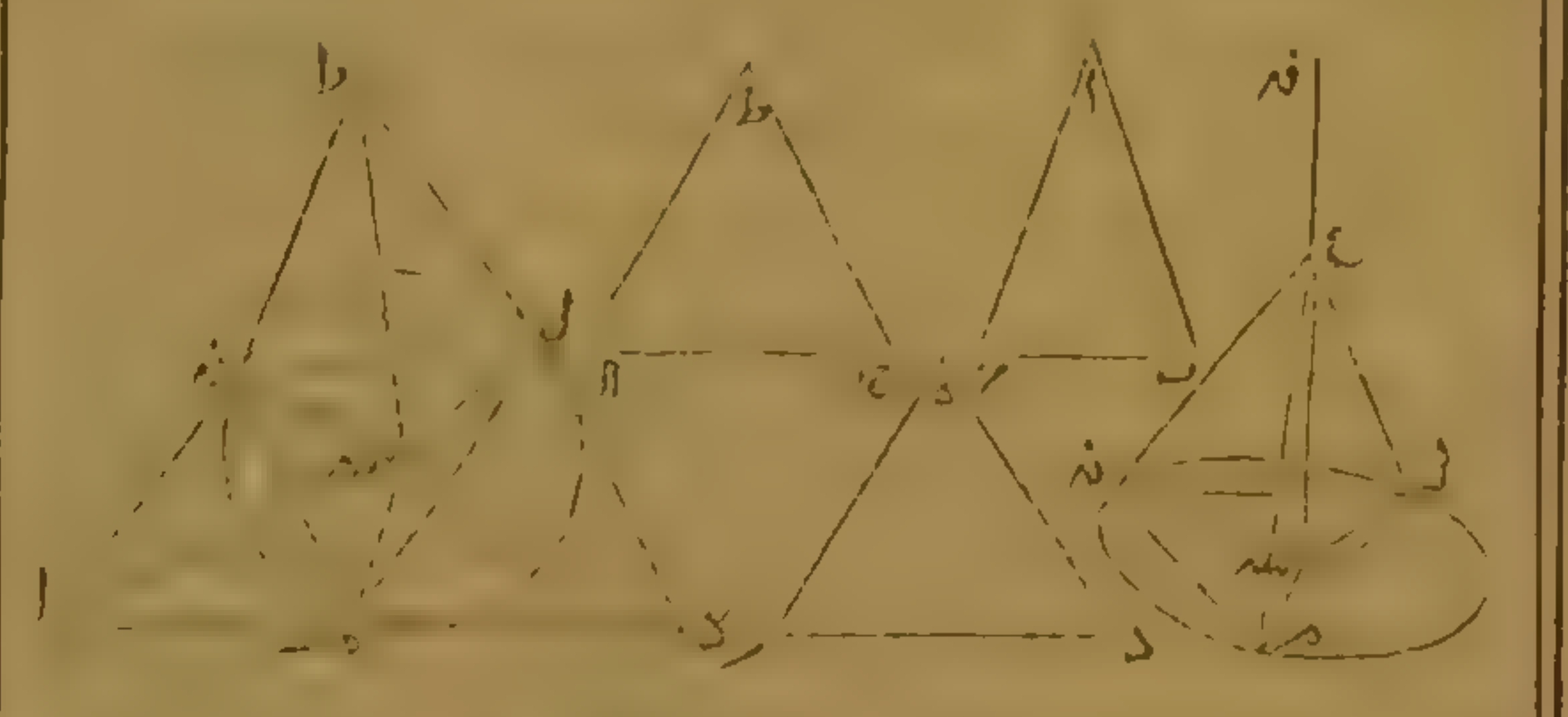


او اعظم من كل منهما بشرط ان يكون اصغر منهما معا فنيدين المطلوب بمثل ما بيناه في الشكل المتقدم ويكون لوتر آ م اختلاف وقوع فانه يقع بين ضلعي آ بـح ان كانت

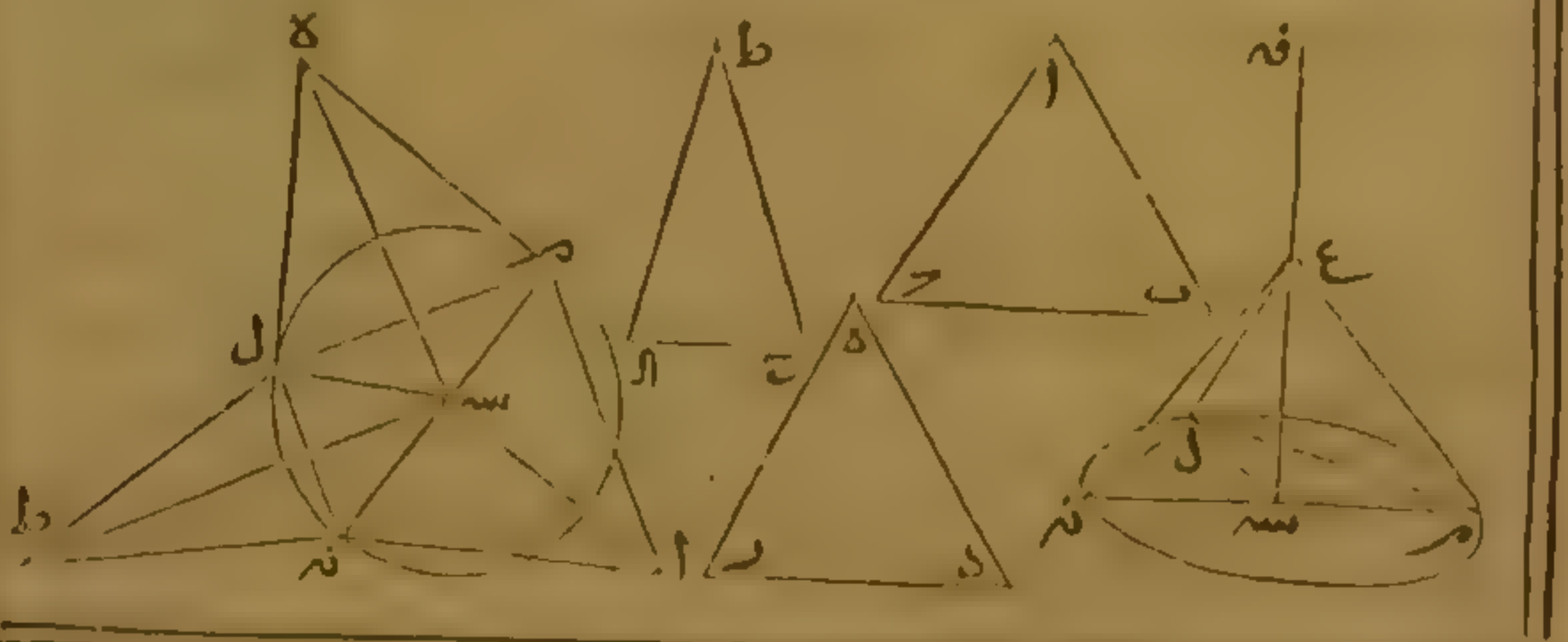
المساويتان

المتساويتان حادتين وينطبق علي ضلع آ بـ ان كانتا قائمتين ويقع خارجا عنهما ان كانتا منفرجتين وهذه صورتها

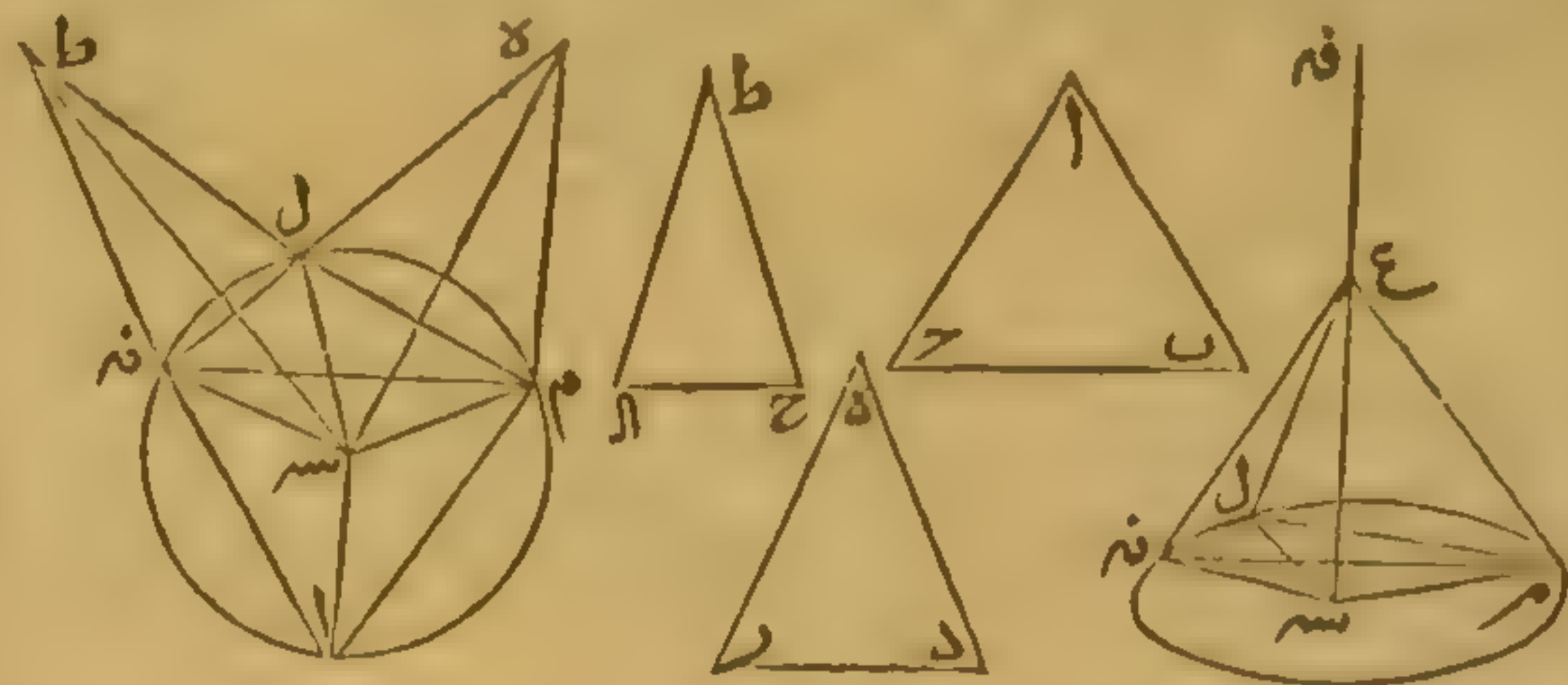
لنا ان نرسم من ثلث زوايا مسطحة كل ثنتين منها معا اعظم من الثالثة ومجموعها اصغر من اربع قوائم زاوية مجسمة



وليمكن الزوايا الثلاث في زوايا بـ آ حـ دهر حـط آ ولنجعل الخطوط المحيطة بها متساوية بالشكل الثالث من الاولي ونصل اوتار بـ حـ دهر حـ ل ونرسم منها مثلث لـ مـ نـ بالشكل المتقدم ويمكن مـ نـ يساوي بـ حـ ومـ لـ يساوي دهر لـ نـ حـ ونرسم علي مثلث لـ مـ نـ دائرة لـ مـ نـ بالشكل الخامس من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة سـ فهي اما



داخل المثلث ان كانت زواياه حواد او على احد اضلاعه ان كانت واحدة من زواياه قائمة او خارجة عنه ان كانت منفرجة بالشكل الثلاثين من الثالثة ونصل بين نقطة س و كل واحدة من نقط ل م ن بخط مستقيم ويركب وتر ب ح على ضلع م ن ودر على م ل وح ا على ل ن بحيث



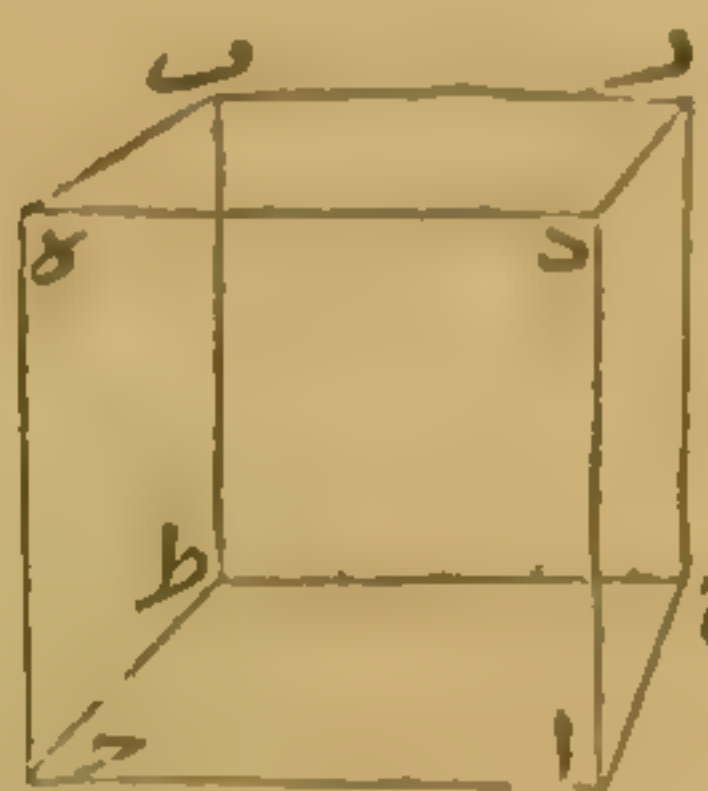
ينطبق سطوح الزوايا المذكورة على سطح دائرة ل م ن في خلاف جهة مركزها ونصل بينه وبين كل واحدة من نقط ا ب ج د ه ر ح ط ا ب بخط مستقيم فكل واحد من اضلاع زوايا با ح د ه ر ح ط ا ب اعظم من نصف قطر دائرة ل م ن والا لكان مساويا له او اصغر فان مساويا كانت زاوية م ا س تساوي زاوية م س ا وزاوية م س ا تساوي زاوية م س ا بالشكل الخامس من الاولى فزاوية م ا ن تساوي زاوية م س ن وبمثل هذا البيان تبين ان زاوية م ه ل تساوي زاوية م س ل وزاوية ل ط ن تساوي زاوية ل س ن والزوايا الثلاث التي عند المركز يعدل اربع قوائم باستبانة الشكل الخامس عشر من الاولى فزوايا با ح د ه ر ح ط ا يعدل اربع قوائم والمفروض انها اقل منها هذا خلف وان كان اصغر يلزم ان تكون زاوية م ا س اعظم من زاوية م س ا وزاوية م س ا اعظم من زاوية م س ا بالشكل الثامن عشر من الاولى فزاوية م ا ن اعظم من زاوية م س ن ولذلك تبين ان زاوية م ه ل اعظم من زاوية م س ل وزاوية ل ط ن اعظم من زاوية ل س ن فتكون زوايا با ح د ه ر ح ط ا اعظم من اربع قوائم وفرضت انها اقل منها هذا خلف فكل من اضلاع زوايا با ح د ه ر ح ط ا اعظم من نصف قطر دائرة ل م ن فنخرج من مركز س على سطح دائرة مود س ف بالشكل الثاني عشر ونصل منه ح د ر تمام مربع نصف القطر من مربع احد الاضلاع المحيطة بزوايا با ح د ه ر ح ط ا وهو خط س ع ونصل بين نقطة ع وكل واحدة من نقط ل م ن بخط مستقيم فخطوط ل ع م ع ن ع متساوية بالشكل السادس والاربعين من الاولى لان كل واحدة من الزوايا التي يحيط بها احد انصاف الاقطار مع العمود قائمة وكل من خطوط ل ع م ع ن ع مساو لكل من اضلاع زوايا با ح د ه ر ح ط ا المتساوية فزوايا

فزوايا م ع ن م ع ل ن ع ل تساوي زوايا با ح د ه ر ح ط ا كل واحدة لنظيرها بالشكل الثامن من الاولى فقد رسمنا بزوايا مجسمة من ثلث زوايا مسطحة كل ثنتين منها اعظم من الباقية وبمجوعها اقل من اربع قوائم وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه ان مجموع كل الزاويتين المتجاورتين الكائنتين فوق قاعدتين من قواعد ثلث زوايا كل ثنتين منها اعظم من الثالثة وبمجوعها اقل من اربع قوائم اعظم من كل واحدة من زوايا مثلث معمول من القواعد المذكورة

ك د

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية فان كل سطحين متقابلين منها متساويان متوازيان الاضلاع

ليكن مجسم ا ب يحيط به سطوح ا ر ط ا ط و ا ر ح ب و ا ر ي و ا ر ط و ا ط و ا ر و ا ح ب فكل متقابلين منها متساويان ومتوازيان الاضلاع برهانه فلان كل واحد من سطحي ا ح ب فصل بسطحي ا ر ط و بسطحي ا ط و ا ر حفظ ح ر يوازي ط ب و ر ي يوازي ح ط و ا ح د و ا د حه بالشكل السادس عشر فكل منها متوازي الاضلاع وبمثلته تبين في بواقي السطوح ولان ح ر ح ط يوازيان ا ح ا د كل لنظيره ويحيطان

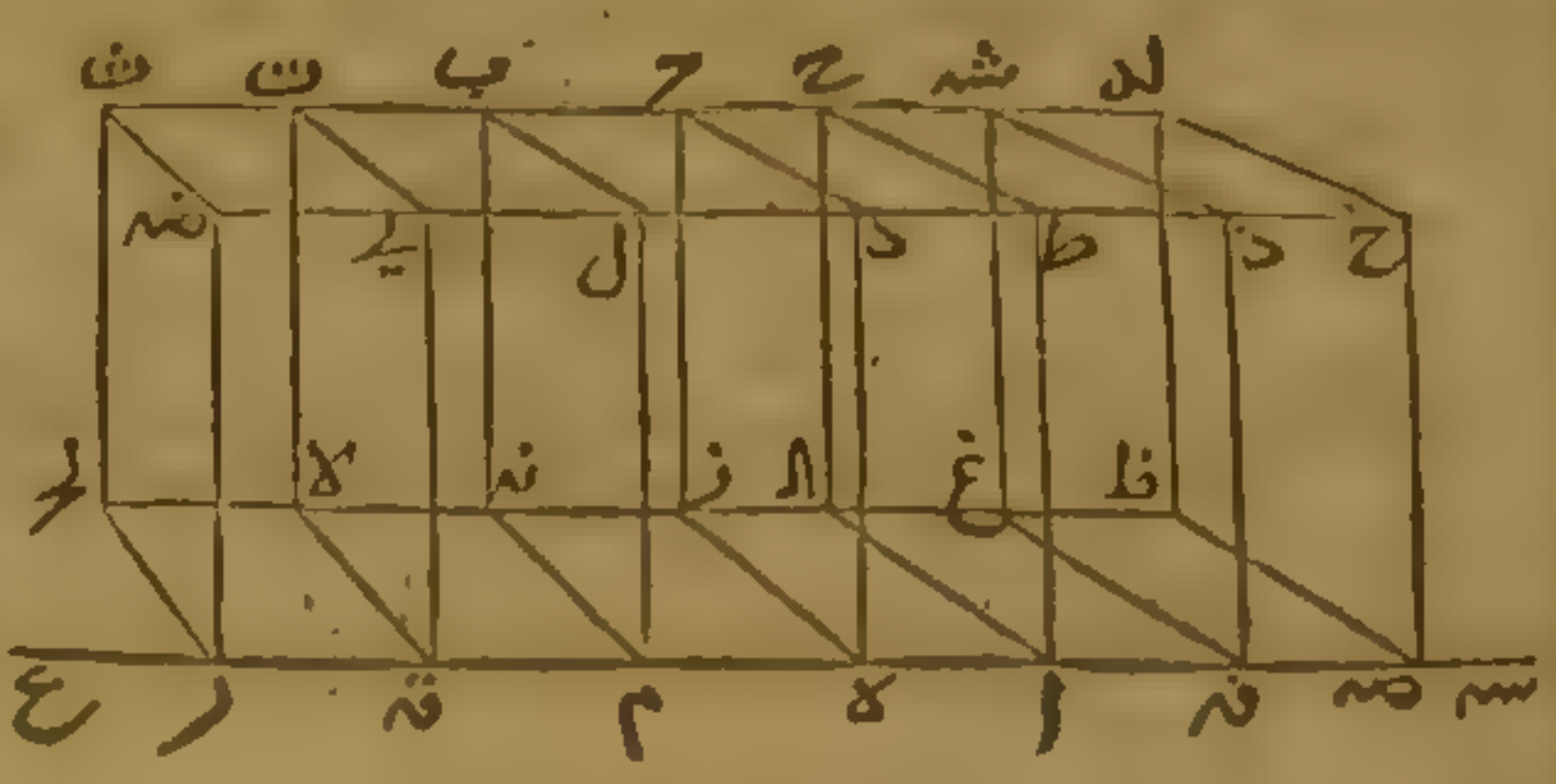


بزواوية م ر ح ط ا د وليست الاضلاع المحيطة بهما في سطح واحد فهما متساويتان بالشكل العاشر وضلع ح ط يساوي ضلع ا د وح ر يوازي ا ح بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى فسطحا ا ح ب ا المتقابلان متساويان وهكذا تبين تساوي ساير المتقابلين السطوح المحيطة بالمجسم وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه ان كل متقابلين مما ذكرناه متشابهين

ك د

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية الاضلاع كل متقابلين منها متوازيين فان كل سطح يفصله موازيا لسطحين متقابلين منها فانه يفصله الى مجسمين نسبة احدهما الى الآخر كنسبة قاعدتيهما

ليكن مجسم $آب$ المحيط به سطوح $الـحـط$ $آم$ $نـل$ $طـل$ $بـح$ $أم$ $لـط$ $الـدـبـح$
 بل $م$ $نـه$ الستة المتوازية الاضلاع كل متقابلين منها متوازيين فصل
 بسطح $و$ $رـدـه$ موازيا لسطحي $آح$ $مـب$ الى مجسمي $آد$ $بـه$ فاقول ان نسبتيهما
 كنسبة قاعدتي $آد$ $و$ $لـه$ برهانها فخرج خطوط $آم$ $طـل$ $الـدـبـح$ $بـي$ في
 جهتيها على استقامتها الى نقط $سـه$ $عـخ$ $ضـه$ $ظـل$ $لـد$ $تـث$ ونفصل من



خطي $آسـه$ $طـخ$
 امثالا لخطي $آه$
 ط $د$ كم شينا بعده
 واحده $و$ $هـ$
 خطوط $آف$ $فـسـه$
 ط $د$ $زـخ$ $و$ $مـن$
 خطي $هـع$ $دـضـه$
 امثالا لخطي $دـم$
 دل كم شينا بعده واحده $و$ $هـ$ خطوط $مـف$ $فـر$ $لـن$ $عـضـه$ $و$ $مـن$ خطوط
 $الـظـح$ $لـد$ $نـل$ $بـث$ امثالا لخطوط $الـزـح$ $زـنـه$ $بـجـه$ $بـد$ $بـه$ $بـز$ $بـح$ $بـط$ $بـق$ $بـر$ $بـس$ $بـم$
 خطوط $الـغ$ $غـظ$ $حـشـه$ $شـه$ $لـد$ $نـل$ $بـث$ $تـث$ $و$ $مـن$ خطوط $صـح$
 $فـد$ $قـر$ $رـضـه$ $صـط$ $فـر$ $قـلـا$ $لـجـه$ $لـد$ $زـشـه$ $عـت$ $ضـه$ $ظـل$ $غـشـه$ $لـات$
 تحت المستقيمة فلان اضلاع السطوح المحيطة بمجسم $آب$ متوازية
 فالنظائر من الخطوط المخرجة متوازية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي
 وجميع المتقابلين من السطوح المحيطة بمجسمات $صـه$ $شـه$ $فـح$ $آد$ $بـم$ $تـث$
 فـت الحادثة متساويين بالشكل المتقدم والسطوح المتوازية الاضلاع
 الكائنة على خطوط $ضـه$ $فـر$ $آه$ المتساوية الواقعة بين خطي $صـر$ $ظـل$
 وبين خطي $صـر$ $خـضـه$ متساوية بالشكل السادس والثلثين من الاولي
 ولذلك الكائنة على خطوط $هـم$ $مـقـر$ $قـر$ المتساوية الواقعة بين خطي
 $صـر$ $ظـل$ $و$ $بـين$ خطي $صـر$ $خـضـه$ متساوية بالشكل المذكور فكل من
 مجسمين $صـه$ $شـه$ $فـح$ $يساوي$ مجسم $آد$ $و$ كل من مجسمي $قـت$ $مـت$ $يساوي$
 مجسم $بـه$ $بـي$ $كل$ من سطحي $صـد$ $فـط$ $يساوي$ سطح $آد$ $و$ كل من سطحي $قـضـه$
 $مـع$ $يساوي$ سطح $لـه$ $فـالجسمات$ التي يشتمل عليها مجسم $صـه$ $اضعاف$
 لمجسم $آد$ بعده ما والسطوح المتوازية الاضلاع التي يشتمل عليها سطح
 $صـد$ $اضعاف$ لسطح $آد$ بتلك العدد والمجسمات التي يشتمل عليها مجسم
 $هـت$ $اضعاف$ لمجسم $بـه$ بعده ما والسطوح المتوازية الاضلاع التي
 يشتمل عليها سطح $هـضـه$ بتلك العدد فمجسم $آد$ $بـه$ وقاعدتا $آد$ $و$ $لـه$ اربعة
 مقادير اي اضعاف اخذ للاول والثالث منها متساوية العدد والثاني
 والرابع كذلك وكان ان كانت اضعاف الاول مساوية لاضعاف الثاني
 كانت اضعاف الثالث مساوية لاضعاف الرابع وان كانت زايدة كانت
 زايدة

زايدة وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة مجسم $آد$ الى مجسم $بـه$
 كنسبة قاعدة $آد$ الى قاعدة $بـه$ بما نبيين في المصادرة من المقالة الخامسة
 وذلك ما اردنا ان نـبـين

لنا ان نرسم على نقطة معلومة من خط معلوم
 زاوية مجسمة مثل زاوية مجسمة مفروضة

لتكن النقطة $آ$ والخط $آب$ والزاوية المجسمة المفروضة زاوية يحيط بها
 زوايا $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$ $آخ$ $آص$ $آد$ $آه$ $آز$ $آح$ $آط$ $آق$ $آر$ $آس$ $آم$ $آن$ $آل$ $آك$ $آج$ $آف$ $آي$

دردر او على نقطة من احداهما او خارجا عنهما وان كل دد عمودا على خطي درد فلا يحتاج الى اخرج عمود والبيان في الكل ظاهر

لنا ان نعمل على خط مفروض مجسما شبيها بمجسم

مفروض متوازي السطوح

فلنكن الخط المفروض اب والمجسم المفروض مجسم درد فنرسم على نقطة ا من خط اب زاوية مجسمة كزاوية الحجمة بالشكل المتقدم ولنكن زاوية ط اب كزاوية درد وزاوية ط ا كزاوية درد وزاوية ب ا كزاوية

درد ولنجعل

نسبة درد الى اب

كنسبة درد الى

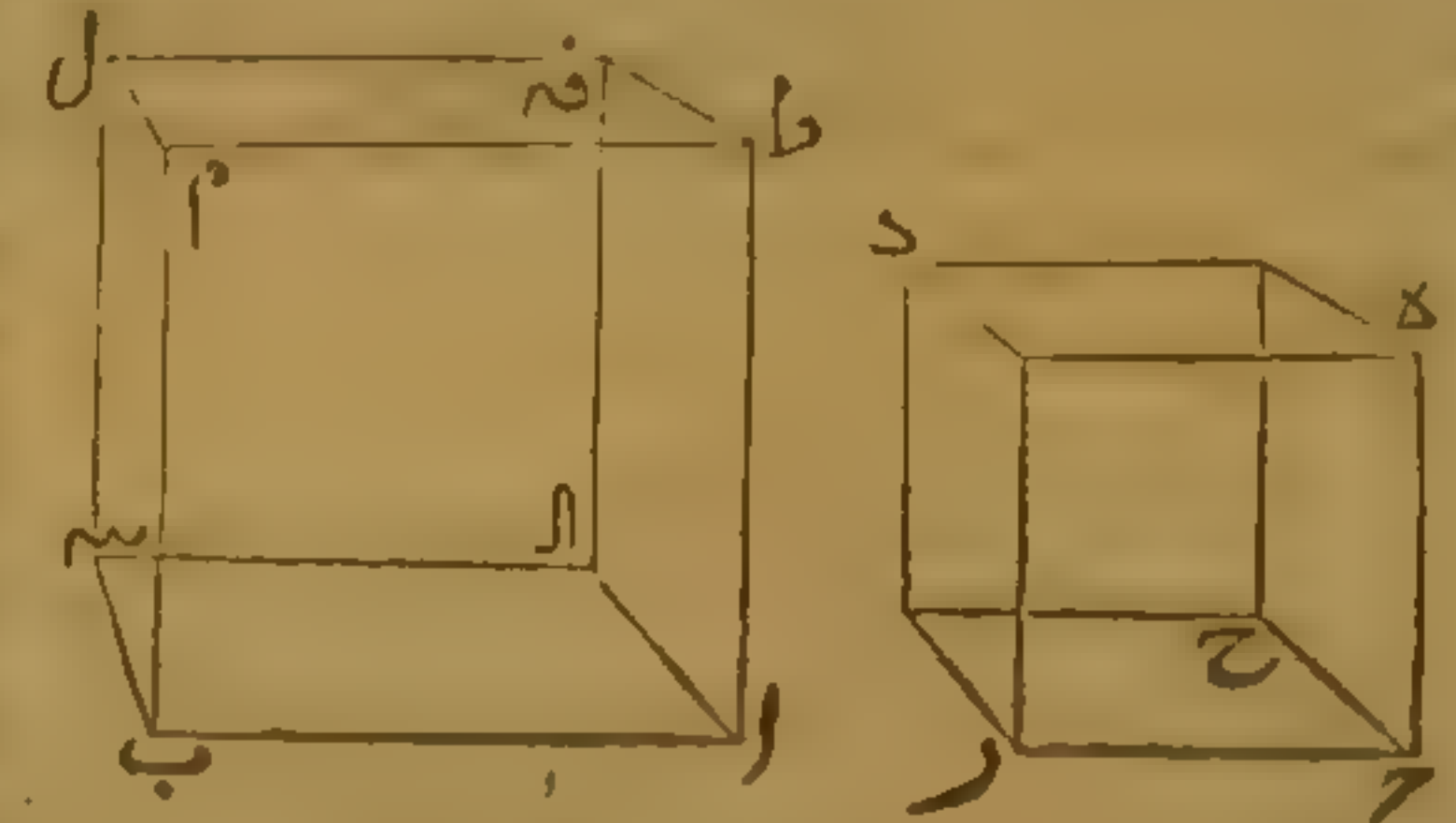
ا وكنسبة درد الى

اط بالشكل الحادي

عشر من السادس

ونخرج من نقطة ا

خطي ا ب ا ب



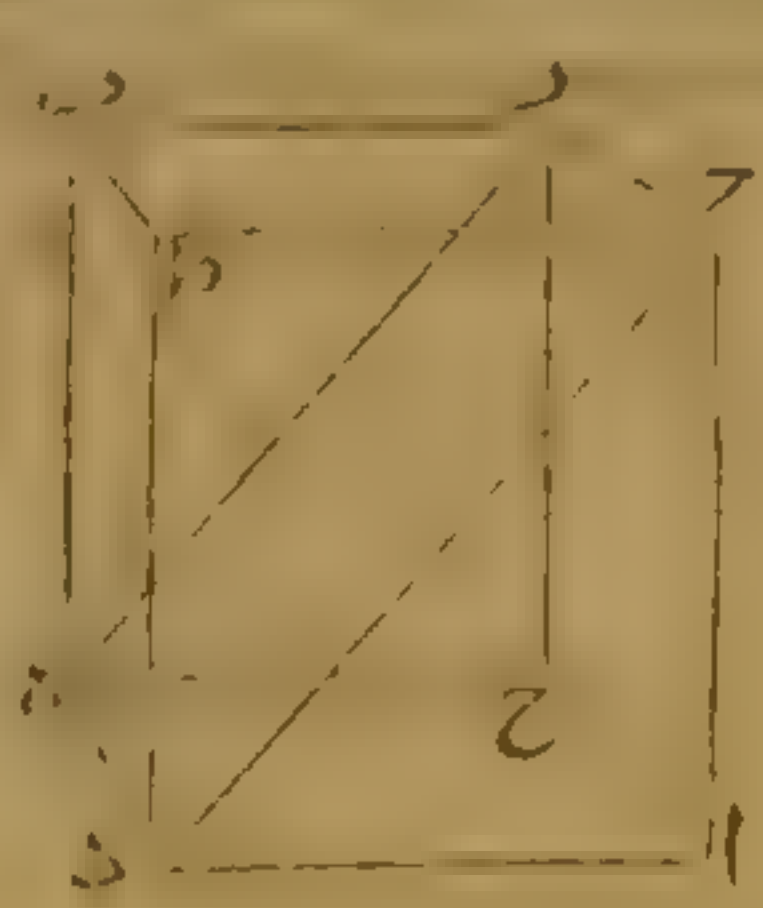
موازيين ومساويين لخطي ا ب اب بالشكل الواحد والثلاثين والثالث من الاولي ومن نقطتي ب ب خطي ب ب س س موازيين ومساويين لخطي ا ب اب بالشكلين المذكورين ونصل ق ل ط م بخطين مستقيمين فهما موازيان ومساويان لخطي ب ا ا ب ونصل ق ل م ب ب بخطوط مستقيمة فهما متوازيان ومساوية لخط ا ب بالشكل الثالث والثلاثين من الاولي فالزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بمجسم ا ب متساوية بالشكل العاشر وكل سطحين متقابلين منها متوازيان بالشكل الخامس عشر فمجسم ا ب شبيه بمجسم درد لان الزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بهما متساوية والخطوط المحيطة بهما متناسبة على التناظر وذلك ما اردنا ان نبين

كل مجسم متوازي السطوح المتوازية الاضلاع

يفصله سطح مارا بقطري سطحين متوازيين من

السطوح المحيطة به فانه ينصفه الى منشورين

لنكن مجسم اب فصل سطح درد المار بقطر درد فاقول ان السطح الفاصل يفصله الى منشورين برهانه فلان سطوح ا ر ا ه ا ط يساوي السطوح



المقابلة لها بالشكل الرابع والعشرين وكلا

من مثلثي ا ح د ح ط ه ومثلثي ح ر ه ر ب ه

المتساويين بالشكل الرابع والثلاثين من

الاولي يساويان نظيرتهما بالشكل الثامن

من الاولي وسطح درد مشترك بين منشوري

درد ا ح د ح ط ب فهما متساويان وقد بان

ان كل منشور يتم مجسما متوازي السطوح

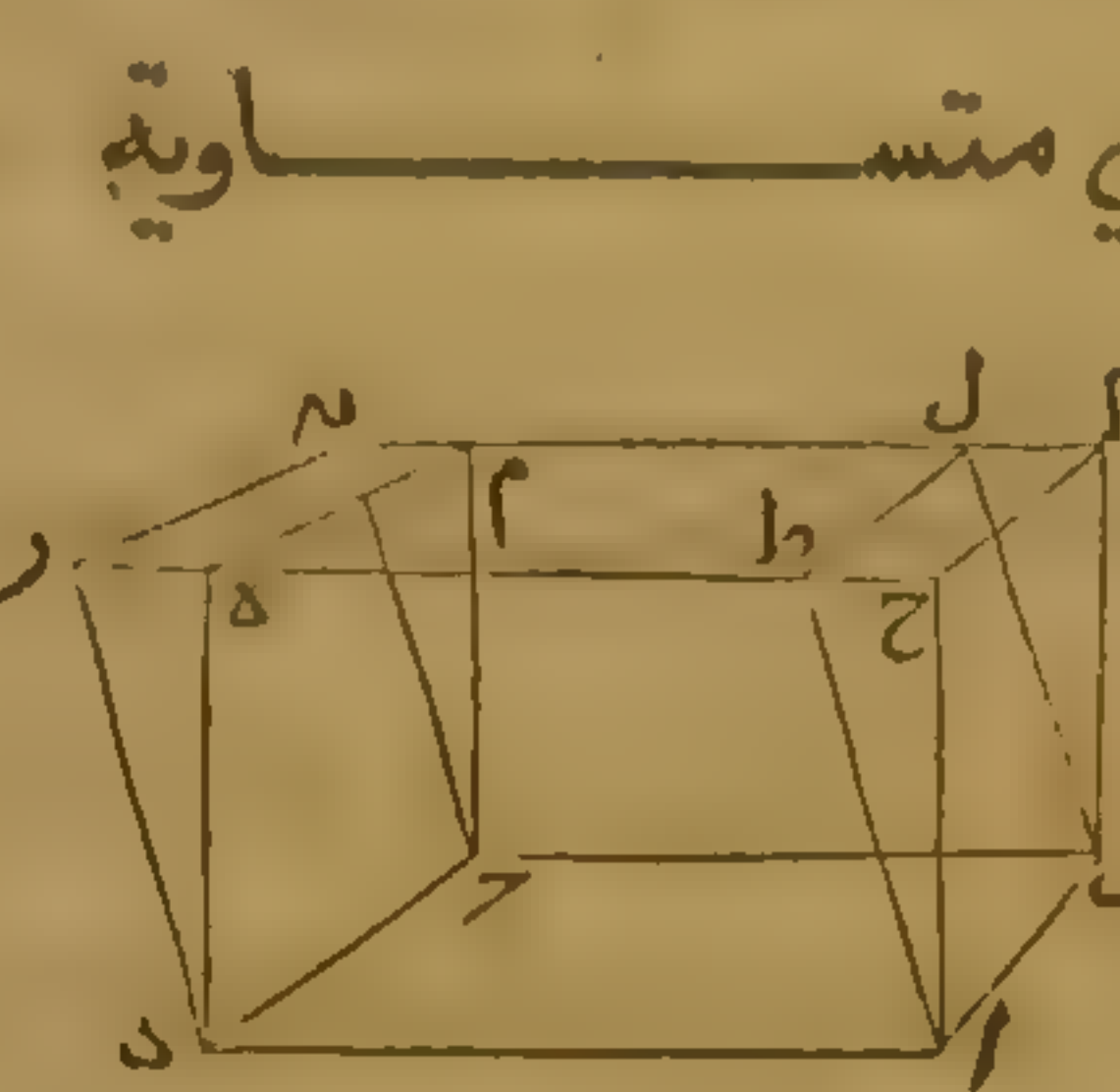
المحيطة به المتوازية الاضلاع وذلك

المنشور نصفه وذلك ما اردنا ان نبين

كل المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع

الكائنة على قاعدة واحدة في جهة واحدة وعلى خط

واحد وبارتفاع واحد فهي متساوية



لنكن مجسما ب ب ب ب كائنين

على قاعدة ا ب ا ب درد فيهما بين

خطي ح ر ا ب وبارتفاع

واحد فاقول انهما متساويان

برهانه فلان كلا من خطي

ح ر ط ر وخطي ا ب ا ب

يساويان خطي ا ب ا ب

المتساويين بالشكل الرابع

والثلاثين من الاولي فكل من خطي ح ر ط ر ا ب ا ب متساويان فاذا القينا

ط ه ولم المشترك بين كل منهما يبقي ح ط مساويا لهر وال من وخطوط

ا ح ا ط و ب ا ب يساوي خطوط د د درد ح ر ح ر كل لنظيره بالشكل

الرابع والثلاثين من الاولي فثلاثا ا ح ط ا ب ا ب يساويان مثلثي د د ر د ر

بالشكل الثامن من الاولي ولان سطحي ح ط ط ه يساويان سطح ب د بالشكل


الرابع والعشرين فهما متساويان فاذا القينا ط م منهما بقي ح ل مساويا

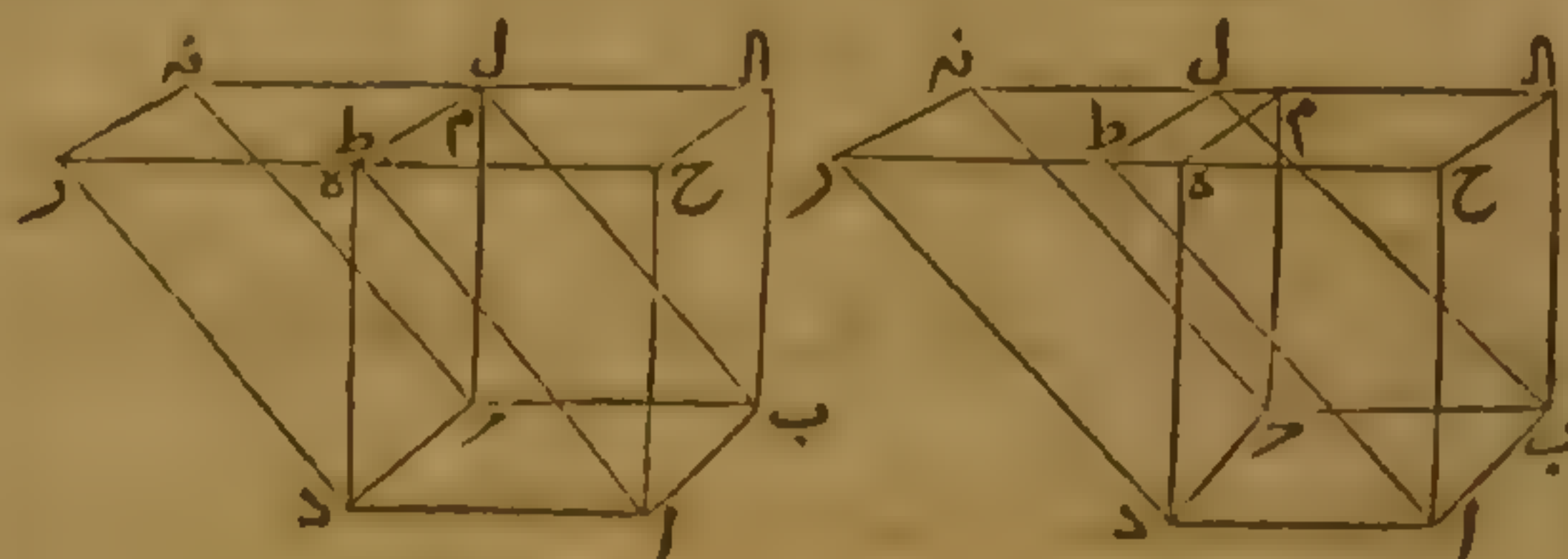
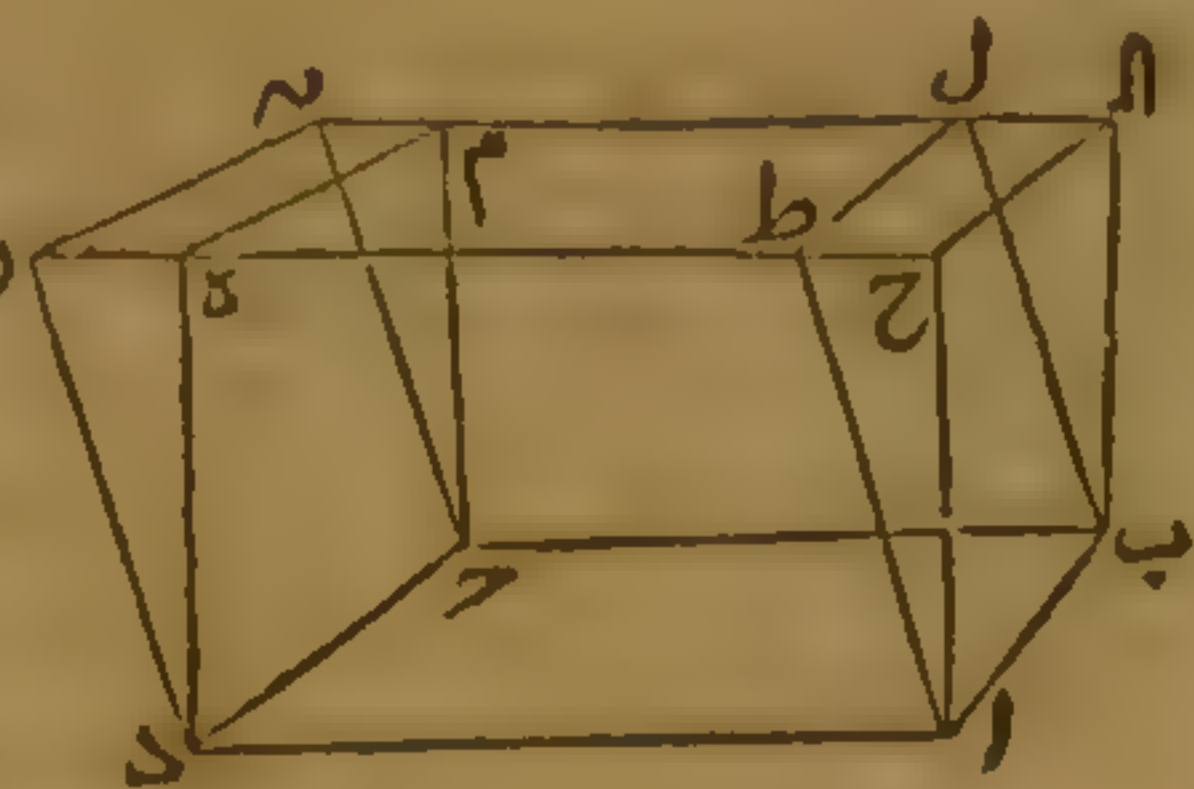
لهن وسطحي ب ح ب ط يساويان سطحي ح ر ح ر كل لنظيره بالشكل

الرابع والعشرين فالسطوح والمثلثات المحيطة بمنشور ب ط يساوي

السطوح والمثلثات المحيطة بمنشور ح ر على التناظر فهما متساويان

فإذا أضفنا منحرف بـ إلى منشور بـ ط حصل مجسم بـ و إذا أضفناه
إلى منشور حـ ر حصل مجسم بـ ر فجسما بـ بـ ر متساويان وذلك ما
أردنا أن نبين

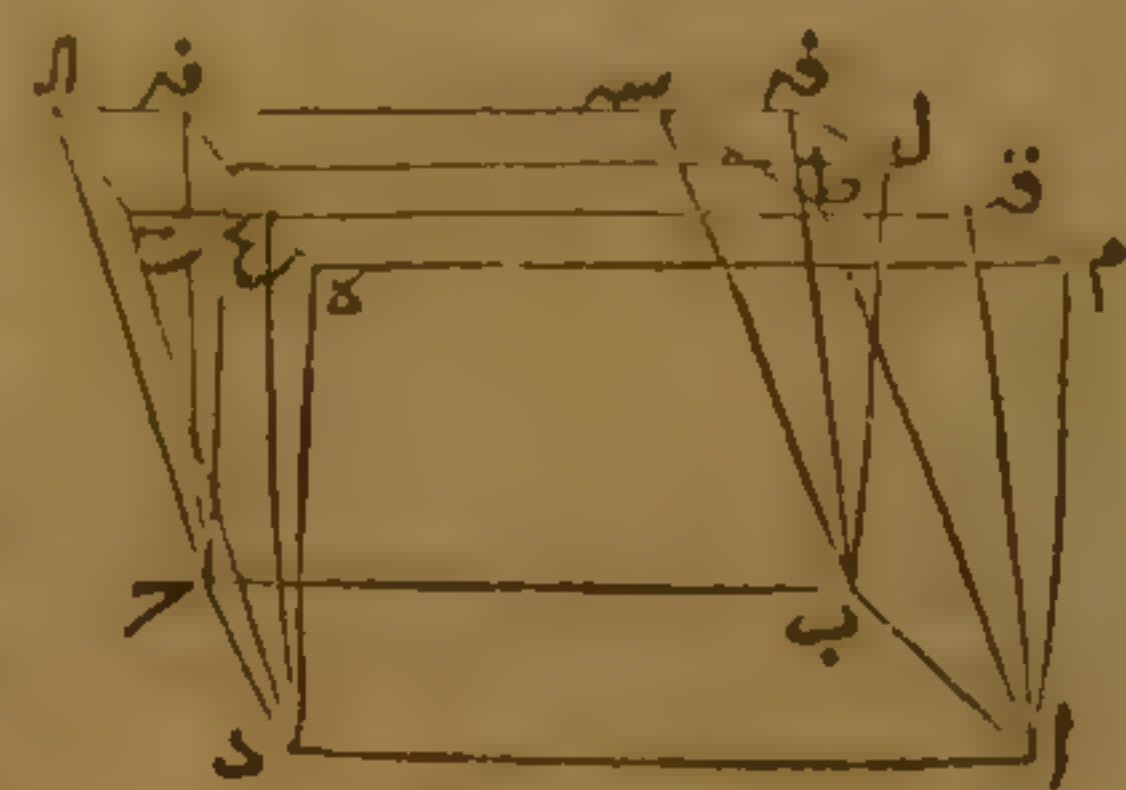
ولهذا الشكل اختلاف وقوع
لان احد الاضلاع من احد
السطحين المتقابلين للقاعد
اما ان يقع بين الضلعين من
السطح الاخر او خارجا عنها
او منطبقا علي احد هما
وهذه صورتها 



جميع المجسمان المتوازي السطوح المتوازية الاضلاع
الكائنة على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبارتفاع
واحد لا على خط واحد فهي متساوية

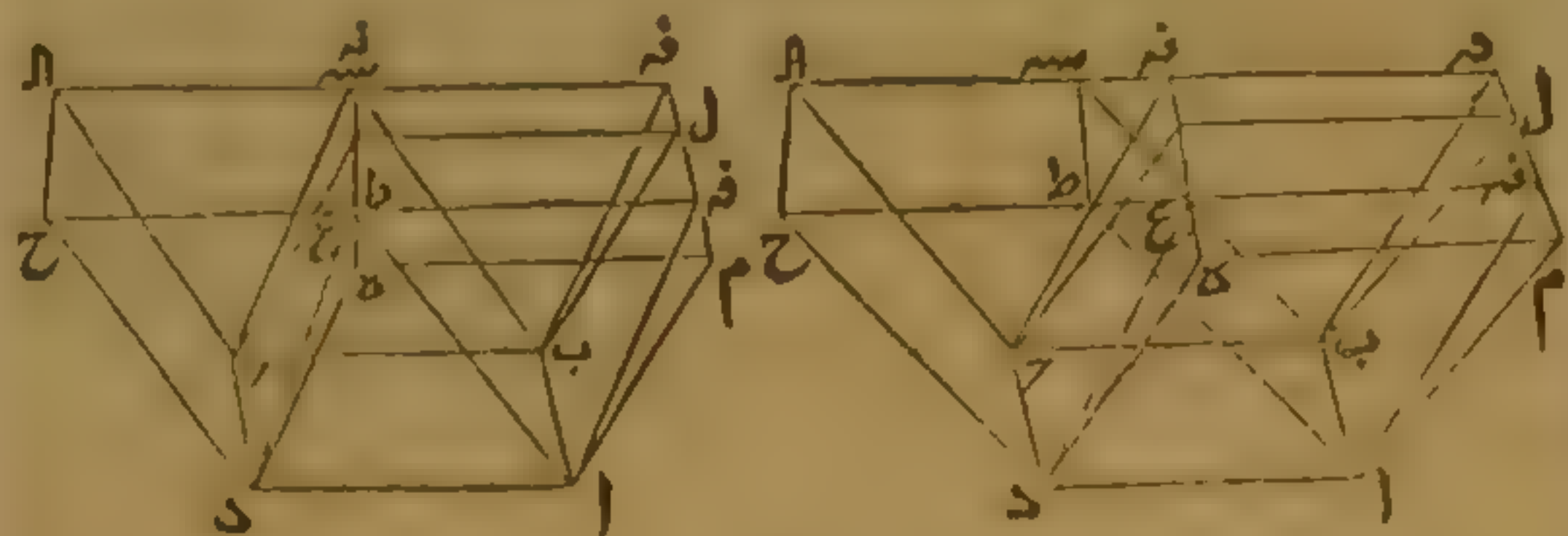
ليكن مجسما B B كائنين علي قاعدة AB بارتفاع واحد لا علي خط واحد والسطوح المتقابلة لقاعدة AB من أحدهما A ومن الآخر B فاقول انهما متساويان

برهانه نخرج لاسه ح ط د ع م
علي استقامتهما في جهات س ط
ل ع الي نقط ق ق ن فبتقاطع
خطا لاسه م فليبتاطع علي
نقطتي ن ق ونصل ا ب ف د ع ن
المستقيمة فيحدث مجسم سطه
المقابل لقاعده ا ح سطح فرع وهو
مجسم



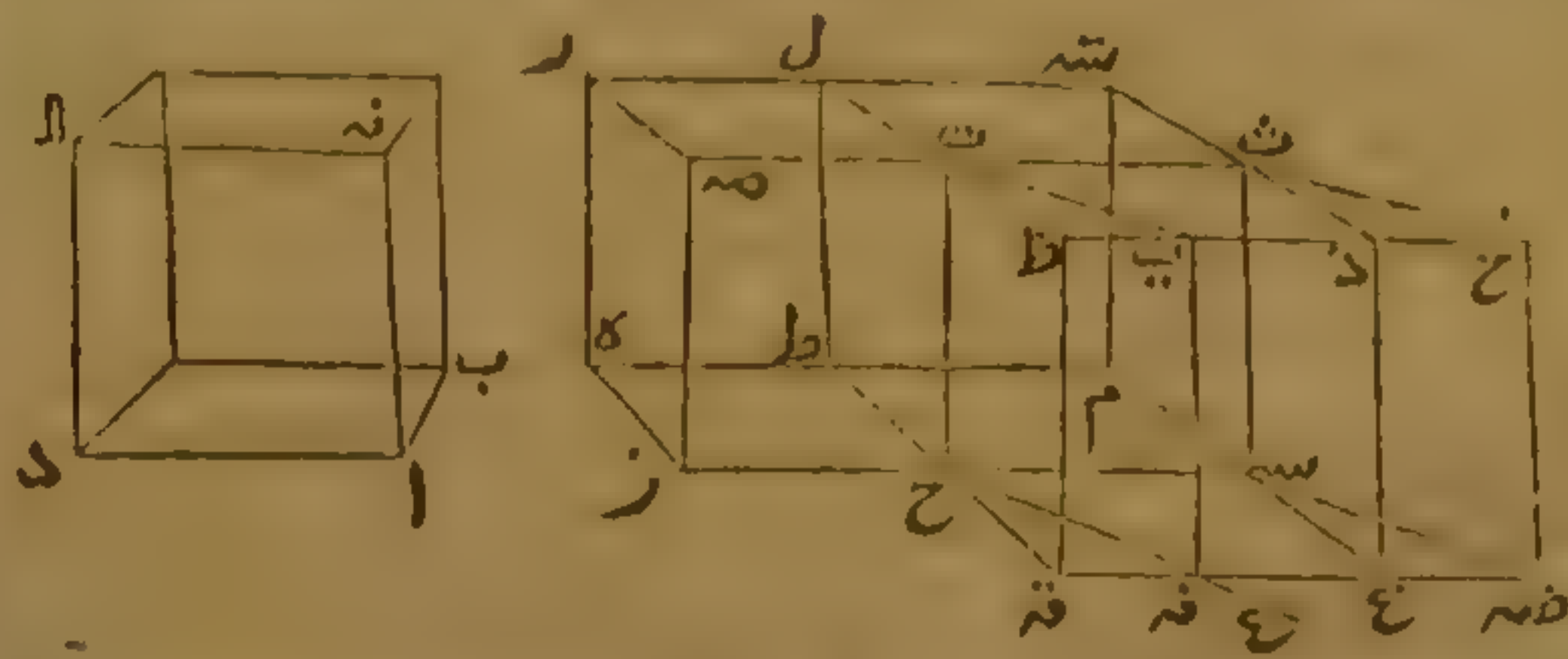
الخاوية عشر

محسوم بـ ع فهو مع كل واحد من محسومي بـ هـ بـ ح علي قاعدة واحدة
 وخط واحد فكل منهما يساويه بالشكل المتقدم لمجسمات بـ هـ بـ ح
 متساويان وذلك ما اردنا ان نبين
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط بـ سـ يمكن ان يقع بين نقطتي
 تـ هـ او خارجا عنهما او علي احدهما فهذه صورتها



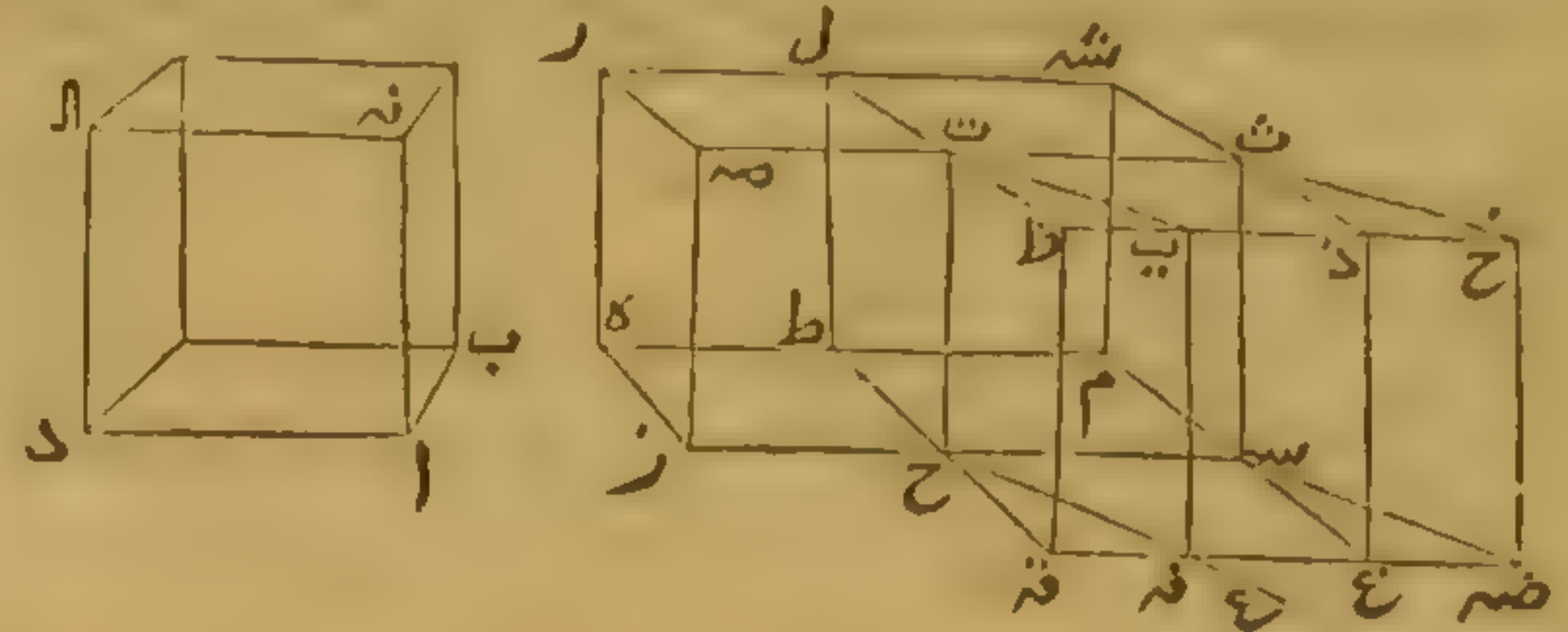
كل مجسمين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع
كائنين على قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد
والخطوط المرتفعة من نقط زوايا القاعدتين الى نقط
زوايا السطحين المقابلين لهما واقع عليهما على قوايم
فهما متساويان

ليكن مجسما بآزول كائنين علي قاعدتي ا ب ح د مخرج ط المتساويين
وخطوط انه الله طال ح ت واقعه علي القاعدتين علي زوايا قوائم فاقول
انهما متساويان برهانه نخرج ضلع م ر ج في جهة ح علي استقامته الي



غير النهاية ونفصل ح س مساويا للضلع آد بالشكل الثالث من الاولي

وفرسم على نقطة ح من خط ح سه زاوية سه ح ع كزاوية ب ا د بالشكل الثالث والعشرين من الاول ونفصل من ح ع ح ه مساويا لصلع ا ب بالشكل الثالث من الاول ونخرج من نقطة سه خط سه سه موازيا لصلع ح ع بالشكل الواحد والثلاثين من الاول ونفصل منه سه سه مساويا



لصلع ح ه بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي ق ه بخط مستقيم فصلع ق ه كصلع ح سه ويزاويه بالشكل الثالث والثلاثين من الاول فيكون زاوية ح ق ه مساوية لزاوية ا ب د وزاوية ح سه سه زاوية ا ح د وزاوية ح سه سه زاوية ا ح د بالشكل التاسع والعشرين من الاول فسطح ا ح كسطح ق ه بالانطباق ونخرج ص ت في جهة ت علي استقامته الي غير النهاية ونفصل ت ث مساويا لصلع ح سه بالشكل الثالث من الاول ونصل بين نقطتي ت ث بخط مستقيم فهو مواز ومساو لصلع ت ح بالشكل الثالث والثلاثين من الاول ولان زاوية ت ح ح قائمة فزاوية ت ح سه قائمة بالشكل الثالث عشر من الاول وكل واحد من زوايا سطح ح ت قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول فالاضلاع والزوايا المتناظرة من سطحي ا ح ح متساوية فهما متساويا بالانطباق ونخرج من نقطتي ت ث خطي ت ت ت ت موازيين لصلعي ح ق ه سه سه كل لتظيره بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فخطا ت ت ت ت متوازيان بالشكل الثلاثين من الاول ونفصل ت ت ت مساويا لصلع ح ق ه وث ت لصلع سه سه بالشكل الثالث من الاول ونصل بين كل واحد من نقطتي ت ت ت ت ق ه ح خطي ح ح ح ح فهو عمود علي سطح قاعدة سه سه بالشكل الرابع فزاوية ت ح ق قائمة فكل من ساير زوايا سطح ت ق قائمة بالشكل التاسع والعشرين من الاول وكل من زوايا سطح ب ت قائمة بالشكل التاسع والعشرين وذلعا انه ا ب كصلعي ت ح ق فساير الاضلاع والزوايا المتناظرة من سطحي ب ت ت ف متساوية فسطح ب ت كسطح ت ق بالانطباق وكل سطحين متقابلين

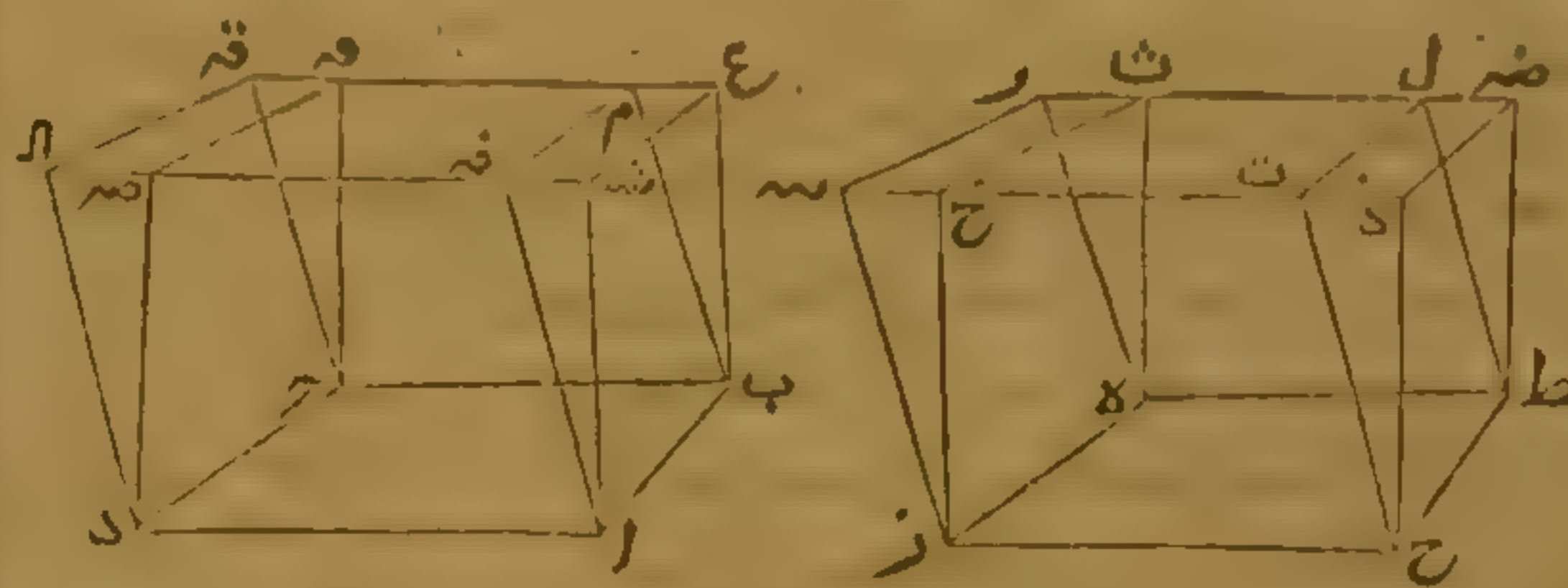
متقابلين من السطوح المتوازية المتوازية الاضلاع المحيطة بالمجسم متساوية بالشكل الرابع والعشرين فالسطوح المحيطة بمجسم ق ت علي قاعدته السطوح المحيطة بمجسم ب ا فحسما ب ا ق متساويان ونخرج كل واحد من ضلعي ق ط ر ل علي استقامتهما في جهة ل ونفصل ل ل كصلع ت ت وط م كصلع ح سه بالشكل الثالث من الاول ونصل م سه م سه ت ت بخطوط مستقيمة فيكون ضلع م سه موازيا ومساويا لكل من ضلعي ط ل ت ت و ضلع م سه كصلع ط ح و ضلع ت ت كصلعي م سه ت ل بالشكل الثالث والثلاثين من الاول فالسطوح المتقابلة المحيطة بمجسم ح سه متوازية لتوازي اضلاعها ونخرج ضلعي ط ح م سه في جهة ح علي استقامتهما الي غير النهاية ونخرج ق ه في جهته علي استقامته فلان الزاوية المحاوره لزاوية ح ق ه مع زاوية ق ح ز كفايتين فهي مع الزاوية التي يحيط بها ضلع ق ح و ضلع ط ح المخرج اول من قائمتين فصلع ق ه يلاقي ضلع ط ح المخرج فليلاقيه علي نقطة ق ه وعنده تبيين انه يلاقي ضلع م سه المخرج فليلاقيه علي نقطة غ ونخرج كل واحد من ضلعي ل ت ت ت علي استقامته في جهة ت الي غير النهاية ونخرج ضلع ح ت في جهته علي استقامته فلان الزاوية المحاوره لزاوية ت ت ت مع زاوية ت ت ت كفايتين فهي مع الزاوية التي يحيط بها ت ت و ضلع ل ت المخرج اقل منهما فصلع ت ت يلاقي ضلع ل ت المخرج فليلاقيه علي نقطة ط ويلاقي ضلع ت ت المخرج علي نقطة د ونصل بين كل واحد من نقطتي ق ط غ د بخط مستقيم فحسم ق ت كحسم ق ت بالشكل التاسع والعشرين فحسم ق ت كحسم ب ا وسطح ق ه كسطح ق ه بالشكل الخامس والثلاثين من الاول فسطح ق ه كسطح ب د وكان سطح ق ط كسطح ب د فسطح ق ه كسطح ز ط فلان نسبة مجسم ز ل الي مجسم ح سه كنسبة قاعدة ز ط الي قاعدة ح م كنسبة قاعدة ز ط الي قاعدة ح م بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مجسم ز ل الي مجسم ح سه كنسبة قاعدة ق ه الي قاعدة ح م بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم ق ت الي مجسم ح سه كنسبة قاعدة ق ه الي قاعدة ح م بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم ز ل الي مجسم ح سه كنسبة مجسم ق ت الي مجسم ح سه بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل التاسع من الخامسة مجسم ز ل كحسم ق ت وكان مجسم ب ا كحسم ق ت فحسم ز ل كحسم ب ا وذلك ما اردنا ان نبي

ولمجسم ق ت مع مجسم ق ت اختلاف وقوع فان ضلع ت ت يمكن ان يقع بين نقطتي ط د ويمكن ان يقع خارجا عنهما ويمكن ان يقع علي نقطة د وتختار بها حسب ما ذكرناه في الشكل التاسع والعشرين

ب
 جميع المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع
 الكائنة على قواعد متساوية وبارتفاع واحد ليست
 الخطوط المرتفعة من نقط زوايا قواعدها الى نقط
 زوايا السطوح المتقابلة لها قوائم على قواعدهما

فهى متساوية

ليكن مجسما $\overline{ب\alpha}$ زل كائنين علي قاعدتي $\overline{ا\beta}$ و $\overline{زح}$ ط و ارتفاعهما واحد
وليست خطوط $\overline{ا\alpha}$ و $\overline{د\alpha}$ و $\overline{ط\alpha}$ ومقابلاتها اعمدة علي قاعدتي $\overline{ب\delta}$ و $\overline{زط}$
فاقول انهما متساويان فنخرج من نقط قاعدتي $\overline{ب\delta}$ و $\overline{زط}$ اعمدة $\overline{اش}$ و $\overline{بع}$
و $\overline{دق}$ و $\overline{صه}$ و $\overline{ث}$ و $\overline{زخ}$ ح و ط $\overline{ضه}$ علي قاعدتي $\overline{ب\delta}$ و $\overline{زط}$ الي ان ينتهي الي سطحي



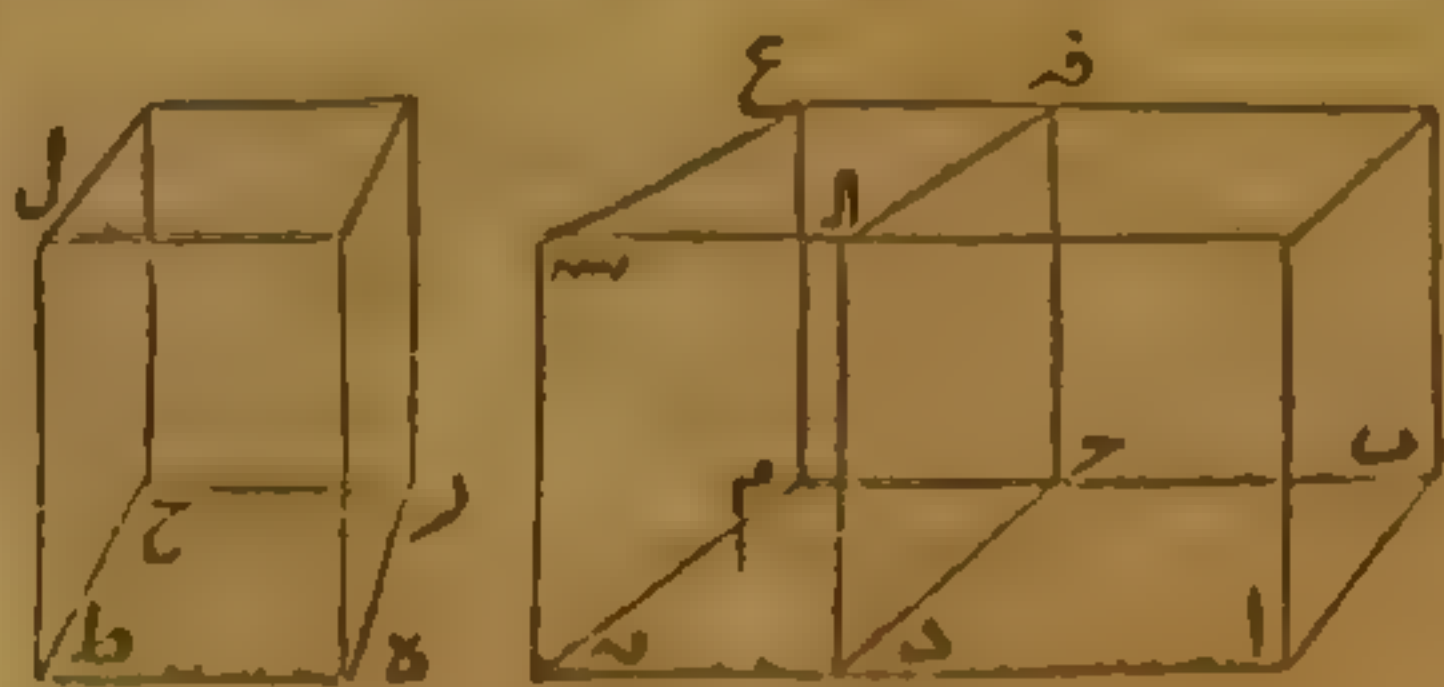
م لا سأل بنقط شبه ع فـ هـ خ ث ذـ هـ بالشكل الثاني عشر فالاعدة
متوازية بالشكل السادس ونصل بين نهايات الاعمدة بخطوط مستقيمة
فيحدث مجسما بـ هـ فـ هـ فالسطوح الحادثة من السطوح المحبطة بهما
متوازية الاضلاع بالشكل السادس عشر فكل متقابلين من السطوح
المحبطة بهما متوازية لتوازي اضلاعها فمجسما بـ هـ زـ هـ متساويان
بالشكل المتقدم ولان كلا من مجسما بـ هـ زـ هـ متوازي السطوح
كائنين على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد اما على خط واحد او ليس
على خط واحد حسب ما يقتضيه وضع الشكل فهما متساويان باحد
شكلي التاسع والعشرين والثلاثين فمجسما بـ هـ زـ هـ يساوي مجسما بـ هـ زـ هـ وكان
مجسما بـ هـ زـ هـ مساويا لمجسما بـ هـ زـ هـ فمجسما بـ هـ زـ هـ يساوي مجسما بـ هـ زـ هـ وكان
مجسما بـ هـ زـ هـ مساويا لمجسما بـ هـ زـ هـ فمجسما بـ هـ زـ هـ يساوي مجسما بـ هـ زـ هـ وذلك ما
اردنا ان نـ

ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ضلع ب ع يمكن ان يقع بين ضلعي م م
الـ او ينطبق علي احدهما ويقع خارجا عنهما ولذلك في ضلع م م

كل مجسمين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع
متساوي الارتفاعين فان نسبة احدهما الى الآخر
كنسبة قاعدته الى قاعدة الآخر

ليكن مجسما $\overline{ب\alpha}$ $\overline{رل}$ متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع علي قاعدتي
 $\overline{ا\beta}$ $\overline{د\epsilon}$ $\overline{ح\zeta}$ وبارتفاع واحد فاقول انهما متساويان فنجعل علي خط
 $\overline{د\delta}$ سطح $\overline{د\delta\eta}$ كقاعدة $\overline{ر\psi}$ بحيث يكون خطا $\overline{د\eta}$ $\overline{ح\eta}$ علي استقامة
خطي $\overline{اد}$ $\overline{ب\epsilon}$ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولى ونخرج من
نقطتي $\overline{م}$ $\overline{ن}$ خطي $\overline{ن\sigma}$ $\overline{م\tau}$ موازيين لصلتي $\overline{د\alpha}$ $\overline{ح\epsilon}$ بالشكل الواحد
والثلثين من الاولى ونفصل منهما $\overline{ن\sigma}$ $\overline{م\tau}$ مساويين لصلتي $\overline{د\alpha}$ $\overline{ح\epsilon}$
بالشكل الثالث من الاولى ونصل $\overline{ن\sigma}$ $\overline{م\tau}$ بخطين مستقيمين فيحصل



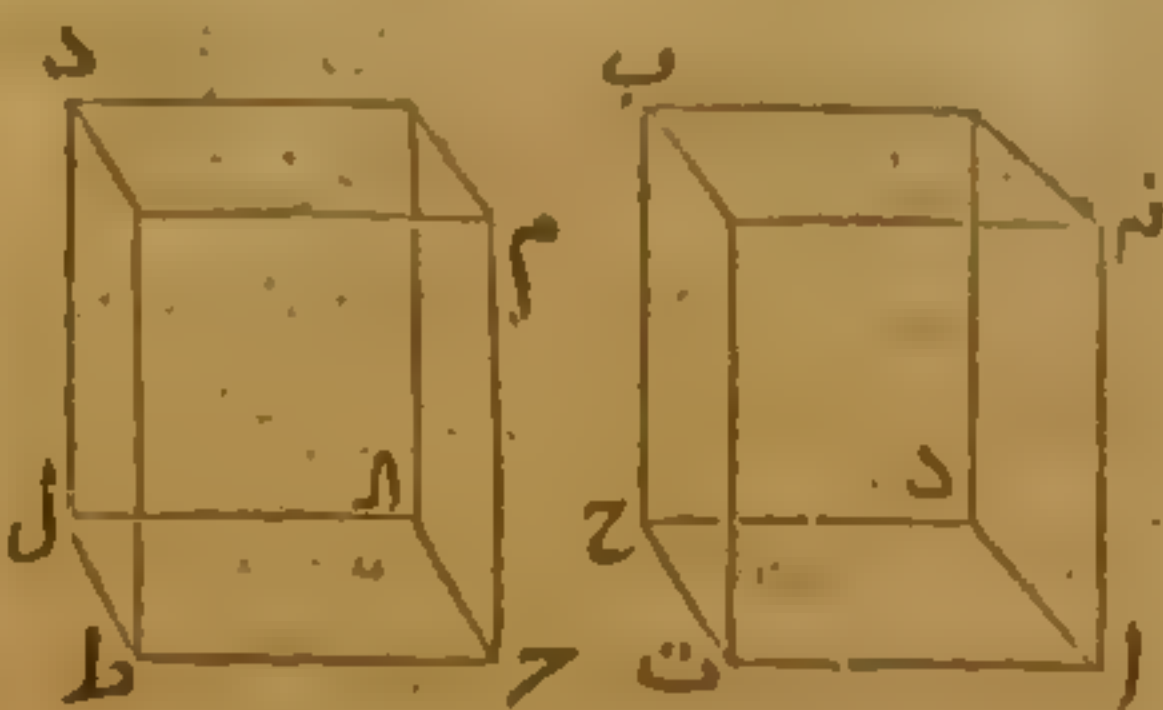
مجسمه ارتفاع
 کار ارتفاع مجسمه
 وکان ارتفاع مجسمه
 رل کار ارتفاع مجسمه
 با ارتفاع مجسمه
 و ارتفاع مجسمه
 رل مجسمه

من متوازي السطوح المتوازية الاضلاع وبارتفاع واحد فلهما
 متساويان باخذ شكلين الاحد والثلاثين والثاني والثلاثين ونسبة مجسم
 بـ الى مجسم رـ كنسبة مجسم بـ الى مجسم حـ بالشكل السابع من
 الخامسة ونسبة قاعدة بـ الى قاعدة حـ كنسبة مجسم بـ الى مجسم حـ
 بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم بـ الى مجسم رـ كنسبة قاعدة
 بـ الى قاعدة حـ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة قاعدة بـ الى
 قاعدة رـ كنسبة قاعدة بـ الى قاعدة حـ بالشكل السابع من
 الخامسة فنسبة مجسم بـ الى مجسم رـ كنسبة قاعدة بـ الى قاعدة
 رـ بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين

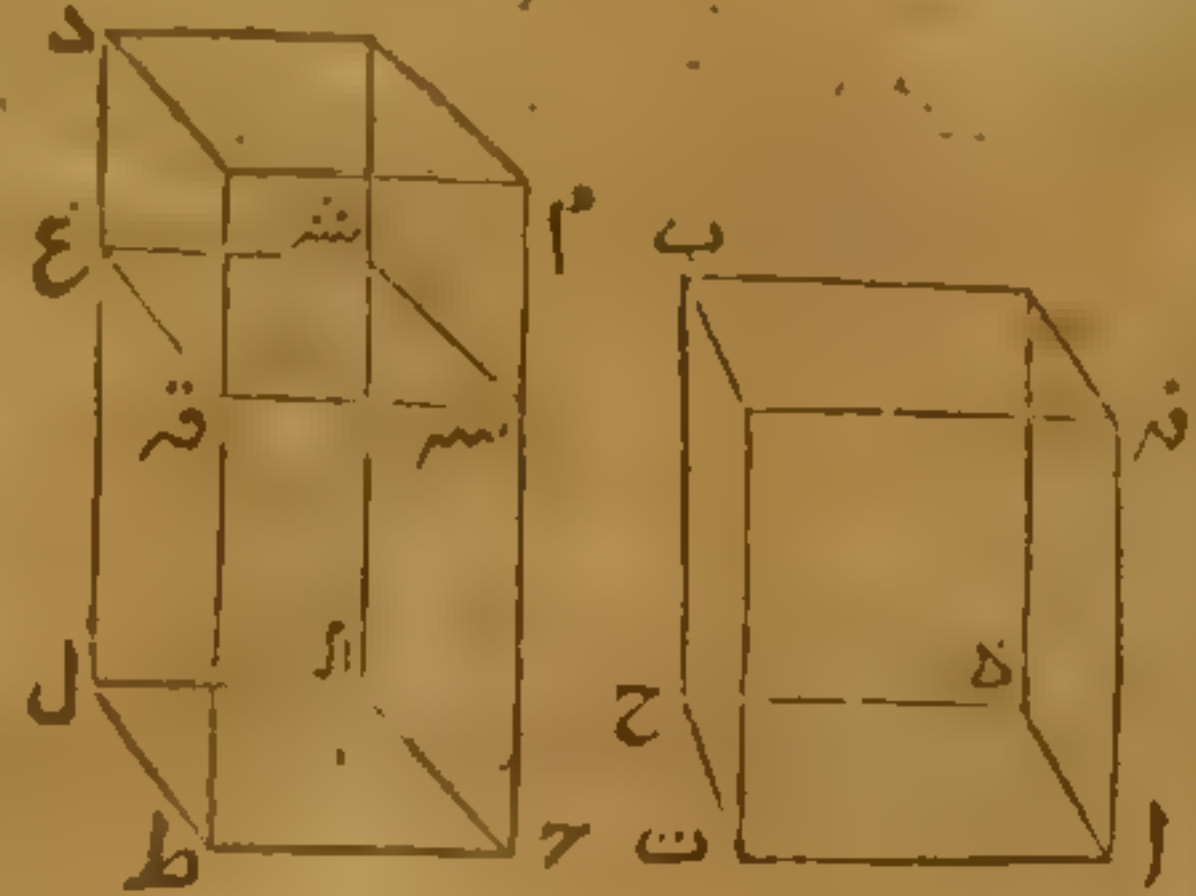
二

كل مجسمين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع
خطوط سمكها المرفعة من نقط زوايا قاعدتيها
اعمدة عليهما فان كان متساويين كانت قاعدتاها
مكافيتين الارتفاعيهما في النسبة وان كانت
قاعدتاها مكافيتين الارتفاعيهما في النسبة كانا

متن اوین *



ليهكن مجسم اب حد متوازي
 السطوح المتوازية الاضلاع
 وقاعدتها هات حد ل ط
 وارتفاعها انه حد م فاقول ان كان
 مجسم اب حد متساويين كانت
 نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حد الي ارتفاع انه وبالعكس
 برهانه فلان انه حد اما متساويان او غير متساويين فان كانا متساويين
 كانت نسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبة قاعدة اح الي قاعدة حل بالشكل
 المتقدم فان كان المجسمان متساويين فالقاعدتان متساويان فنسبة قاعدة
 اح الي قاعدة حل كنسبة حد الي انه بالتكافؤ وان كانت نسبة قاعدة اح
 الي قاعدة حل كنسبة حد الي انه بالتكافؤ فالقاعدتان متساويتان
 لتساوي الارتفاعين ونسبة القاعدتين كنسبة المجسمين بالشكل المتقدم
 فالمجسمان متساويان ه وان كان الارتفاعان مختلفين وليكن الاطول حد
 فنفصل كل واحد من خطوط

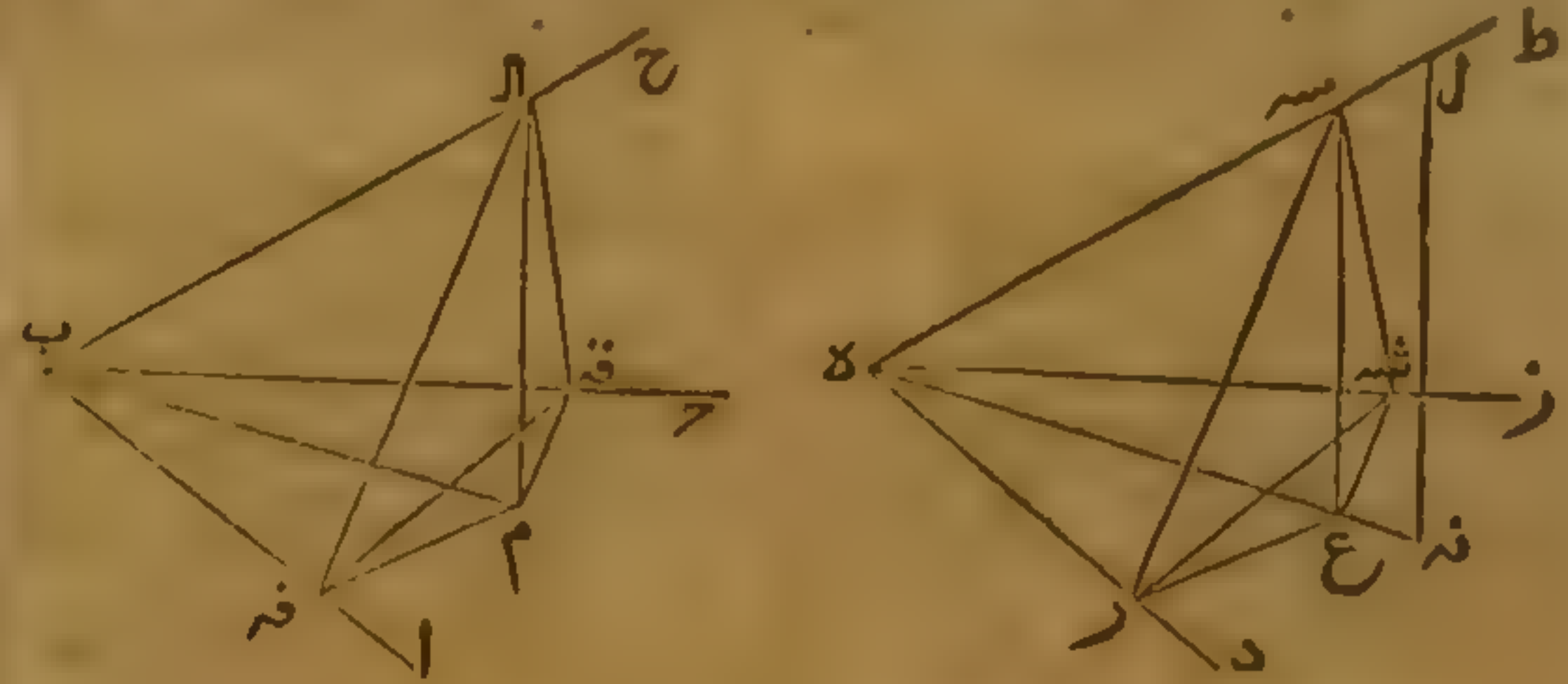


آب حود

أب ح د ان كانا متساويين جعلنا سطح ط م قاعدة جسم ح د قاعدتين لجسم ح د
ح د صار ا ب ارتفاع واحد فلان نسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د كنسبة
جسم أب الى جسم ح د بالشكل المتقدم ونسبة جسم ح د الى جسم ح د
 كنسبة قاعدة ط م الى قاعدة ط م بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي
 عشر من الخامسة نسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د كنسبة قاعدة ط م الى
 قاعدة ط م ونسبة ح م الى ح م كنسبة قاعدة ط م الى قاعدة ط م بالشكل
 الاول من السادسة فنسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د كنسبة ح م الى ح م
 بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة ح م الى أ ن كنسبة ح م الى ح م
 بالشكل السابع من الخامسة فنسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د كنسبة
 ارتفاع ح م الى ارتفاع أ ن بالتكافؤ بالشكل الحادي عشر من الخامسة
 وان كانت نسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د كنسبة ارتفاع ح م الى ارتفاع
أ ن فلان نسبة جسم أب الى جسم ح د كنسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د
 بالشكل المتقدم وكانت نسبة ح م الى أ ن كنسبة قاعدة أ ح الى قاعدة ح د
 فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة جسم أب الى جسم ح د كنسبة
ح م الى أ ن ونسبة ح م الى ح م كنسبة ح م الى أ ن بالشكل السابع من
 الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة جسم أب الى جسم ح د
ح د كنسبة ح م الى ح م ونسبة قاعدة ط م الى قاعدة ط م كنسبة
ح م الى ح م بالشكل الاول من السادسة فنسبة جسم أب الى جسم ح د
 كنسبة قاعدة ط م الى قاعدة ط م بالشكل الحادي عشر من الخامسة
 ونسبة جسم ح د الى جسم ح د كنسبة قاعدة ط م الى قاعدة ط م بالشكل
 المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة جسم أب الى جسم ح د كنسبة
جسم ح د الى جسم ح د فبالشكل التاسع من الخامسة جسم ح د يساوي
جسم أب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مجسمين متوازيين والمتوازية الاضلاع خطوط
مما هما المرتفعة من نقط زوايا قاعدتيهما ليست
اعمدة عليهما فان كانا متساويين كانت قاعدتاها
متكافئتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت
قاعدتاها متكافئتين لارتفاعيهما في النسبة كانا
متساويين

مربعي $ف ب$ قدم بالشكل السابع والاربعين من الاول فربع $ب$ المربعين
 الم $م$ ف $ب$ لكن مربع $ا ق$ مربعي الم $م$ ف $ب$ بالشكل السابع والاربعين من
 الاول فربع $ب$ المربعي $ب$ ف $ق$ فبالشكل الثامن والاربعين من الاول
 زاوية $ب$ ف $ق$ قائمة وبمثلها تبين ان مربع $ب$ المربعي $ا ق$ ف $ق$ وان مربع
 $س هـ$ مربعي $س ر$ و $م ك$ ف $س هـ$ فبالشكل السادس والعشرين
 الم $ب$ من مثلث $ا ب$ ف $ق$ زاويتي $س هـ$ و $س ر$ وضلع $س هـ$ من مثلث $س هـ$
 فضلع $ا ق$ كضلع $س ر$ وضلع $ب ق$ كضلع $هـ ر$ بالشكل السادس والعشرين
 من الاول وبمثلها تبين ان ضلع $ا ق$ كضلع $س هـ$ وضلع $ب ق$ كضلع $س هـ$
 فضلعا $ب ق$ وزاوية $ف ب ق$ من مثلث $ف ب ق$ كضلعي $هـ ر$ وزاوية
 $ر هـ$ من مثلث $ر هـ$ فبالشكل الرابع من الاول قاعدة $ف ق$ كقاعدة $ر هـ$

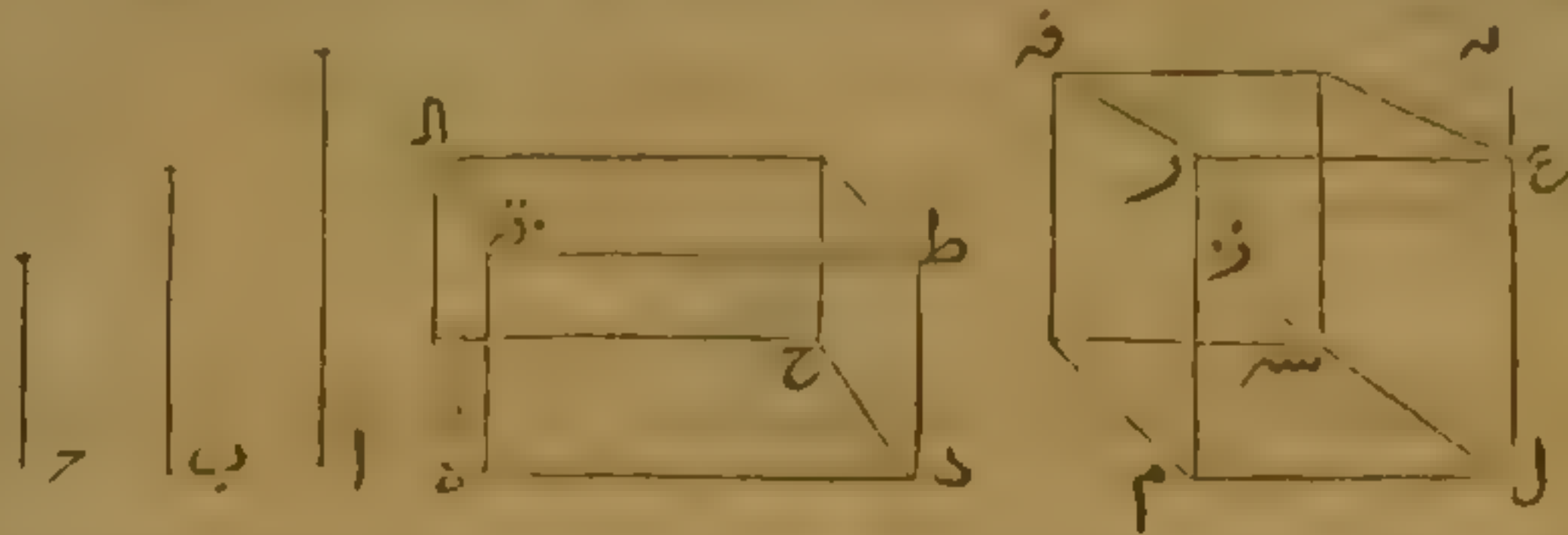


وزاوية $ب$ ف $ق$ كزاوية $هـ ر$ وزاوية $ب$ ف $ق$ كزاوية $هـ ر$ وكانت كل من
 زوايا $ب$ ف $م$ و $هـ ر$ قائمة تبقى زاوية $م$ ف $ق$ كزاوية $ع ر$
 وزاوية $م$ ف $ق$ كزاوية $ع ر$ وضلع $ف ق$ كضلع $ر هـ$ فضلع $م$ ف $ق$ كضلع $ع ر$
 بالشكل السادس والعشرين من الاول وكان مربع ضلع $ا ق$ مربعي ضلعي الم
 $م$ ف $ق$ ومربع ضلع $س ر$ مربعي ضلعي $س هـ$ و $س ر$ فبالشكل السابع والعشرين
 ف $ا$ ومربع $ع ر$ من مربع $س ر$ يبقى مربع $ا م$ كربع $س هـ$ فكم كس $ع$
 وكان مربع $ب م$ مربعي $ب$ ف $ق$ و $م$ ف $ق$ ومربع $ع ر$ مربعي $ع ر$ و $ر هـ$ فضلع $ب م$
 كضلع $ع ر$ فاضلاع مثلث $ا ب م$ كاضلاع مثلث $س هـ ر$ المتناظرة
 فزاوية $ا ب م$ كزاوية $س هـ ر$ بالشكل الثامن من الاول وان كان له كخط
 $ا ب$ فلا يحتاج الى اخراج عمود $س هـ$ وتبين كما بينا وذلك ما اردنا ان نبين
 ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان العمود يمكن ان يقع على احد ضلعي
 الزاويتين او على نقطتي $ب$ و $هـ$ فحينئذ لا يحتاج الى بيان واخراج شي من
 الخطوط فيكون الخطان عمودين على سطحي الزاويتين بالشكل الرابع
 فتكون الزوايا التي تحيط العمودان مع كل من الضلعين ومع اي خط
 مستقيم يخرج من نقطتي $ب$ و $هـ$ في سطحي الزاويتين قوام ويمكن ان يقع
 خارج الزاويتين فيحتاج الى اخراج احد ضلعي الزاويتين او كليهما ثم
 تبين

تبين بمثل ما بينا ويمكن ان يقع بين ضلعي الزاويتين وبمثلها

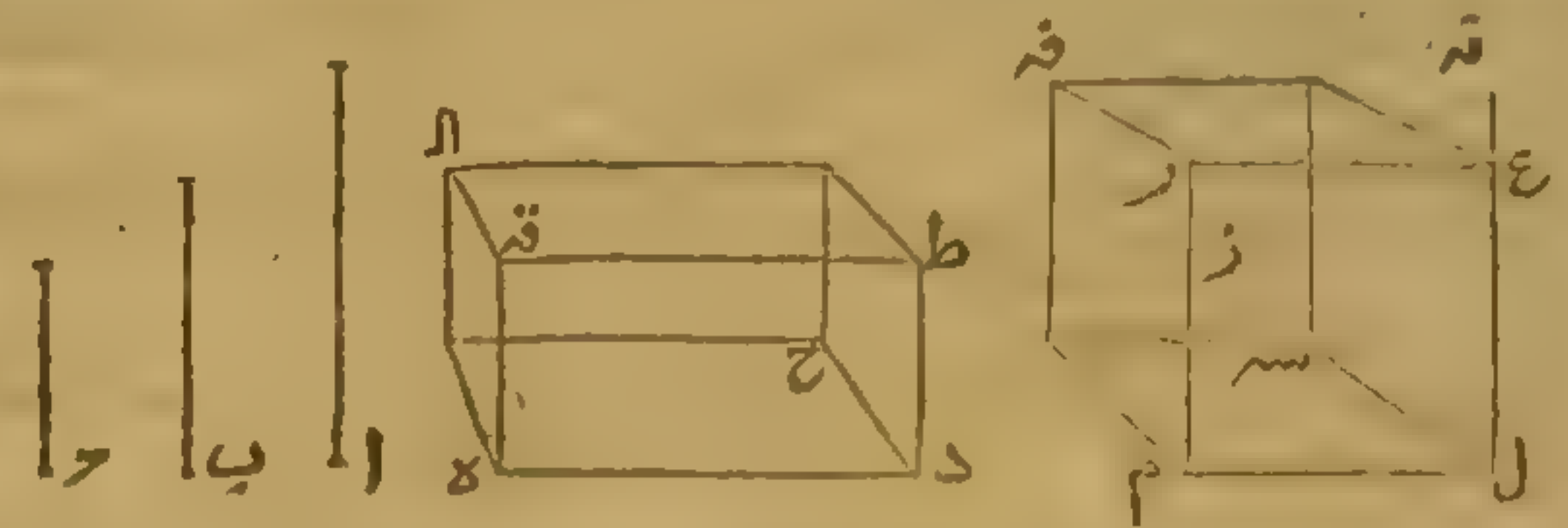
كل مجسمين تحيط باحدهما سطوح متوازية كل
 ضلع من اضلاعها يساوي احد ثلثة خطوط
 متناسبة وبالاخر سطوح متوازية كل واحد من
 اضلاعها يساوي الخط الثاني من الثلثة خطوط
 المتناسبة وتكون الزوايا المتناظرة من السطوح
 المحيطة بالمجسمين متساوية فانهما متساويتان

ليكن الخطوط المتناسبة $ا ب$ و $ب$ نسبة $ا$ الى $ب$ كنسبة $ب$ الى $ح$ وليكن
 خط $د هـ$ كخط $ا$ وانرسم على نقطة $د$ منه زاوية مجسمة كيف اتفق وهي
 التي يحيط بها سطوح $د هـ$ و $د ح$ و $د ط$ ولنجعل $ح د$ كخط $ب$ و $د ط$ كخط
 $ح$ بالشكل الثالث من الاول ونخرج من نقطتي $د$ و $ط$ خطي $د ق$ و $د م$



موازيين لخطي $د ط$ و $د ق$ بالشكل الواحد والثلاثين من الاول فهما
 يتلاقيان لانا اذا وصلنا $د ط$ بخط مستقيم تكون زاويتي $د هـ$ و $د ط$ اقل
 من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاول وهما كزاويتي $ق ط$ و $ق هـ$ بالشكل
 التاسع والعشرين من الاول فليتلاقيا على نقطة $ق$ وبمثلها نقيم مجسم $د$
 فتكون السطوح المحيطة به متوازية لتوازي اضلاعها ولنفصل من خط
 مستقيم خط $ل م$ كخط $ب$ بالشكل الثالث من الاول ونرسم على نقطة $ل$
 منه زاوية مجسمة كزاوية $د$ بالشكل السادس والعشرين على ان تكون
 زاوية $م ل ز$ كزاوية $د ح$ وزاوية $ز ل ن$ كزاوية $ح د ط$ وزاوية $م ل ن$ كزاوية
 $د ط$ ونفصل من $ل ز$ و $ل م$ و $ل ن$ مساويين لخط $ب$ بالشكل الثالث
 من الاول ونقيم مجسم $ل م ن$ على قياس مجسم $د$ ولان نسبة $د$ الى $ل م$ كنسبة

آ إلى ب ونسبة آ إلى ب كنسبة آ إلى ل م بالشكل السابع من الخامسة
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د ه إلى ل م كنسبة آ إلى ب
ونسبة ب إلى ح كنسبة آ إلى ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة
ح ه إلى ل م كنسبة ب إلى ح ونسبة ل ع إلى د ط كنسبة ب إلى د ط ونسبة
ب إلى ح كنسبة ب إلى د ط بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي
عشر من الخامسة نسبة ل ع إلى د ط كنسبة ب إلى ح إلى د ط فبهذا الشكل

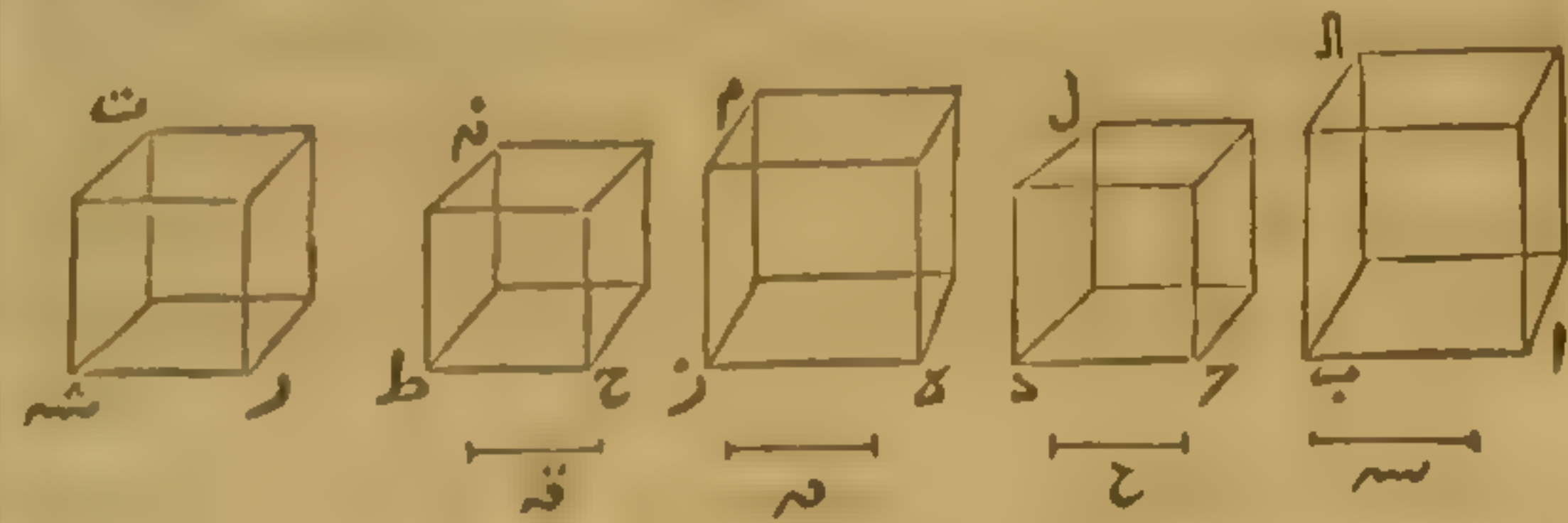


بعينه نسبة د ه إلى ل م كنسبة ل ع إلى د ط وزاوية م ل ع كزاوية د ه ط
فقاعد د ه كقاعدة ل م بالشكل الرابع من السادسة والشكل الرابع
والثلاثين من الأولي بعد اخراج قطري م ع ط ه ولان مجسمي د ه ل ق
متوازي السطوح المحبطة بهما لتوازي اضلاعها وضلع د ح ل م
متساويان وجعلناهما سمكهما فيكون ارتفاعها بقدر واحد بالشكل
المتقدم فنسبة قاعدة ل م إلى قاعدة د ه كنسبة ارتفاع مجسم د ه إلى
ارتفاع مجسم ل ق على التكافؤ فالجسمان متساويان باحد شكلي الرابع
والثلاثين والثامن والثلاثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
لط

اذا كانت خطوط كم كانت وعملت عليها مجسمات
متوازية الاضلاع متشابهة على حلقه واحدة فان
كانت الخطوط متناسبة كانت المجسمات متناسبة
وان كانت المجسمات متناسبة كانت الخطوط
متناسبة

لكن آ ب ح د ه ح ط اربعة خطوط وعملت عليها مجسمات آ ل ح ه م
ح ه متوازية السطوح المحبطة بها ومتشابهة كلها على حلقه واحدة
بالشكل السابع والعشرين فاقول ان كانت نسبة آ ب إلى ح د كنسبة د ه
إلى ح ط

إلى ح ط كانت نسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل كنسبة مجسم ه ل إلى مجسم
ح ه وبالعكس برهان ولتجد لخطي آ ب ح د ه لثا ورابعاً في النسبة

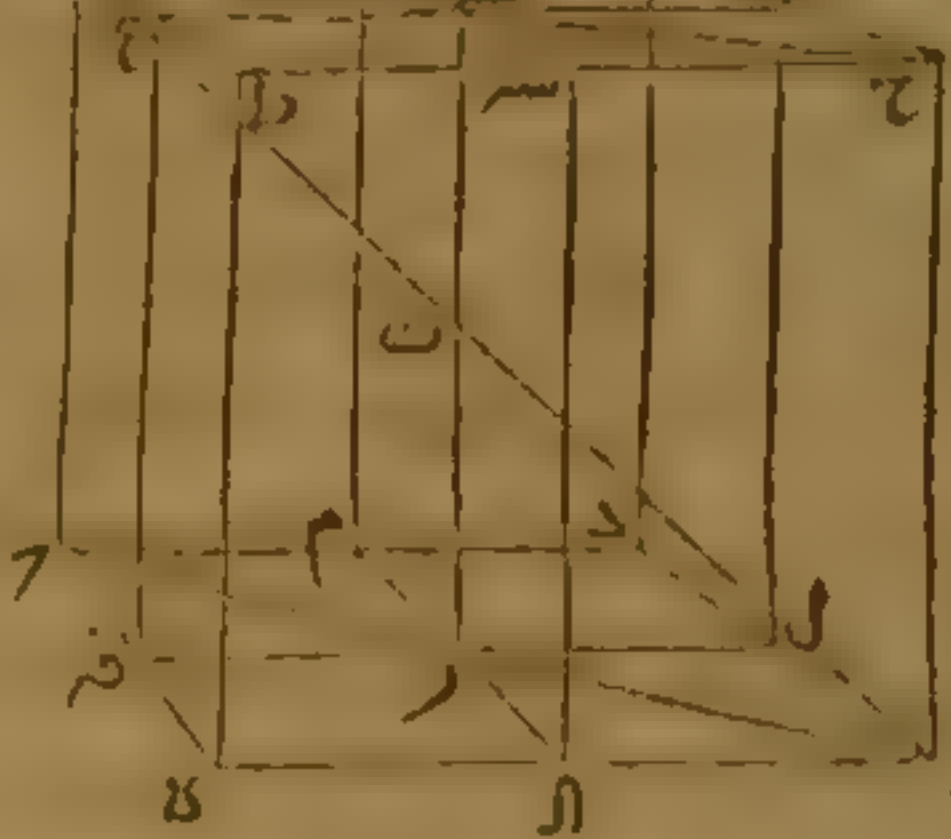


وهما س ع ولخطي ه ر ح ط كذلك وهما خطا ق ه بالشكل العاشر والحادي
عشر من السادسة فنسبة آ ب إلى ح د كنسبة ه ر إلى ح ط ونسبة ح د إلى س ه
كنسبة ح ط إلى ق ه ونسبة س ه إلى ع كنسبة ق ه إلى ه فبالمساوات المنتظمة
نسبة آ ب إلى ع كنسبة ه ر إلى ق ه بالشكل الثالث والعشرين من الخامسة
ونسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل كنسبة آ ب إلى ح د كنسبة ه ر إلى ق ه بالتكرير بالشكل
السادس والثلاثين ونسبة آ ب إلى ع كنسبة آ ب إلى ح د كنسبة ه ر إلى ق ه بالتكرير
فنسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل كنسبة آ ب إلى ع بالشكل الحادي عشر من
الخامسة ونسبة ه ر إلى ق ه كنسبة آ ب إلى ع فنسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل
كنسبة ه ر إلى ق ه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم ه م إلى
مجسم ح ه كنسبة ه ر إلى ح ط كنسبة ه ر إلى ح ط كنسبة ه ر إلى ح ط
ونسبة ه ر إلى ق ه كنسبة ه ر إلى ح ط كنسبة ه ر إلى ح ط كنسبة ه ر إلى ح ط
مجسم ح ه كنسبة ه ر إلى ق ه بالشكل الحادي عشر من الخامسة وكانت
نسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل كنسبة ه ر إلى ق ه فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل كنسبة مجسم ه م إلى مجسم ح ه
وان كانت نسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل كنسبة مجسم ه م إلى مجسم ح ه
فنسبة آ ب إلى ح د كنسبة ه ر إلى ح ط والا لكان نسبة آ ب إلى ح د كنسبة
ه ر إلى ح ط ونعمل عليه مجسم ر ت شبيهها بمجسم ح ه بالشكل
السابع والعشرين فيكون شبيهها بمجسم ه م لان السطوح المحبطة بمجسم
ه م شبيهة بالسطوح المحبطة بمجسم ح ه النظر للنظير والسطوح المحبطة
بمجسم ر ت شبيهة بالسطوح المحبطة بمجسم ح ه النظر للنظير
فالسطوح المحبطة بمجسم ه م شبيهة بالسطوح المحبطة بمجسم ر ت
النظر للنظير بالشكل الثامن عشر من السادسة فمجسم ر ت شبيه بمجسم
ه م فنسبة مجسم ه م إلى مجسم ر ت كنسبة مجسم آ إلى مجسم ح ل بما
تقدم في هذا الشكل وكانت نسبة مجسم ه م إلى مجسم ح ه كنسبة مجسم
آ إلى مجسم ح ل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم ه م إلى
مجسم ح ه كنسبة آ إلى مجسم ر ت ونسبة ه م إلى ح ط كنسبة مجسم

ثم الى مجسم حـه بالشكل السادس والثلاثين فنسبة هـم الى حـط مثلثة كنسبة مجسم هـم الى مجسم رـب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة هـم الى رـشه مثلثة كنسبة مجسم هـم الى مجسم رـب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة هـم الى حـط كنسبة الى رـشه وكانت نسبة اب الى حـد كنسبة هـم الى رـشه فنسبة اب الى حـد كنسبة هـم الى حـط بالشكل الحادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل مكعب يفصله سطحان ويمر كل منهما بانصاف اضلاع سطحين متقابلين من السطوح المحيطة به فان الفصل المشترك بين السطحين وقطر

ب المكعب يتناصفان



ليكن المكعب اب والسطحان المتقابلان من السطوح المحيطة به سطحي اـجـح وقسمت اضلاعهما علي نقطـة الـمـنـة سـة قـة فـصل المكعب بسطحي اـقـلـع فبنقاطهما علي نقطتي مـرـشـة ونصل مـرـشـة اب بخطين مستقيمين فاقول ان كل واحد من

خطي اب رـشه ينصف الآخر علي نقطة وهي نقطة تـبرهانه ليكن الفصل المشترك بين السطحين المتقاطعين والمتقابلين خطوط الـمـلـة سـة قـة وهي مستقيمة بالشكل الثالث ونصل اـرـحـرـبـشـة سـح بخطوط مستقيمة فلان السطوح المحيطة بالمكعب متوازية الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من كل سطح منها متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى فانصافها ايضا متساوية فلان اـدـيـوازي حـه فزاويتـسا الـمـر حـمـر المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس والعشرين من الاولى وضلعي الـلـر كضلعي حـمـر فزاوية اـرـل كزاوية حـمـر بالشكل الرابع من الاولى ولان زاويتي اـرـنـة اـرـل كزاويتين بالشكل الثالث عشر من الاولى ونجعل زاوية اـرـنـة مشتركة بين زاويتي اـرـل حـمـر فتكون زاويتا حـمـر اـرـنـة معا كزاويتي اـرـل اـرـنـة معا فزاويتا اـرـنـة حـمـر كزاويتين خطا اـرـحـر متصلان احدهما علي استقامة الآخر بالشكل الرابع عشر من الاولى وبمثله تبين ان خطي بـشـة حـشـة احدهما علي استقامة الآخر وخطا بـحـا يوازيان خط

خط هـط بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى وابست الخطوط الثلاثة في سطح واحد خطا اـحـبـح متوازيان ومتساويان بالشكل التاسع خطا اـجـبـح متساويان ومتوازيان بالشكل الثالث والثلاثين من الاولى خطا اـمـبـسـه متساويان وخطا اـبـمـرـشـة كايان في سطح اـجـبـح بالشكل السابع فقطر اـبـ يقطع خط رـبـشـة فلمقطعه علي نقطة تـفلان زاويتي اـتـمـر بـتـشـة متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولى وزاوية اـمـر كزاوية بـشـة بالشكل التاسع والعشرين من الاولى وضلع اـر كضلع بـشـة فبالشكل السادس والعشرين من الاولى ضلع اـب كضلع بـت وضلع رـت كضلع تـشـة وذلك ما اردنا ان نبين

كل منشورين ارتفاعهما بقدر واحد وقاعدة احدهما مثلث وقاعدة الآخر سطح متوازي الاضلاع ضعف ذلك المثلث فهما متساويان

ليكن اب حـده منشورا قاعدته سطح حـه المتوازي الاضلاع وحـه الـط منشورا اخر قاعدته



مثلث نه الـلـوسـط حـه ضعف مثلث نه الـلـضعف وارتفاعهما بقدر واحد فاقول ان المنشورين متساويان برهانه نعم مجسمي اـع حـسـه كايـنـا في الشكل السادس والثلاثين فلان متوازي الاضلاع طـالـضعف مثلث نه الـلـبالشكل الرابع والثلاثين من الاولى وكان سطح بـد ضعف مثلث نه الـلـفقاعدتا بـد طـالـمتساويتان فمجسمي اـع حـسـه علي قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد فهما متساويان بالشكل الواحد والثلاثين والثاني والثلاثين والمنشوران نصف المجسمين بالشكل الثامن والعشرين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

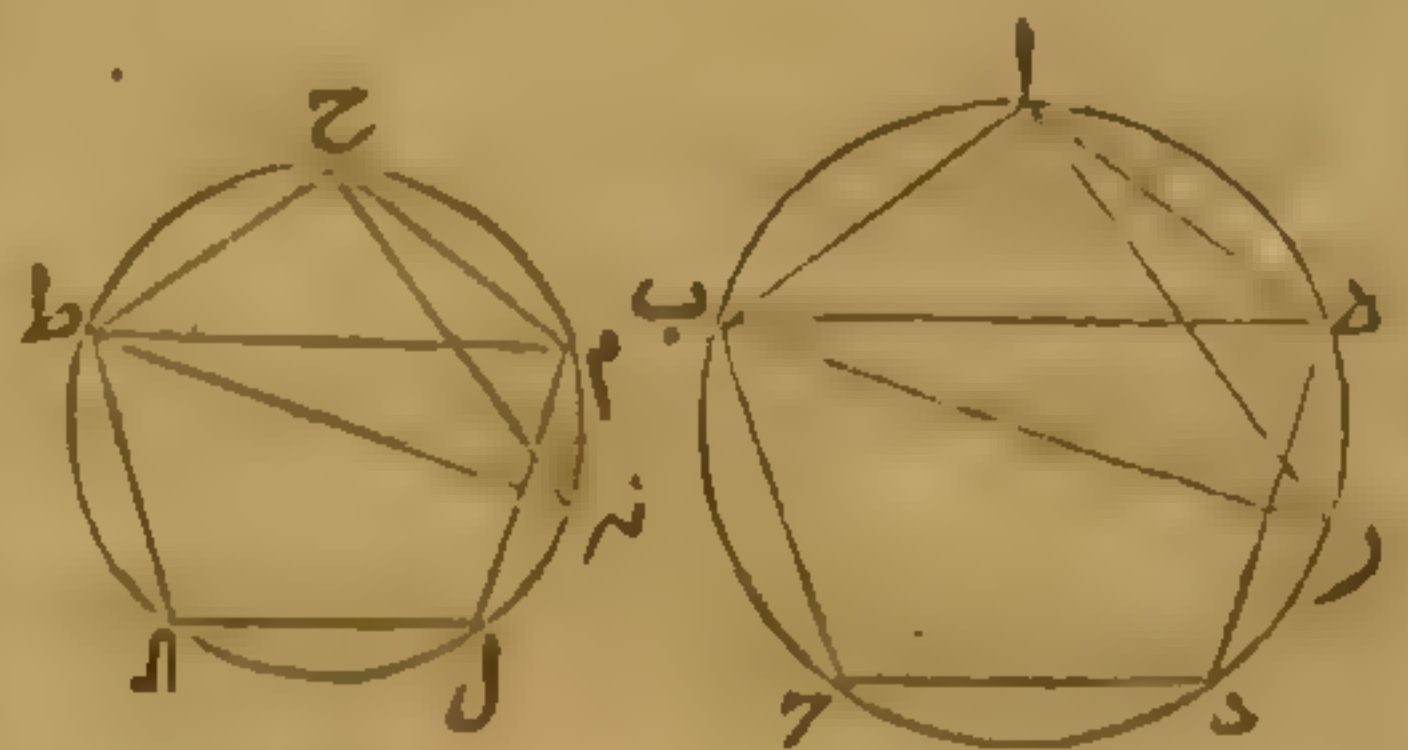
تمت المقالة الحادية عشر والحمد لله المساعد

المقالة الثانية عشرة في كل

كل سطحين كثيري الاضلاع والزوايا المتشابهين الواقعين في دايرتين فان نسبة احد السطحين الى الآخر كنسبة مربع قطر دايرته الى مربع قطر

الدايرة الاخرى

ليكن سطحاً ا ب ح د ه
ح ط الم كثير الاضلاع
والزوايا المتشابهان في
دايرتين قطرها ب ر
ط ن فاقول ان نسبة سطح



اد الى سطح ح ل كنسبة مربع قطر ب ر الى مربع قطر ط ن برهانه فصل
ا ر ب ه ح ن ط م بخطوط مستقيمة فلان نسبة ا ب الى ح ط كنسبة ا ه الى
ح م وزاوية ب ا ه كزاوية ط ح م فزاوية ا ه ب كزاوية ح م ط بالشكل
العشرين من الثالثة فزاوية ا ر ب كزاوية ا ه ب وزاوية ح ن ط كزاوية
ح م ط بالشكل العشرين من الثالثة فزاوية ا م ر كزاوية ح ن ط وكل
من زاويتي ب ا ر ط ح ن قامة بالشكل الثلاثين من الثالثة فزاوية ا م ر
ا ب ر كزاوية ا م ر ط ح ن بالشكل الثاني والثلاثين من الاول فثلث ا ب ر
شبهه بثلث ط ح ن بالشكل الرابع من السادسة فنسبة ب ر الى ط ن
كنسبة ا ب الى ح ط فنسبة ب ر الى ط ن مثناة كنسبة ا ب الى ح ط
مثناة ونسبة سطح ا د الى سطح ح ل كنسبة ا ب الى ح ط مثناة بالشكل التاسع
عشر من السادسة فنسبة سطح ا د الى سطح ح ل كنسبة ب ر الى ط ن مثناة
بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع ب ر الى مربع ط ن كنسبة
ب ر الى ط ن مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالشكل الحادي
عشر من الخامسة نسبة سطح ا د الى سطح ح ل كنسبة مربع ب ر الى مربع
ط ن قطري الدائرتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ب

كل

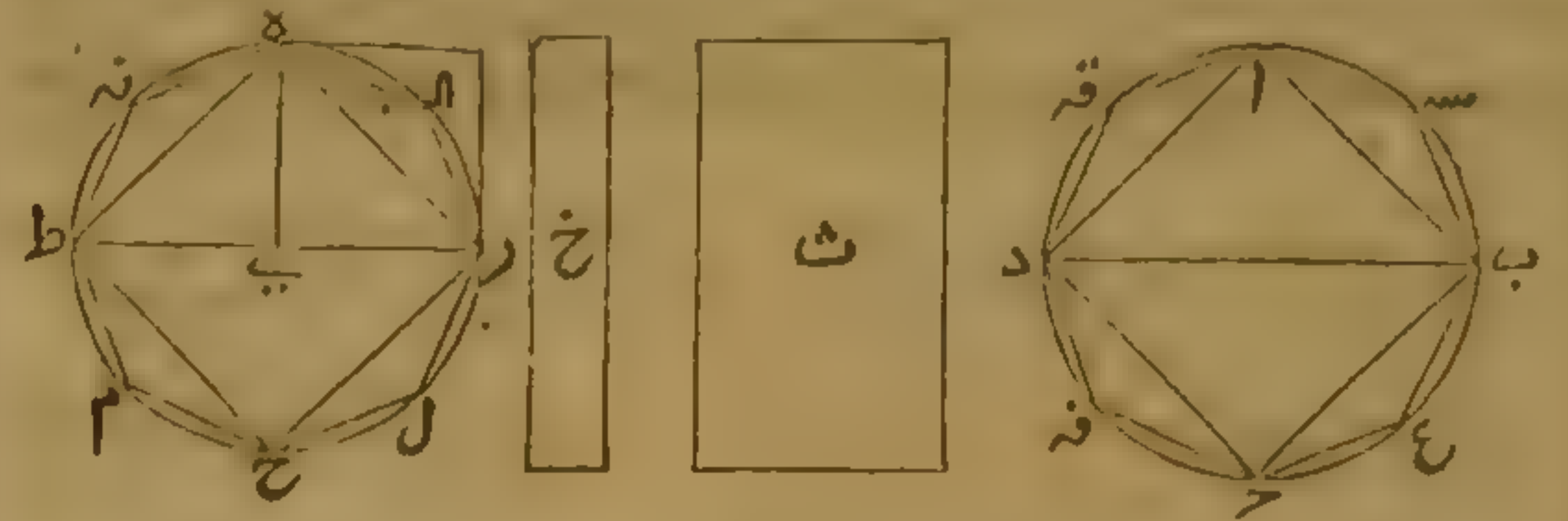
كل دايرتين نسبة مربعي قطريهما كنسبتهما
النظير من النظير

ليكن ب د قطر دايرة ا ب ح د و ر ط قطر دايرة ه ح ط فاقول ان نسبة
مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط كنسبة دايرة ا ب ح د الى دايرة ه ح ط برهانه
والا لكانت نسبة مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط كنسبة دايرة ا ب ح د الى
سطح اصغر من دايرة ه ح ط او اعظم منها وليكن اولا الى سطح هو اصغر من



دايرة ه ح وليكن هو سطح ت وليكن سطح خ كفضل دايرة ه ح على سطح ت
ولنرسم في دايرة ه ح مربع ه ح ط ط بالشكل السادس من الرابعة فسطح
ه ح ط اعظم من نصف دايرة ه ح فننصف قطر ر ط بالشكل العاشر
من الاول على نقطة ع ونخرج من نقطتي ر ع عمودي ع ه ر ش على قطر
ر ط بالشكل الحادي عشر من الاول ونفصل ر ش مثل ع ه بالشكل
الثالث من الي و ي ونصل ه ش بخط مستقيم فخطا ر ش ع ه متوازيان
بالشكل الثامن والعشرين من الاول وخط ه ش مواز لخط ر ع بالشكل
الثالث والثلاثين من الاول ومثلث ه ر ع الذي هو نصف سطح ع ه ش
المتوازي الاضلاع بالشكل الرابع والثلاثين من الاول الذي هو اعظم من
رابع دايرة ه ح ط فشكل ه ح ط اعظم من نصف دايرة ه ح ثم فننصف
قطر ه ر ح ط ط ه بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة على نقط
ال م ن ونصل ه ا ل م ر ل ح ح م ط ط ن ن ه بخطوط مستقيمة
فثلثات ه ا ل ر ل ح ح م ط ط ن ه اعظم من انصاف القطع الاربعة وهكذا
نعمل الى ان يبقى من الدائرة ما هو اقل من سطح خ بالشكل الاول من
العاشرة ولانكن ه القطع المذكورة فبكون سطح الم كثير الاضلاع اعظم
من سطح ت ونعمل في دايرة ا ب ح د اشكالا شبيهة بالشكل الم كما علمنا وهو سطح
اس ب ع ح د فذلك كثير الاضلاع وكانت نسبة دايرة ا ب ح د الى سطح ت كنسبة
مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط ونسبة كثير الاضلاع ه ح ط الى كثير
اضلاع الم كنسبة مربع قطر ب د الى مربع قطر ر ط بالشكل المتقدم
فنسبة دايرة ا ب ح د الى سطح ت كنسبة سطح ه ح ط الى سطح الم بالشكل الحادي

عشر من الخامسة وبالأبدال نسبة دائرة آح إلى سطح سة كنسبة سطح ت إلى سطح أم الذي هو أعظم من سطح ت بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن دائرة آح أعظم من سطح سة فسطح ت أعظم من سطح أم وهو أصغر منه هذا خلف ثم لتكن نسبة مربع قطر ب د إلى مربع قطر ر ط كنسبة دائرة آح إلى سطح هو أعظم من دائرة ه ح وهو سطح ت فبالخلاف نسبة مربع ر ط إلى مربع ب د كنسبة سطح ت إلى دائرة آح

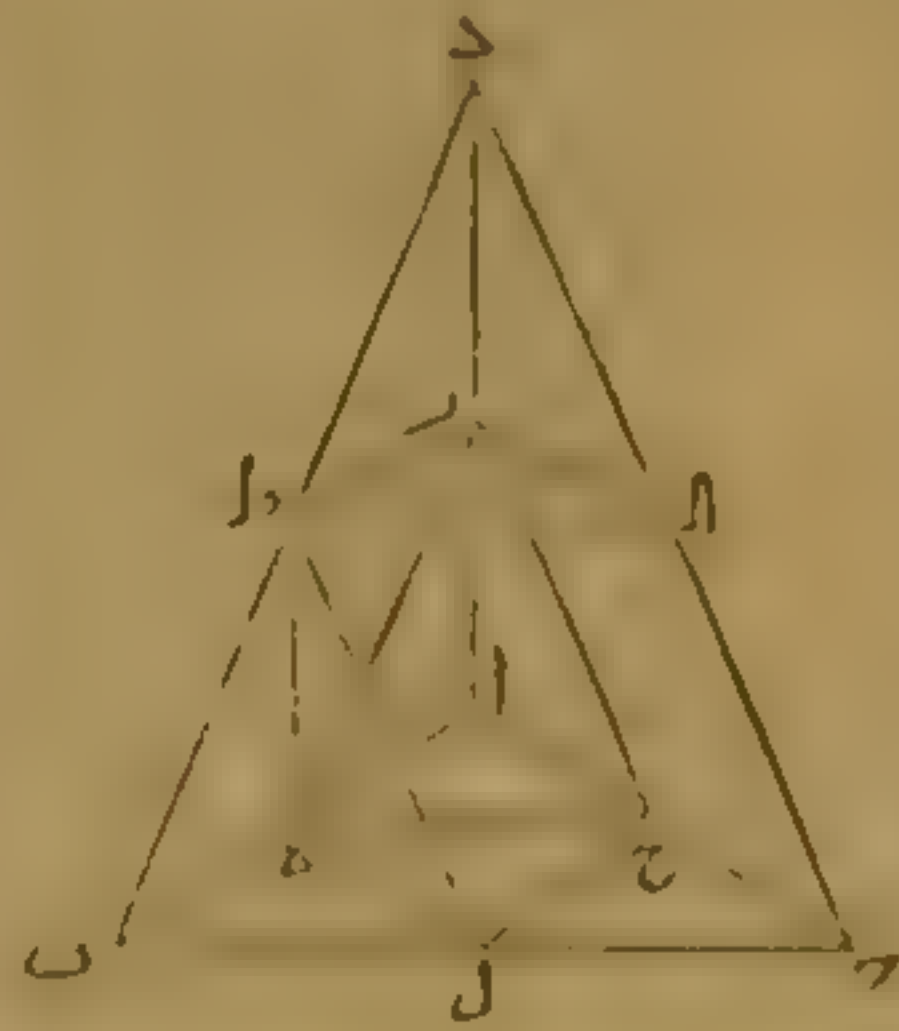


ونسبة دائرة ه ح إلى سطح ما وليكن سطح خ كنسبة سطح ت إلى دائرة آح لكن سطح ت أعظم من دائرة ه ح فدائرة آح أعظم من سطح خ بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ر ط إلى مربع ب د كنسبة دائرة آح إلى سطح خ فنذكر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فلا يمكن أن تكون نسبة مربع ب د إلى مربع ر ط كنسبة دائرة آح إلى سطح أصغر أو أعظم من سطح دائرة ه ح فهي كنسبة دائرة آح إلى سطح مساو لدائرة ه ح ونسبة دائرة آح إلى دائرة ه ح كنسبتها إلى سطح مساو لدائرة ه ح بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب د إلى مربع ر ط كنسبة دائرة آح إلى دائرة ه ح وذلك ما اردنا ان نبين

كل مخروط مثلث القاعدة فلنا ان فصله إلى مخروطين متساويين متشابهين يشبهان المخروط الاعظم ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم

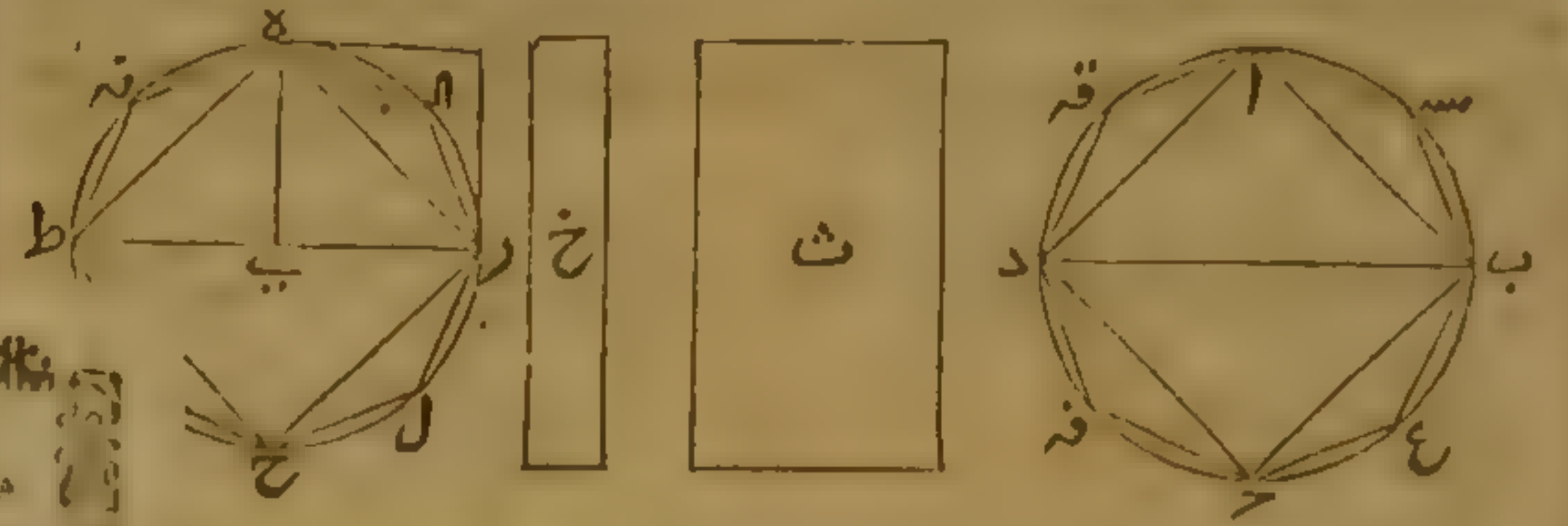
ليكن مخروط قاعدته مثلث آ ب ح ورأسه نقطة د فاقول لنا ان فصله إلى مخروطين متساويين متشابهين يشبهان مخروط آ ب ح ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم برهانه نصف كل

كل واحد من اضلاع آ ب آ د ب ح على نقط ه م ج ط ا ل بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين كل من نقطتي ه م ج ر ط ر ا ط ا ل ح ل ط ا ل بخط مستقيم ولان كل واحد من اضلاع مثلثات آ ب ح آ د ب ح منصف باحدي النقط المذكورة فاضلاع تلك المثلثات منقسمة على نسبة واحدة فالخطوط المستقيمة الواصلة بين النقط المذكورة موازية لاضلاع تلك المثلثات بالشكل الثاني من السادسة فيكون ر ط مساويا لب ه المساوي لآ ه ف ر ط يساوي آ ه و ر ه مساويا لب ط المساوي ل ط د ف ط د يساوي م ه و آ م مساويا ل م د بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي فاضلاع مثلث آ م ر مساوية لاضلاع مثلث د ر ط فزواياها المتناظرة متساوية



والمثلث كالمثلث بالشكل الثامن من الاولي فنسبة ر ط إلى آ ه كنسبة د ط إلى ر ه وكنسبة د ر إلى آ م بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا آ م ر د ر ط متساويان ومتشابهان وبمثلثه تبين ان مثلثي آ م ح د م ر متساويان ومتشابهان ولان ضلعي د ط د ه يوازيان ويساويان ضلعي ر ه م ح بالشكل الثاني من السادسة والرابع والثلاثين من الاولي ولتست في سطح واحد فزاويتا ه م ج ط د ه متساويتان بالشكل العاشر من الحادية عشر فقاعدة ط ا كقاعدة ه ح ومثلث ر ه ح كمثلث د ط ا وساير الزوايا كساير الزوايا بالشكل الرابع من الاولي فنسبة د ط إلى م ه كنسبة د ا إلى م ج ونسبة ط ا إلى ه ح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا ر ه ح د ط ا متساويان ومتشابهان فاضلاع مثلثي آ ه ح ر ط ا متساوية فمما متساويان وزواياها المتناظرة متساوية بالشكل الثامن من الاولي فنسبة ر ط إلى آ ه كنسبة ر ا إلى آ ح وكنسبة ط ا إلى ه ح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا ر ط ا آ ه ح متساويان متشابهان فالمثلثات المحيطة بمخروطي آ ه ح ر ط ا د متساوية متشابهة فالمخروطان متساويان متشابهان . ولان ضلعي ر ط ط ا يوازيان ضلعي آ ب ب ح ولتست في سطح واحد فزاوية ر ط ا تساوي زاوية آ ب ح بالشكل العاشر من الحادية عشر وبمثلثه تبين ان زاويتي ط ر ا ر ا ط يساويان زاويتي ب آ ح آ ح ب فزوايا مثلث ر ط ا تساوي زوايا مثلث آ ب ح كل لنظيره فبالشكل الرابع من السادسة نسبة آ ب إلى ر ط كنسبة ب ح إلى ط ا وكنسبة آ ح إلى م ر فمثلثا آ ب ح ط م ر متشابهان . ولان آ ب يوازي ر ط فزاوية د ط ر كزاوية آ ب د فزاوية د ر ط كزاوية ب آ د بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية آ د ب مشتركة بين مثلثي آ ب د د م ر ط

عشر من الخامسة وبالإبدال نسبة دائرة آح إلى سطح سة كنسبة سطح ت إلى سطح أم الذي هو أعظم من سطح ث بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن دائرة آح أعظم من سطح سة فسطح ث أعظم من سطح أم وهو أصغر منه هذا خلاف ثم لتكن نسبة مربع قطر ب د إلى مربع قطر ر ط كنسبة دائرة آح إلى سطح هو أعظم من دائرة و ح وهو سطح ث فبالخلاف نسبة مربع ر ط إلى مربع ب د كنسبة سطح ت إلى دائرة آح



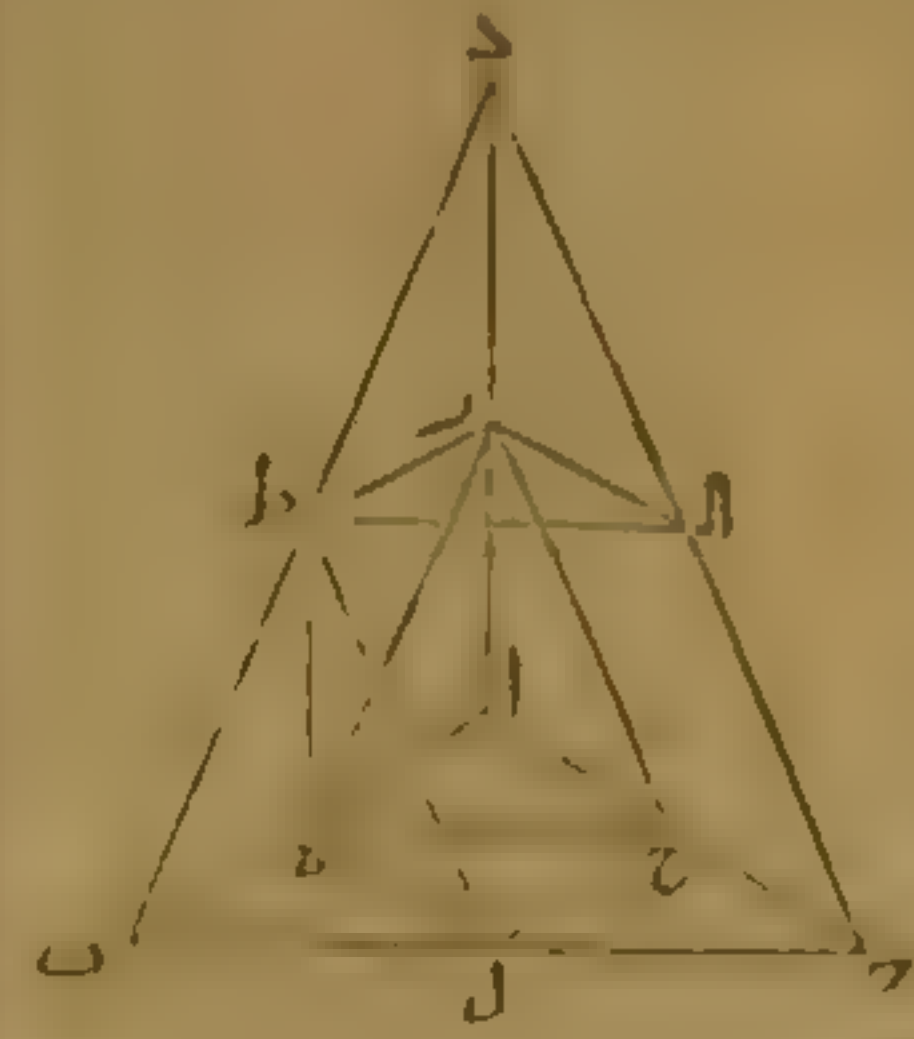
ونسبة دائرة هـ ح الى سطح ما وليكن سطح خ كنسبة سطح ث الى
 لكن سطح ت اعظم من دائرة هـ ح فدائرة ا ح اعظم من سطح خ بالشئ
 عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع
 مربع ب د كنسبة دائرة ا ح الى سطح خ فنذر مثل ما دبرنا وندين
 بمثل ما بدنا فلا يمكن ان تكون نسبة مربع ب د الى مربع ر ط د
 دائرة ا ح الى سطح اصغر او اعظم من سطح دائرة هـ ح فهي كنسبة
 الى سطح مساو لدائرة هـ ح ونسبة دائرة ا ح الى دائرة هـ ح كنسبتها
 مساو لدائرة هـ ح بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي
 الخامسة نسبة مربع ب د الى مربع ر ط كنسبة دائرة ا ح الى د
 وذلك ما اردنا ان نبين

كل مخروط مثلث القاعدة فلنا ارج نة
الى مخروطين متساويين متشابهين يشبه
المخروط الاعظم ومنشورين متساويين هما معا

من نصف المخروط الاعظم

ليكن مخروط قاعدته مثلث ABC ورأسه نقطة D فاول لنا ان نصله
الي مخروطين متساويين متشابهين يشبهان مخروط ABC D ومنشورين
متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم برهانه نصف
كل

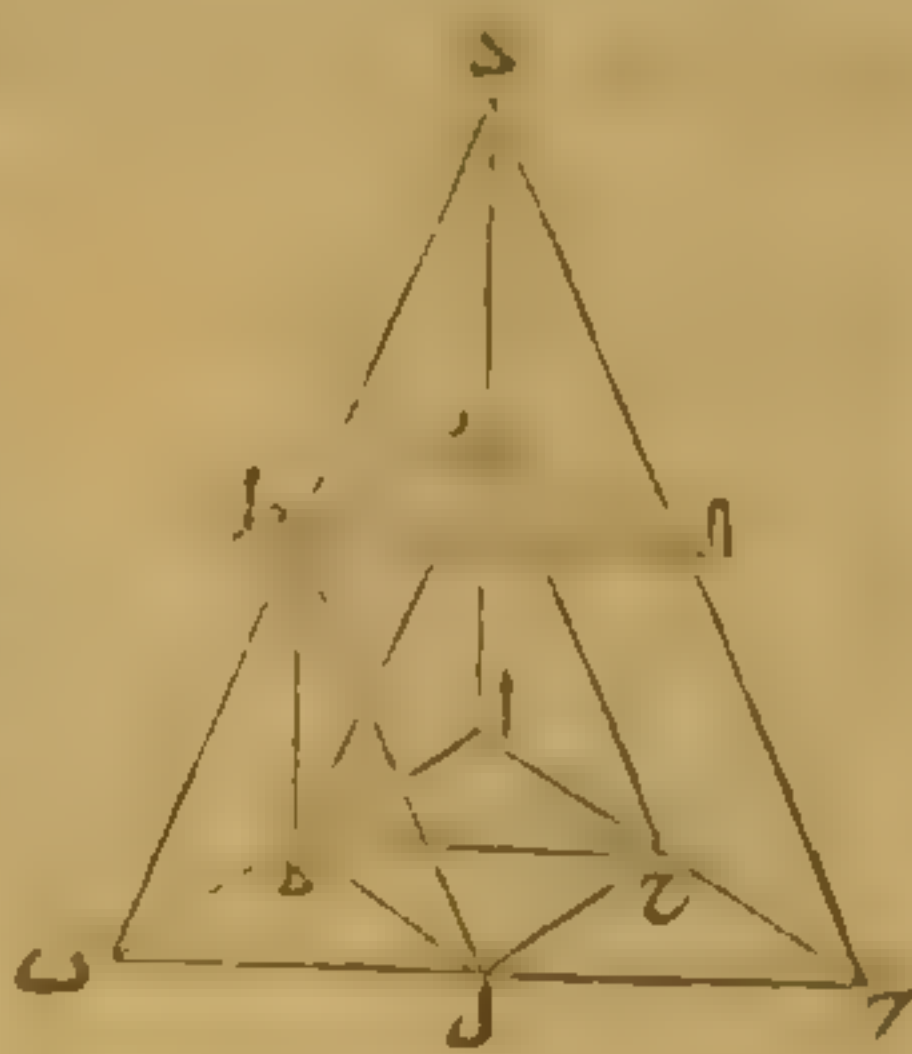
كل واحد من اضلاع $\overline{اب}$ $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ $\overline{دج}$ $\overline{بج}$ على نقط $\overline{هـ}$ $\overline{ز}$ $\overline{ح}$ $\overline{ط}$ $\overline{ل}$
 بالشكل العاشر من الاول ونصل بين كل من نقطتي $\overline{هـ}$ $\overline{ز}$ $\overline{ح}$ $\overline{ط}$ $\overline{ل}$
 $\overline{ط}$ $\overline{ل}$ $\overline{ح}$ $\overline{ط}$ بخط مستقيم والان كل واحد من اضلاع مثلثات $\overline{اب}$ $\overline{دب}$
 $\overline{اد}$ $\overline{ب}$ $\overline{د}$ منصف باحدى النقط المذكورة فاضلاع تلك المثلثات
 منقسمة على نسبة واحدة فالخطوط



المستقيمة الواصلة بين النقط المذكورة
موازية لاضلاع تلك المثلثات بالشكل
الثاني من السادسة فيكون $مرط$ مساويا
لب $ب$ المساوي ل $آ$ فرط يساوي $آ$ و $ر$
يا لب $ط$ المساوي ل $ط$ ف $ط$
ي $ر$ و $آ$ مساويا ل $ر$ بالشكل
ع والثلاثين من الاولى فاضلاع
ث $آ$ و $ر$ مساوية لاضلاع مثلث
فزاياها المتناظرة متساوية

ث كائنات بالشكل الثامن من الاول فنسبة $\overline{رط}$ الى $\overline{آه}$ كنسبة
 لي $\overline{ره}$ وكنسبة $\overline{در}$ الى $\overline{آه}$ بالشكل الرابع من السادسة فمثلما $\overline{آدر}$
 متساويان ومتشابهان وبمثله تبين ان مثلثي $\overline{آرح}$ $\overline{در}$ متساويان
 بهان ولان ضلعي $\overline{دط}$ $\overline{دو}$ متساويان وضلعي $\overline{ره}$ $\overline{رح}$ بالشكل
 من السادسة والرابع والثلاثين من الاول وليست في سطح واحد
 فاما $\overline{رح}$ $\overline{طد}$ متساويان بالشكل العاشر من الحادية عشر فقاعد
 ناعدة $\overline{هح}$ ومثلث $\overline{روح}$ كمثلث $\overline{دط}$ وسائر الزوايا كسائر الزوايا
 الرابع من الاول فنسبة $\overline{دط}$ الى $\overline{ره}$ كنسبة $\overline{دو}$ الى $\overline{رح}$ ونسبة $\overline{طد}$
 بالشكل الرابع من السادسة فمثلما $\overline{ره}$ $\overline{دط}$ متساويان ومتشابهان
 ع مثلثي $\overline{آه}$ $\overline{رط}$ متساوية فهما متساويان وزواياهما المتناظرة
 وية بالشكل الثامن من الاول فنسبة $\overline{رط}$ الى $\overline{آه}$ كنسبة $\overline{رآ}$ الى $\overline{آح}$
 نسبة $\overline{طد}$ الى $\overline{هح}$ بالشكل الرابع من السادسة فمثلما $\overline{رط}$ $\overline{آه}$
 بيان متشابهان فالمثلثات المحيطة بمخروطي $\overline{آه}$ $\overline{رط}$ متساوية
 بهية فالمخروطان متساويان متشابهان . ولان ضلعي $\overline{رط}$ $\overline{طد}$
 بان ضلعي $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ وليست في سطح واحد فزاوية $\overline{رط}$ $\overline{آب}$ تساوي
 زاوية $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ بالشكل العاشر من الحادية عشر وبمثله تبين ان زاويتي $\overline{طد}$ $\overline{رآ}$
 $\overline{رط}$ $\overline{دو}$ متساويان زاويتي $\overline{بآ}$ $\overline{آح}$ فزاويا مثلث $\overline{رط}$ $\overline{آب}$ تساوي زوايا مثلث
 $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ كل لنظيره فبالشكل الرابع من السادسة نسبة $\overline{آب}$ الى $\overline{رط}$ كنسبة
 $\overline{بآ}$ الى $\overline{طد}$ وكنسبة $\overline{آح}$ الى $\overline{دو}$ فمثلثا $\overline{آب}$ $\overline{طد}$ متشابهان . ولان $\overline{آب}$
 $\overline{دو}$ متساويان فزاوية $\overline{دط}$ $\overline{رآ}$ متساوية فزاوية $\overline{دط}$ $\overline{رآ}$ متساوية فبالشكل
 التاسع والعشرين من الاول وزاوية $\overline{آد}$ $\overline{بآ}$ مشتركة بين مثلثي $\overline{آد}$ $\overline{رط}$

وزواياها المتناظرة متساوية فنسبة $آب$ الى $مرط$ كنسبة $بَد$ الى $دط$ وكنسبة $آد$ الى $دَر$ بالشكل الرابع من السادسة فثلثا $آب$ د $دَرط$ متشابهان ومثله تبين ان $مثنائي دَر آد$ متشابهان وكذلك مثلثا $دب دط آ$ فالمثلثات المحيطة بمخروط $آب د$ تشبه المثلثات المحيطة بمخروط $آه ح$ شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط $رط$ $آد$ فالمثلثات المحيطة بمخروط $آب د$ شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط $آه ح$ بالشكل الواحد والعشرين من السادسة فنخروط $آب د$ $آه ح$ متشابهان ولان المنشور الذي يحيط به مثلثا $ب ط ل$ $ه ح ط$ وسطوح $ه ط ط ح$ $ب ح$ المتوازية الاضلاع والمنشور الذي يحيط به مثلثا $ح ل ح$ $ر ط$ وسطوح $ط ح ح ر$ $ر ل$ المتوازية الاضلاع



ارتفاعها واحد لان مثلث $رط آ$ يوازي مثلث $آب د$ فالاعادة النازلة من اي نقطة من نقط $ر آ ط$ على سطح مثلث $آب د$ متساوية بعضها لبعض وقاعدة احدها وهو متوازي الاضلاع $ب د$ ضعف قاعدة $ح ل$ لانا ان وصلنا $ه ل$ بخط مستقيم كان سطح $ب ح$ ضعف مثلث $ه ل$ بالشكل الرابع والثلاثين من الاولى وكان مثله $ه ل$ $ح ل$ متساويين بالشكل السادس والثلاثين من الاولى فالمنشوران متساويان بالشكل الحادي والاربعين من الحادية عشر ولان ارتفاع مخروط $آه ح$ $ر ك$ ارتفاع منشور $ح ل د$ وقاعدتاها اعني مثلثي $آه ح$ $ح ل د$ متساويان بالشكل السادس والثلاثين من الاولى ورأس المخروط نقطة $ر$ ورأس المنشور مثلث $رط آ$ فالمنشور اعظم من مخروط $آه ح$ فالمنشوران معا اعظم من مخروطي $آه ح$ $ر ط$ $آد$ معا فالمنشوران معا اعظم من نصف مخروط $آب د$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

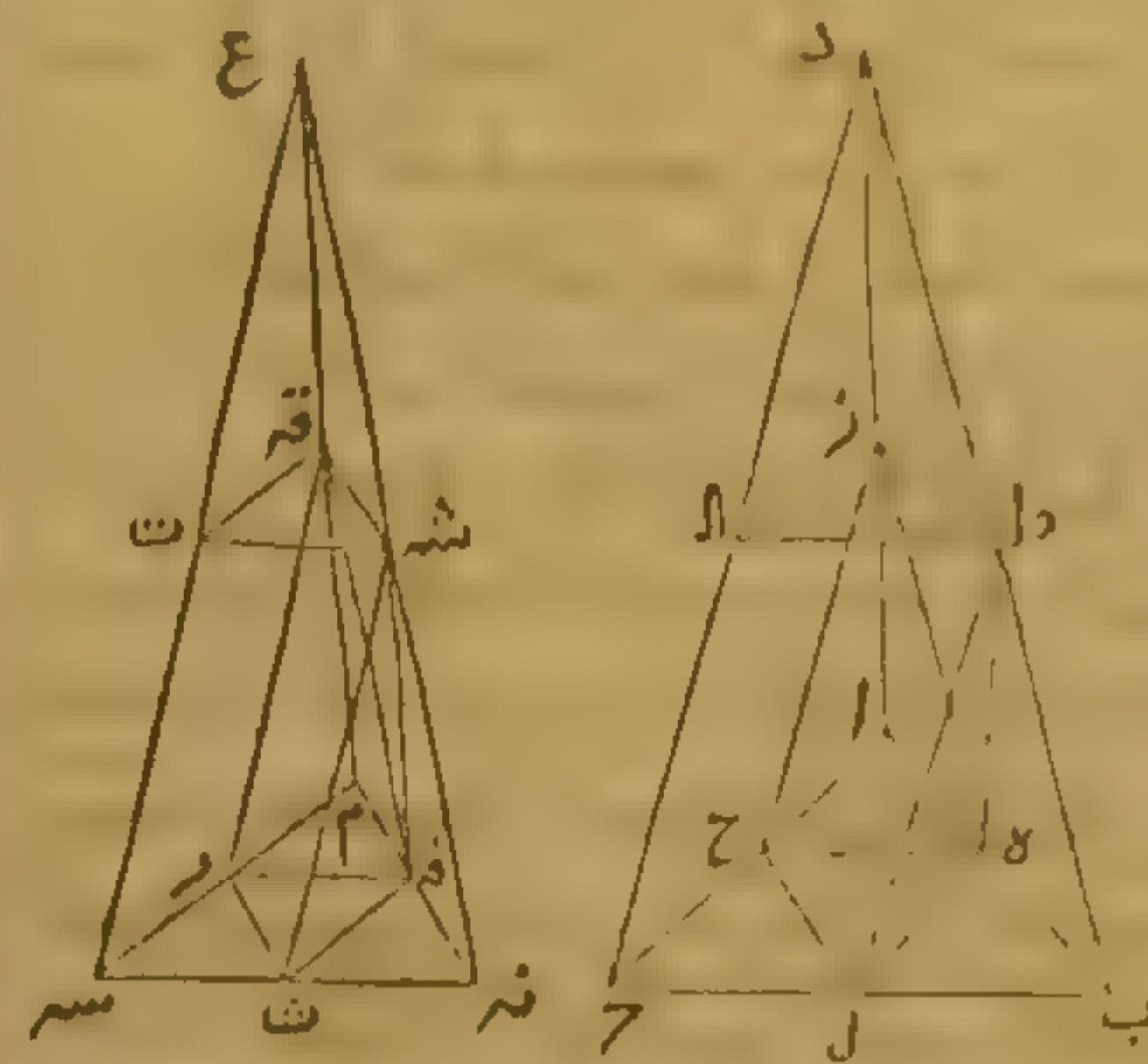
وقد استبان منه ان لنا ان نفصل كل مخروط من مخروطي $آه ح$ $ر ط$ $آد$ الى مخروطين متساويين متشابهين والي منشورين هما معا اعظم من مخروطيهما وهكذا الى غير النهاية

كل مخروطين مثلثي القاعدتين ارتفاعهما بقدر واحد فصل كل منهما الى مخروطين متساويين

متشابهين

متشابهين يشبهانه والي منشورين متساويين هما معا اعظم من نصفه وفصل كل من المخروطين الحادتين الى مخروطين متساويين متشابهين فيشبهانه والي منشورين متساويين هما معا اعظم من نصف مخروطه وهكذا بالغاما ما بلغ بشرط ان يكون عدد المناشير التي يشتمل عليها احد مخروطي الاعظم كعدد المناشير التي يشتمل عليها المخروط الآخر الاعظم فان نسبة قاعدة احد مخروطي الاعظم الى قاعدة المخروط الآخر الاعظم كنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الاول الى جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الثاني

ليكن مخروط $آب د$ من مسرع ارتفاعها بقدر واحد وقاعدتاها مثلثا



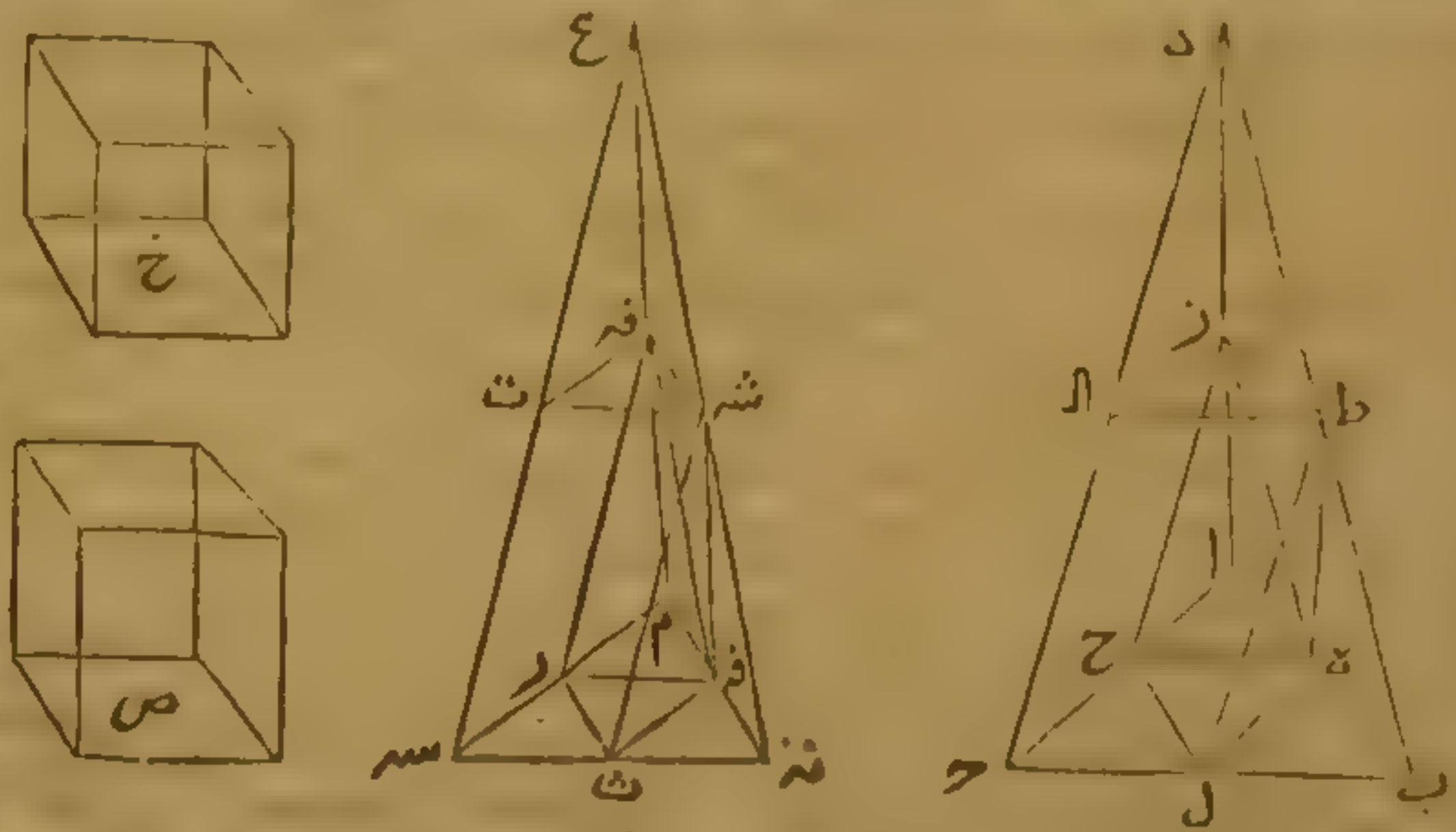
$آب د$ من نسبة وفصل
مخروط $آب د$ الى
مخروطي $آه ح$ $ر ط$ $آد$
المتساويين المتشابهين
يشبهان مخروط $آب د$
والى منشوري $ر ح ب ط$
 $ز ح ل$ متساويين وهما
معا اعظم من نصف
مخروط $آب د$ وفصل
كل من مخروطي $آه ح$ $ر ط$
ط $آد$ الى مخروطين

ومنشورين كما ذكرناه وهكذا بالغاما ما بلغ وفصل مخروط من مسرع الى

الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع عند انقسامه الي
مخاريط ومناشير متساوية بشرط تساوي العدة فالحكم ثابت وذلك
ما اردنا ان نبين

كل مخروطين مثلثي القاعدتين متساويي
الارتفاعين فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبة
قاعدته الي قاعدة الآخر

ليكن مخروطا ا ب ج د م ن س ع قاعدتهما مثلثا ا ب ج م ن س ع وارتفاعهما
بقدر واحد فاقول ان نسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة
مخروط ا ب ج د الي مخروط م ن س ع برهانه والا فلتكن نسبة قاعدة
ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ما اما اصغر من



مخروط م ن س ع واما اعظم منه فليكن اولا الي مجسم اصغر منه وليكن
هو مجسم ص ونعنه من مخروط م ن س ع مجسم خ ونفصل من مخروط
م ن س ع مخروطين متساويين ومتشابهين ومشابهين للمخروط م ن س ع
ومنشورين متساويين هما اعظم من نصف مخروط م ن س ع ونفصل من
المخروطين المحادئين مخروطين متساويين ومتشابهين ويشبهان المخروطين
الذين فصلا منه ومنشورين متساويين هما اعظم من نصف المخروط
الذي فصلا منه وهكذا بالغا ما بلغ بالشكل الثالث فسنبلع التفصيل
الي ان يبقئ مخروط م ن س ع مخروطان هما اصغر من مجسم خ بالشكل الاول
من العاشرة وكان مخروط م ن س ع مجسم ص خ فنشورا برهانه
رثاقه معا اعظم من مجسم ص ونفصل من مخروط ا ب ج د مخاريط
ومناشير بالصفة المذكورة عدتها كعدة ما يشتمل عليها مخروط م ن س ع
من

من المخاريط والمناشير بالشكل الثالث فليكن ما انفصل اليه مخروط
ث ر فة ا ب ج د من المخاريط والمناشير مخروطي ا ح ج ر ط ا د ومنشوري
ح ل ح د ر فنسبة منشوري مخروط ا ب ج د الي منشوري مخروط
م ن س ع كنسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع بالشكل المتقدم وكانت
نسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ص كنسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشوري مخروط ا ب ج د الي
منشوري مخروط م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ص فبالابدال
نسبة منشوري مخروط ا ب ج د الي مخروط ا ب ج د كنسبة منشوري مخروط
م ن س ع الي مجسم ص بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن منشورا
مخروط ا ب ج د اصغر من مخروط ا ب ج د لانها جزء فنشورا مخروط
م ن س ع اصغر من مجسم ص وكانا اعظم هذا خلف . ثم لنكن نسبة
قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم ما هو اعظم
من مخروط م ن س ع وليكن هو مجسم خ فبالخلاف نسبة قاعدة م ن س ع
الي قاعدة ا ب ج كنسبة مجسم خ الي مخروط ا ب ج ونسبة مخروط م ن س ع
الي مجسم ما وليكن هو مجسم ص كنسبة مجسم خ الي مخروط ا ب ج لكن
مجسم خ اعظم من مخروط م ن س ع فمخروط ا ب ج د اعظم من مجسم ص
بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة
قاعدة م ن س ع الي قاعدة ا ب ج كنسبة مخروط م ن س ع الي مجسم ص
الذي هو اصغر من مخروط ا ب ج د فنجد برهانه ما دبرنا ونبين الخلف مثل
ما بيننا فلا يمكن ان تكون نسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة
مخروط ا ب ج د الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط م ن س ع فنسبة قاعدة
ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ج د الي مجسم يساوي مخروط
م ن س ع ونسبة مخروط ا ب ج د الي مخروط م ن س ع كنسبته الي مجسم
يساوي مخروط م ن س ع بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي
عشر من الخامسة نسبة قاعدة ا ب ج الي قاعدة م ن س ع كنسبة مخروط
ا ب ج د الي مخروط م ن س ع وذلك ما اردنا ان نبين

كل واحد من المناشير مثلثة القواعد يمكن
ان يفصل الي ثلث مخاريط متساوية قاعدة
كل مثلث

ليكن منشور ا ب ج د قاعدته مثلث ح د ر فاقول انه يمكن ان يفصل
الي ثلاثة مخاريط متساوية قاعدة كل مثلث برهانه نصل ب د ب ر ج د

بخطوط مستقيمة فلان مثلثي ب ج د ب هـ متساويان بالشكل الرابع

والثلثين من الاول لان سطح ب ج د هـ متوازي الاضلاع ومخروطي ب ج د هـ متساويان الارتفاعين فنسبة مخروط ب ج د هـ الى مخروط ب هـ د ر كنسبة قاعدة ب ج د الى قاعدة ب هـ د بالشكل المتقدم لكن القاعدتان متساويتان فمخروط ب ج د هـ مخروط ب هـ د ر واذا جعلنا مثلث مره ا قاعدة مخروط ر هـ ا ب ومثلث ر هـ د قاعدة مخروط ر هـ ب يكون مخروط مره ا ب مخروط ر هـ ب بالبيان المذكور فيكون مخروط ب ج د هـ مخروط مره ا ب فالخاميط الثلاثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين

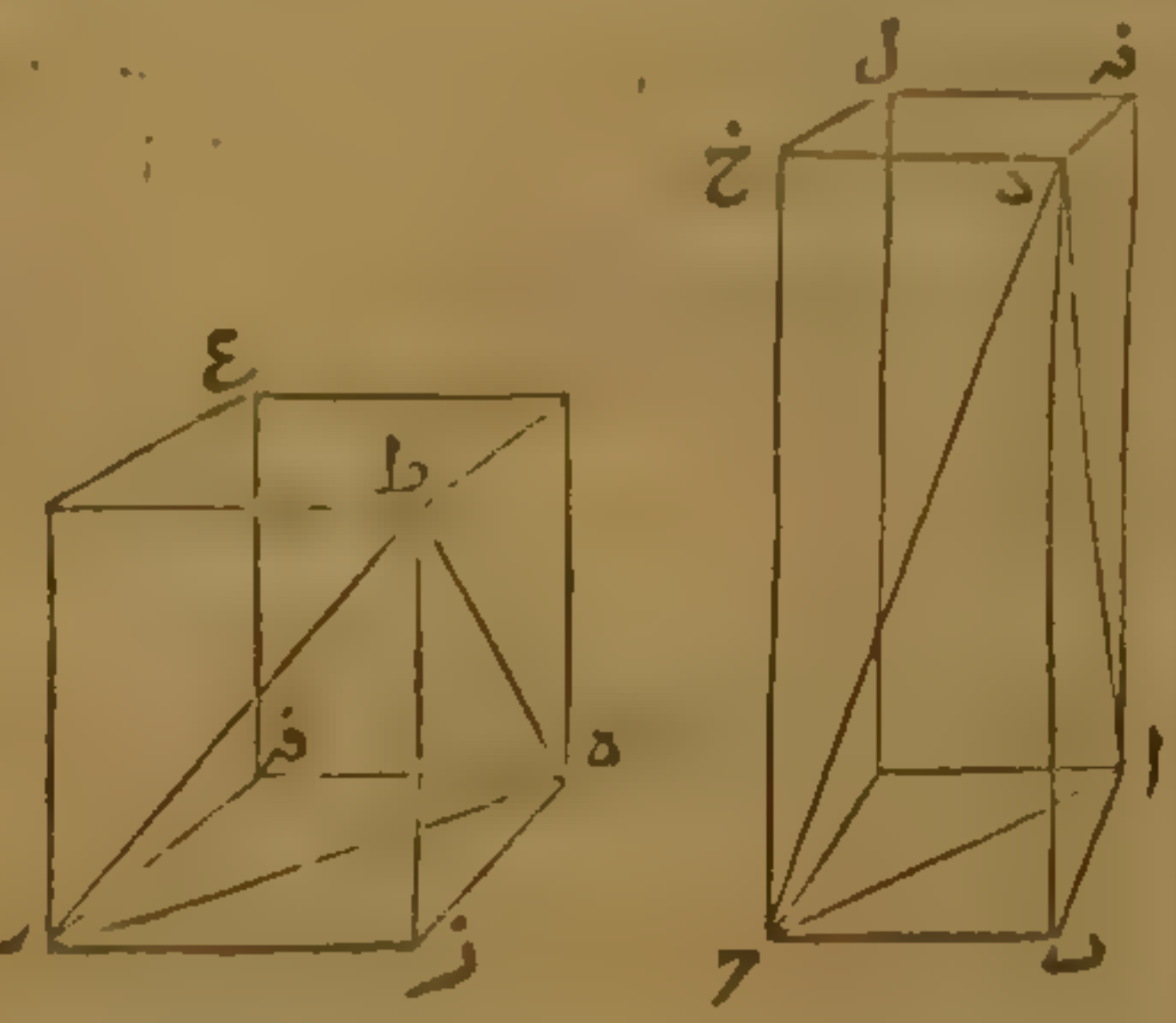


وقد بان منه ان كل مخروط مثلث القاعدة يتم منشورا مثلث القاعدة هو ثلث المنشور

كل مخروطين قاعدة كل منهما مثلث فان كان متساويين كانت قاعدتاها مكافئتين لارتفاعيها وان كانت قاعدتاها مكافئتين لارتفاعيها

متساويين

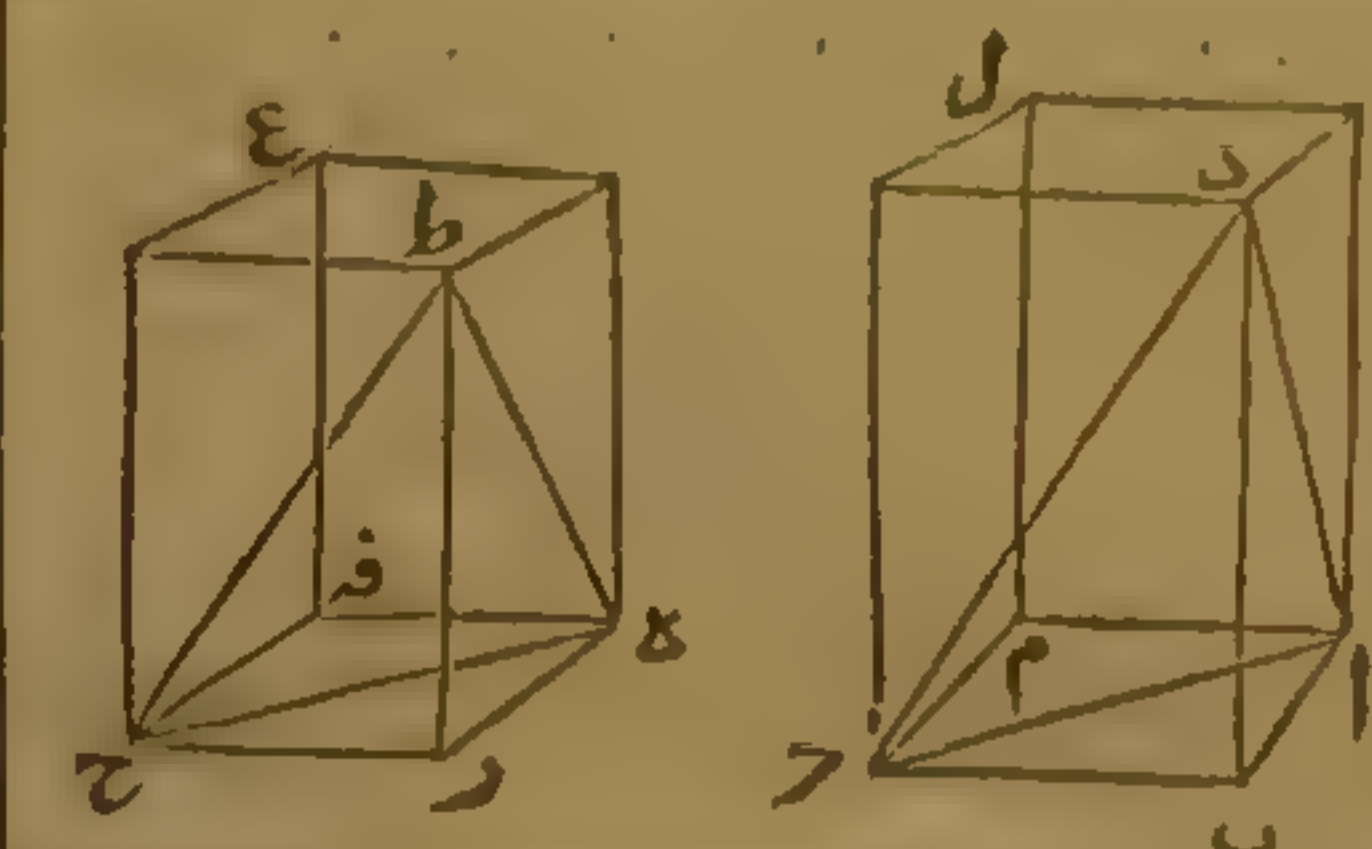
لتكن مثلثا ا ب ج هـ زح قاعدة في مخروطي ا ب ج د هـ زح و هـ زح ط و زاوياها نقطتي د ط فاقول ان المخروطان متساويين قاعدتاها متكافئتين لارتفاعيها برهانها نخرج من نقطتي ا ح خطا ا م ح م موازيين



لخطي ب ح ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاول فيهما يتلاقهان لان زاويتي با ح ا ب اقل من قائمتين بالشكل التاسع عشر من الاول وزاويتي ا ح م ا م تنساويها بالشكل التاسع والعشرين من الاول لتوازي خطوط ا ب م ح ا م ب ح و بمثله نقيم سطوح ب ح ب هـ ا ل حل فيحصل جسم

جسم بل متوازي السطوح لتوازي اضلاعها وبمثله نقيم جسم زفر فكل من الجسمين ينقسم الى منشورين بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر وكل منشور ينقسم الى ثلث مثلثة القواعد بالشكل المتقدم فحجم جسم ب م ل ستة امثال مخروط ا ب ج د هـ زح ستة امثال مخروط هـ زح ط والمخروطان متساويان فالجسمان متساويان وكل جسمين متساويين قاعدتاها متكافئتان لارتفاعيها بالشكل الرابع او الخامس والثلثين من الحادية عشر وارتفاع الجسمين والمخروطين متساويين ونسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة قاعدة ا ب ج الى قاعدة هـ زح كنسبة قاعدة ب م ل الى قاعدة ز هـ ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة قاعدتا المخروطين مكافئتين لارتفاعيها متساويان نقيم مجسمي المخروطين كما مر وهما مجسما ب م ل زفر وقاعدة ب م ل ضعف مثلث ا ب ج وقاعدة ز هـ ط ضعف مثلث هـ زح بالشكل الرابع والثلثين من الاول وارتفاع المخروطين والجسمين متساويان ونسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة قاعدة ب م ل الى قاعدة ز هـ ط كنسبة ارتفاع مجسم زفر الى ارتفاع مجسم ب م ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل الرابع والثلثين او الخامس والثلثين من الحادية عشر مجسما ب م ل زفر متساويان ومجسم ب م ل ستة امثال مخروط ا ب ج د هـ زح ومجسم ز هـ ط ستة امثال مخروط هـ زح ط فالمخروطان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

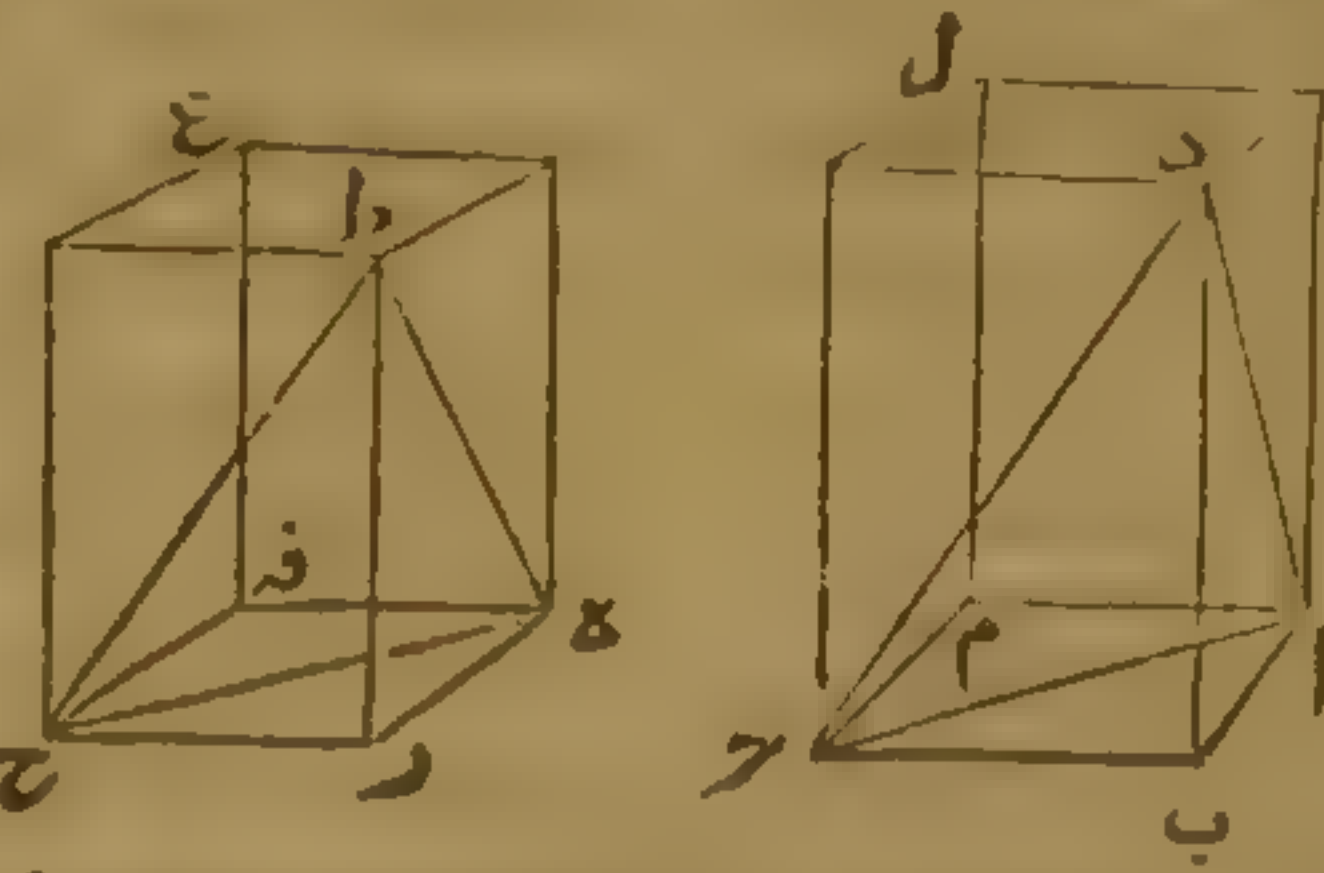
كل مخروطين متشابهين قاعدت مثلث فان نسبة احدهما الى الاخر كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المحيطة به الى نظيره من اضلاع السطوح المحيطة بالاخر مثلثة بالتكرير



لتكن مخروطي ا ب ج د هـ زح و هـ زح ط فاقول ان نسبة مخروط ا ب ج د هـ زح الى مخروط هـ زح ط كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المحيطة باحدهما الى ضلع من

اضلاع السطوح المحبطة بالآخر وليكن كنسبة $\overline{ب\alpha}$ الى $\overline{ن\alpha}$ مثلثة
بالتكرير برهانه فتم مجسم $\overline{ب\alpha}$ من $\overline{ن\alpha}$ كما مر في الشكل فتكون
السطوح المتقابلة من كل واحد منهما متساوية والاضلاع المتقابلة من تلك
السطوح متوازية بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر فتكون
الزوايا المتقابلة من تلك

السطوح متساوية بالشكل
العاشر من الحادية عشر
فبالشكل الواحد
والعشرين من السادسة
تكون السطوح المحبطة
بالمجسمين متشابهة فنسبة



ضلع $\overline{ب\alpha}$ الى ضلع $\overline{ن\alpha}$ مثلثة بالتكرير كنسبة $\overline{ب\alpha}$ الى مجسم $\overline{ن\alpha}$
بالشكل الحادي والثلاثين من الحادية عشر وقد بين في الشكل الثامن
والعشرين من الحادية عشر ان كل مجسم متوازي السطوح ينصف
بمنشورين وفي الشكل السادس بينا ان كل منشور مثلث القاعدة
ينقسم الى ثلاثة مخاريط متساوية مثلث القواعد فمحروط $\overline{اب\alpha}$
سدس مجسم $\overline{ب\alpha}$ ومحروط $\overline{ن\alpha}$ سدس مجسم $\overline{ن\alpha}$ ونسبة الاجزاء
كنسبة الاضلاع بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة محروط
 $\overline{اب\alpha}$ الى محروط $\overline{ن\alpha}$ كنسبة مجسم $\overline{ب\alpha}$ الى مجسم $\overline{ن\alpha}$ كنسبة $\overline{ب\alpha}$ الى
الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم $\overline{ب\alpha}$ الى مجسم $\overline{ن\alpha}$ كنسبة $\overline{ب\alpha}$
الى $\overline{ن\alpha}$ مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة محروط $\overline{اب\alpha}$ الى محروط
 $\overline{ن\alpha}$ كنسبة $\overline{ب\alpha}$ الى $\overline{ن\alpha}$ مثلثة بالتكرير وذلك ما اردنا ان نبين

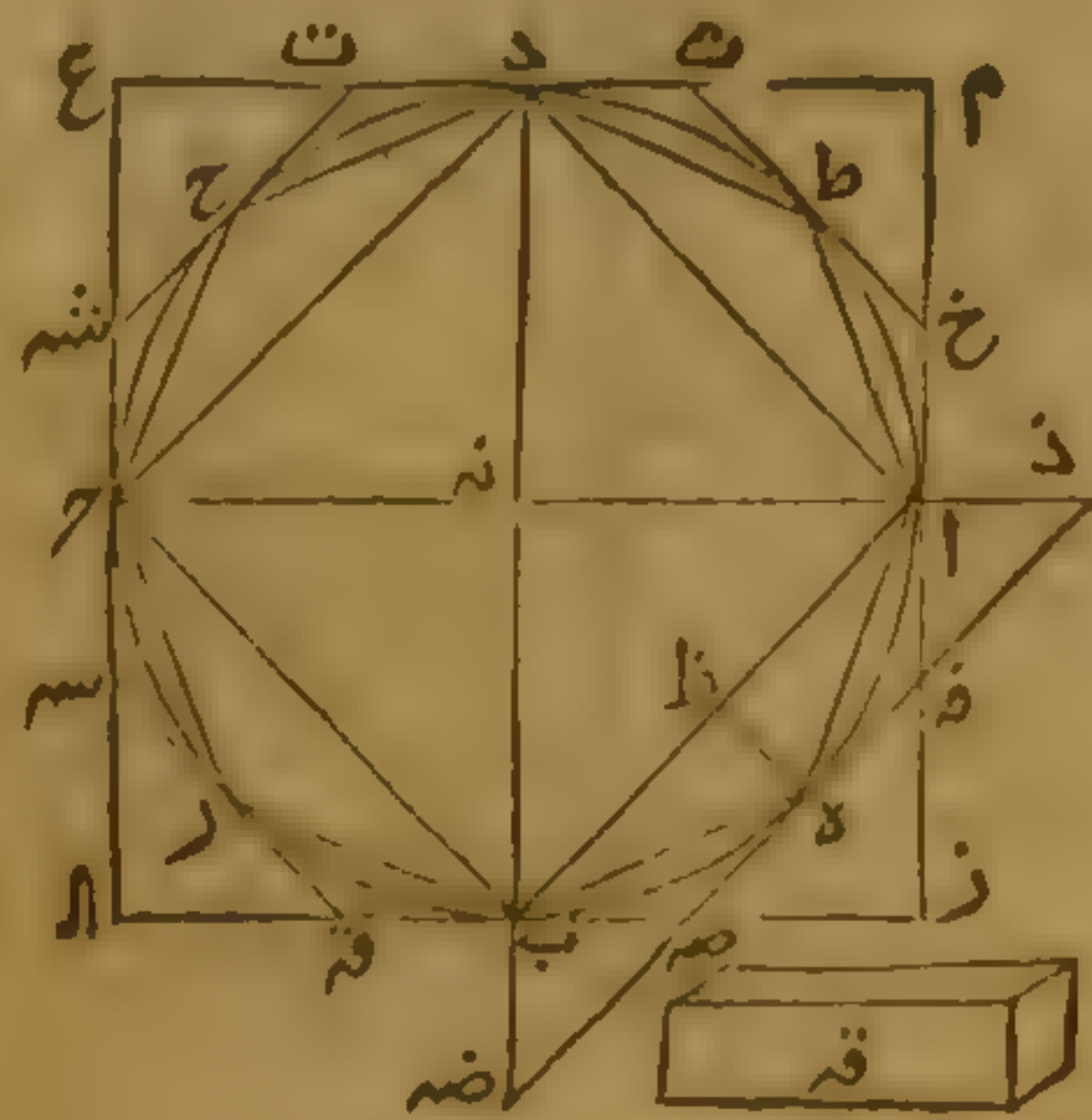
ط

كل اسطوانة مستديرة فار محروطها المستدير

ثلثه

لنكن احدي قاعدتي الاسطوانة المستديرة دائرة $\overline{اب\alpha}$ وهي قاعدة
محروطها المستدير وارتفاعه كارتفاعها فتكون النقطة التي بين راس
المحروط متحدة بمركز الدائرة التي هي لقاعدة الاخرى للاسطوانة
فاقول ان المحروط المستدير كثلثها برهانه فلانه لم يكن كثلثها
لكان اصغر من ثلثها او اعظم وليكن اولا اصغر فالاسطوانة تكون اعظم
من ثلثه اما ان المحروط المستدير فضلها عليه بمجسم $\overline{ق}$ فثلثه امثال
المحروط

المحروط مع مجسم $\overline{ق}$ كالاسطوانة فليمرسط مستويين السطوح
فبفصلها بقسمين وليكن الفصل المشترك بين السطح القاطع وقاعدتي
الاسطوانة وسطها خطوط مستقيمة بالشكل الثالث من الحادية عشر
فالمشترك بينهما وبين القاعدتين قطرها على كل منهما وهما متوازيان
لتوازي القاعدتين فالمشترك بينهما وبين الاسطوانة خطان مستقيمان
بين نهائيهما

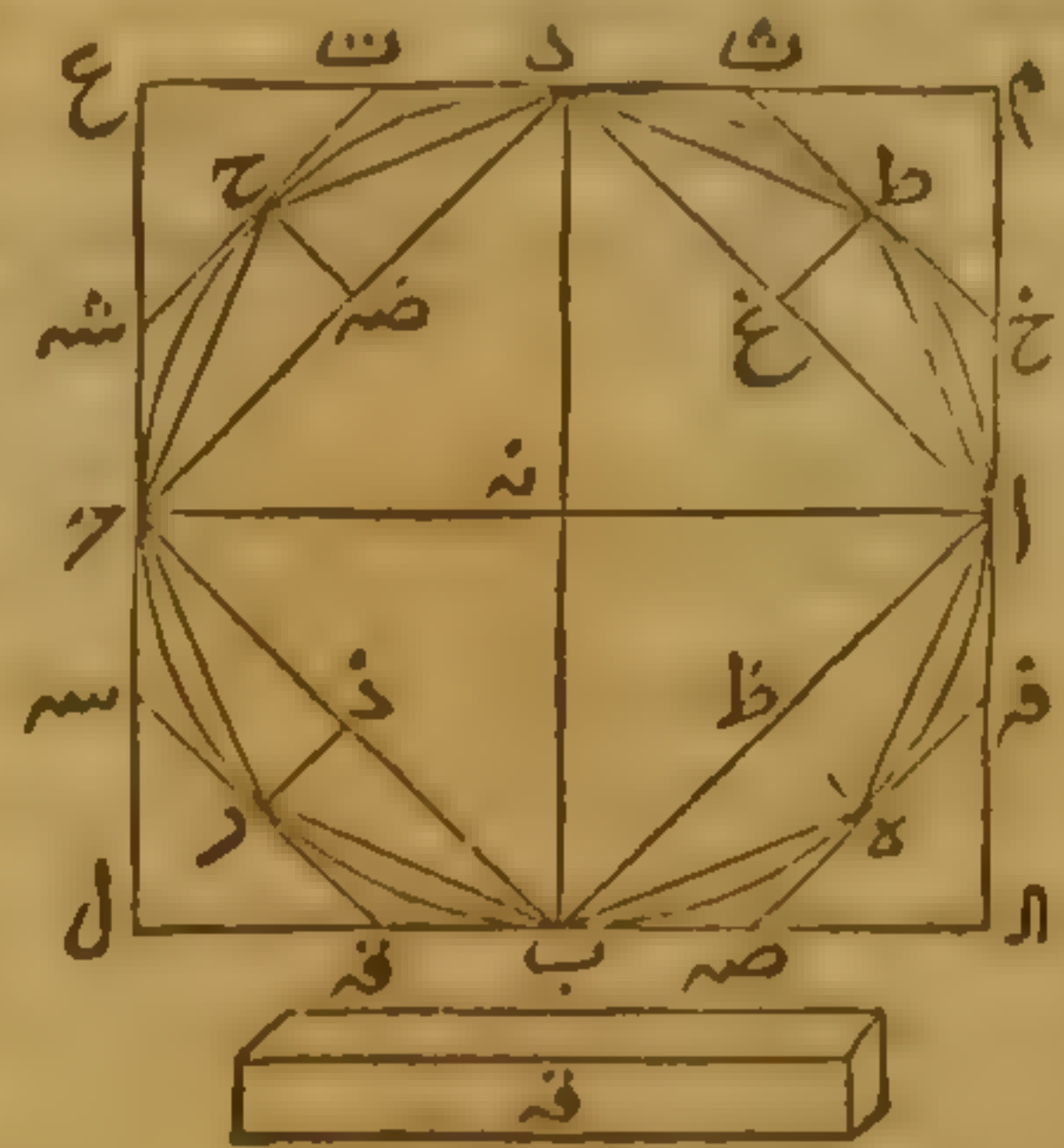


القطرين ونرسم
في قاعدتي $\overline{اب\alpha}$
بالشكل الحادي
من الرابعة وليكن
القطر القاطع قطر
 $\overline{اب\alpha}$ على زوايا قائمة
قطر $\overline{ب\alpha}$ وليربع
التقاطع على نقطة
 $\overline{ن\alpha}$ ولنخرج من
نقطة $\overline{اب\alpha}$ في
القاعدتين اعمدة
 $\overline{از\alpha}$ و $\overline{د\alpha}$ على
اقطار $\overline{اب\alpha}$

بالشكل الحادي عشر من الاولي فتقع الاعمدة خارجة عن القاعدتين
مما منه لهما بالشكل الخامس عشر من الثالثة فبنتهي كل منهما الى
عمودين منها فلبنته $\overline{از\alpha}$ الى $\overline{ب\alpha}$ $\overline{د\alpha}$ على نقطتي $\overline{ز\alpha}$ و $\overline{د\alpha}$ الى $\overline{ب\alpha}$ على
نقطتي $\overline{از\alpha}$ لان كل واحدة من الزوايا التي يحيط بها احد الاعمدة مع
احد الاضلاع $\overline{اب\alpha}$ من قامة فتكون الاضلاع المتقابلة من سطحي
الح محيطين بالقاعدتين متوازية بالشكل الثامن والعشرين من الاولي
فتكون متساوية بالشكل الرابع والثلاثين من الاولي ونصل بين كل
واحدة من النقط الكائنة على اضلاع احد سطحي $\overline{اح}$ وبين النقط
الكائنة على اضلاع السطح الاخر منهما المتقاطر بخط مستقيم فتكون
المخطوط الواصلة متوازية بالشكل الثالث والثلاثين من الاولي فيحدث
مجسم على قاعدة $\overline{اح}$ متوازية السطوح المحبطة به لتوازي اضلاعها
محبطا بالاسطوانة وعلى ارتفاعه واربعه مجسمات متوازية السطوح
بارتفاع الاسطوانة وهي الكائنة على قواعد $\overline{ز\alpha}$ $\overline{ن\alpha}$ $\overline{د\alpha}$ $\overline{ح\alpha}$ وكل من
المجسمات الاربعة منصف بالسطح المار $\overline{اب\alpha}$ $\overline{ب\alpha}$ $\overline{د\alpha}$ الى منشوري
بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فكل من منشورات $\overline{اب\alpha}$ $\overline{د\alpha}$
 $\overline{د\alpha}$ $\overline{ح\alpha}$ اعظم من نصف قطعة الاسطوانة التي ذلك المنشور فيها

فنسبة المخروط الكاين على مثلث $آب$ الى المخروط الكاين على مثلث $آب$ كنسبة مثلث $آب$ الى مثلث $آب$ بالشكل الخامس لكن المثلث كالمثلث فالمخروط مثل المخروط لكن مجموع مخروطي $آب$ $آب$ معاً اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاين على قطعة $آب$ من قاعدة الاسطوانة لان

المحيط اعظم من المحيط
فالمخروط المصليع الكاين
على مثلث $آب$ اعظم
من نصف قطعة
المخروط المستدير
الكاين على قاعدة
 $آب$ وبمثلته تبين في
المخاريط الكاينة على
قواعد $ب ح$ $ب د$ $ب هـ$
ثم ننصف كل واحدة
من قسي $آب$ $ب ح$ $ب د$
اد من قاعدة الاسطوانة



على نقطة $ر ح ط$ بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل
او تاراه $ب ب ر ر ح ح د د ط ط$ فيقع الشكل داخل القاعدة
بالشكل الثامن من الثالثة ونخرج من نقطة $ر ح ط$ سطوحاً متوازية
الاضلاع $آب ب ح د د$ بالشكل الواحد والثلاثين من الاولى ونخرجها
في جهتها فكل منها ينتهي الى ضلعين من اضلاع سطح $آع$ فيحدث مقام
 $ق م ر س هـ ب ت ث خ$ ونخرج من نقطة $ر ح ط$ اعمدة على او تار $آب$
 $ب ح د د$ بالشكل الحادي عشر من الاولى وفي اعمدة $هـ ط ر د ح ح ط ط$
ونصل بين نقطته راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من نقط
 $آ ق م ر س هـ ب ت ث خ ط ز ذ ض غ$ بخط مستقيم
فيحدث ستة عشر مخاريط على مثلثات $آ ط آ هـ ب هـ ض ب ق ر$
 $ب ر د ر س هـ ر د ح ح ض د ت ط د ط غ ا ط ح ا ط غ$
وارتفاع كل واحد منها كارتفاع المخروط المستدير ولان مثلث $آ هـ ط$
اعظم من مثلث $آ هـ$ فالشكل الخامس من المخروط الكاين على قاعدة
 $آ هـ ط$ اعظم من المخروط الكاين على قاعدة $آ هـ$ فنسبة المخروطين كنسبة
القاعدتين وبمجموع المخروطين اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاينة
على قطعة $آ هـ ط$ من قاعدة الاسطوانة فالمخروط المصليع الكاين على قاعدة
 $آ هـ ط$ اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين على قاعدة
 $آ هـ ط$ من قاعدة الاسطوانة وايضا فلان المخروط الكاين على قاعدة

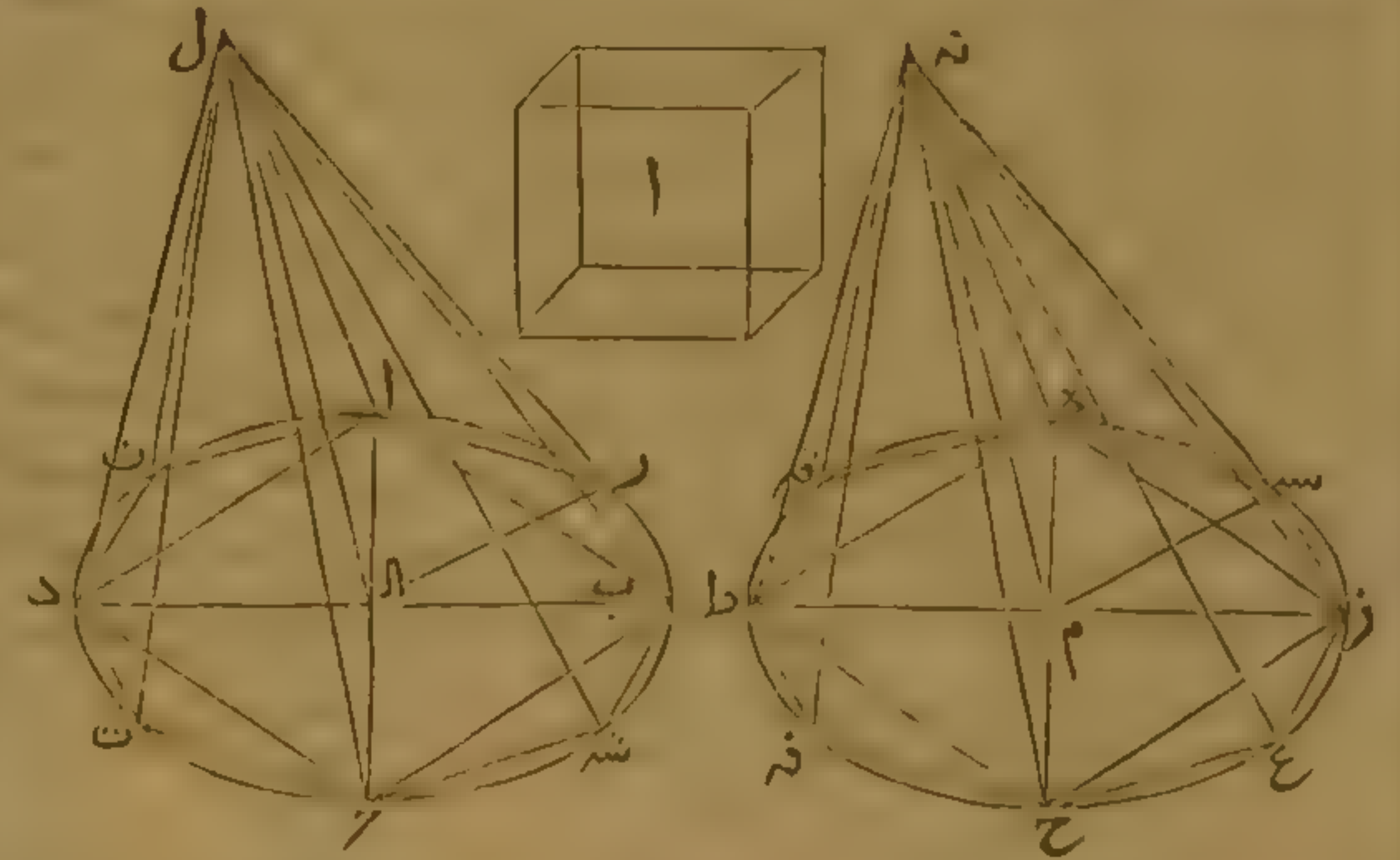
$ب هـ ط$ اعظم من المخروط الكاين على قاعدة $ب هـ ط$ فالمخروطان معا
اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاينة على قطعة $ب هـ ط$ من قاعدة
الاسطوانة وذلك لان المحيط اعظم من المحيط فالمخروط الكاين على مثلث
 $آ هـ ب$ وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من نصف قطعة المخروط
المستدير الكاين على قطعة $آ هـ ب$ من قاعدة الاسطوانة وبمثلته تبين في
باقي المخروطات الكاينة على مثلثات $ب ر ر ح ح د د ط ط$ فلو سلطنا هذه
الطريقة فانه سيبقى من المخروط المستدير بقايا هي اصغر من مجسم $ق$
بالشكل الاول من العاشرة فليبق من المخروط المستدير القطع الكاينة
على قطع $آ هـ ب ب ر ر ح ح د د ط ط$ من قاعدة الاسطوانة وهو ثلث
المنشور الكاين على قاعدة $آ هـ ب ر ر ح ح د د ط ط$ بارتفاع الاسطوانة بالشكل
السادس فهو اصغر من ثلث الاسطوانة وكان اعظم منه هذا خلاف
فالمخروط المستدير ليس باعظم من ثلث الاسطوانة وقد انه ليس
باصغر من ثلثها وهو مساو لثلث الاسطوانة المستدير وارتفاع المخروط
المستدير وذلك ما اردنا ان نبين

٢

كل مخروط واسطوانة مستديرة على دائرة واحدة
هي قاعدتها وسهمها خط واحد يشبهان مخروطا
واسطوانة مستديرين قاعدتهما دائرة واحدة
وسهمها خط واحد غير سهم الاولين فان نسبة
المخروط الى المخروط والاسطوانة الى الاسطوانة
كنسبة خط قاعدتها مثلثة بالتكرير

ليكن مخروطا واسطوانة مستديرين قاعدتهما دائرة $آ ب د$ وسهمهما
ال $آ ل$ يشبهان مخروطا واسطوانة قاعدتهما دائرة $هـ ز ح ط$ وسهمهما $م ن$
فاقول ان نسبة مخروط $آ ب د$ الى مخروط $هـ ز ح ط$ كنسبة قطر $ب د$
الى قطر $ز ط$ مثلثة بالتكرير برهانه فان لم تكن النسبة كما ذكرنا فليكن
نسبة قطر $ب د$ الى خط $ز ط$ مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط $آ ب د$ الى
مجسم اصغر او اكبر من مخروط $هـ ز ح ط$ $م ن$ وليكن اولا الى مجسم اصغر
منه وليكن مجسم $آ$ فزعم في دائرة $هـ ز ح ط$ مربع $هـ ز ح ط$ بالشكل

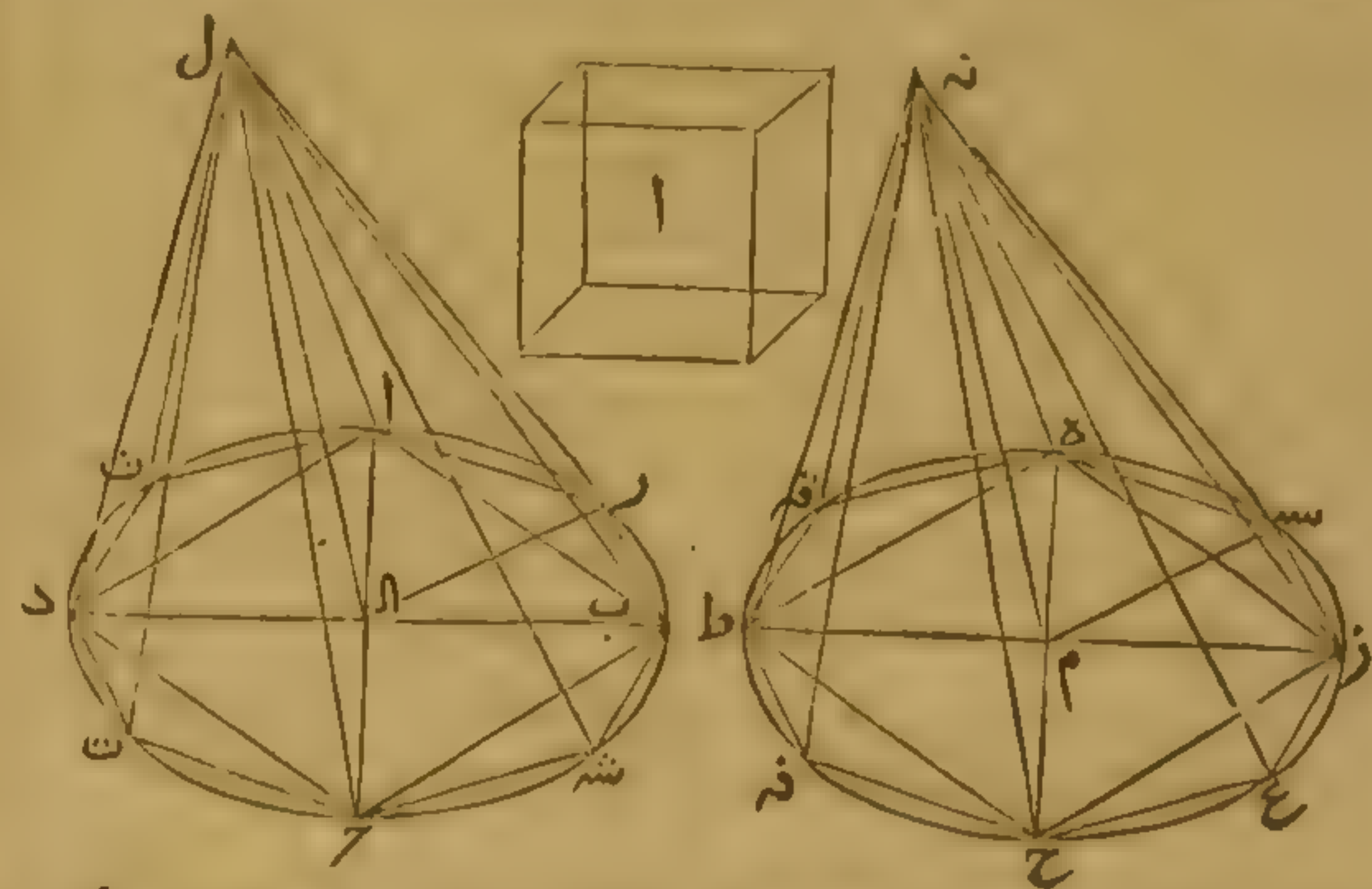
السادس من الرابعة ونصل بين نقطة ن وبين كل واحدة من نقط ح ط
ح ط بخط مستقيم فتكون الخطوط الواصلة في سطح المخروط المستدير
لانا اذا وصلنا بين نقطتي م م م م بخط مستقيم حدث مثلث ن م م
فاذا انبثنا ضلع م م وادركنا المثلث الى ان عاد الى وضعه الاول حفظته



يلازم سطح المخروط بالمساويزة فينطبق على جميع تلك الخطوط والا
لزم احاطة خطين مستقيمين بسطح هذا خلف فحدث مخروطان
مضلعان على قاعدتي ه ز ط ه ز ط بارتفاع المخروط المستدير هما اعظم
من نصف القطعة الكائنة من المخروط المستدير على مربع ه ز ط لما
بينا في الشكل المتقدم وننصف كل واحدة من قسي ه ز ط ح ط ط ه
من محيط دائرة ه ز ط ط بالشكل التاسع والعشرين من التلثة على نقط
س ع ق م ونصل اوتار س س ز ز ع ع ح ح ق ق ط ط م م فتكون واقعة
في دائرة ه ز ط ط بالشكل الثاني من التلثة ونصل بين نقطة ن وبين كل
واحدة من نقط س ع ق م ح ط بخط مستقيم فتكون الخطوط كائنة في
سطح المخروط المستدير لما بينا قبل فيحدث اربعة مخاريط مثلثات
كائنة على قطاع ه س ز ز ع ع ح ح ق ق ط ط بارتفاع المخروط المستدير
وتكون كل واحدة منها اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير
الكائنة على القطع المذكورة لما بينا في الشكل المتقدم فلو سلطنا هذه
الطريقة فانه سببي من المخروط المستدير قطع اقل من مجسم آ بالشكل
الاول من العاشرة ولتكن الباقية قطع المخروط المستدير كائنة على
قطع ه س ز ز ع ع ح ح ق ق ط ط م م فالحروط المضلع الكاين
على قاعدة ه س ز ز ع ع ح ح ق ق ط ط وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من مجسم
آ ولان كل خط مستقيم يصل بين راسي المخروط وبين اي نقطة تفرض
على الاوتار المذكورة يقع داخل المخروط المستدير يكون المخروط
المضلع

المضلع كائنا في داخل المخروط المستدير في دائرة ه ز ط ونرسم في دائرة
اب ح د شكلا كبر الاضلاع شبيها بالشكل الثاني الاضلاع المرسم في دائرة
ه ز ط وهو شكل ارب شه ح د ت وعلبه مخروط مضلع بارتفاع مخروط
اب ح د ال المستدير كما تقدم فهو شبه المخروط المضلع الكاين على قاعدة
ه س ز ز ع ع ح ح ق ق ط ط وذلك لان مخروطي اب ح د ال ه ز ط م م المستديرين
متشابهان فتكون نسبة ال ال الى ب د كنسبة م م الى ز ط وبالابدال بالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة ال ال الى م م كنسبة ب د الى ز ط ونسبة ب ال
الى ز م كنسبة ب د الى ز ط ان نسبة الاجزاء كنسبة الاضلاع بالشكل
الخامس عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ال ال
الى م م كنسبة ب ال الى ز م وكل واحدة من زاويتي ب ال ز م ز م قائمة
فبالشكل السادس من السادسة تصير الزوايا الباقية من مثلثي ب ال
ز م م متساوية والاضلاع المناظرة من المثلثين متساوية بالشكل الرابع
من السادسة ويمثله تبيين ان مبلي ر ال س م م متشابهان ولان نسبة
ب ال الى ز م كنسبة ر ال الى ز م بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ر ال الى
س م كنسبة ر ال الى ز م بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة ب ال الى ز م كنسبة ر ال الى س م وزوايا ب ال ز م س
متساويتان من مثلثي ب ال ز م س فالزوايا الباقية منهما متساوية بالشكل
السادس من السادسة فبالشكل الرابع من السادسة الاضلاع المتناظرة
متناسبة فمما متشابهان فنسبة ب ر الى ز س كنسبة ب ال الى ز م وكانت
نسبة كل واحد من ب ال ر ال الى ز م س كنسبة كل الى نظيره كنسبة ب ال الى ز م
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ر الى ز س كنسبة ب ال الى ز م
ونسبة ر ال الى س م كنسبة ب ال الى ز م متشابهان ويمثله تبيين ان جميع
المثلثات المحيطة بمخاريط المحيطة بس م م م متشابهة كل لنظيره لكن
نسبة مخروط ب ر ال الى مخروط ز س م م كنسبة ب ال الى ز م مثلثة
بالتكرير بالشكل الثامن وكانت نسبة د ب الى ز ط كنسبة ب ال الى ز م
فنسبة ب د الى ز ط كنسبة ب ال الى ز م فنسبة ب د الى ز ط مثلثة بالتكرير
كنسبة ب ال الى ز م مثلثة بالتكرير فنسبة مخروط ب ر ال الى مخروط
ز س م م كنسبة ب د الى ز ط مثلثة بالتكرير بالشكل الحادي عشر من
الخامسة ونسبة جميع المقدمات الى جميع التوالي كنسبة مقدم الى تاليه
بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة المخروط المضلع الكاين
على قاعدة ارب شه ح د ت الى المخروط المضلع الكاين على قاعدة
ه س ز ز ع ع ح ح ق ق ط ط كنسبة مخروط ب ر ال الى مخروط ز س م م وكانت
نسبة ب د الى ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط ب ر ال الى مخروط
ز س م م فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المضلع
الكاين على قاعدة ارب شه ح د ت الى المخروط المضلع الكاين على
قاعدة

قاعدة سـ نزع حفظ قـ كنسبة بـ الى مـ مثلثة بالتكثير وكانت
نسبة مـ خروط أ ب ح د هـ المستدير الى جـ كنسبة بـ الى مـ مثلثة
بالتكثير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المضلع
الكائين على قاعدة أ م س ح د ث الى المخروط المضلع الكائين على قاعدة

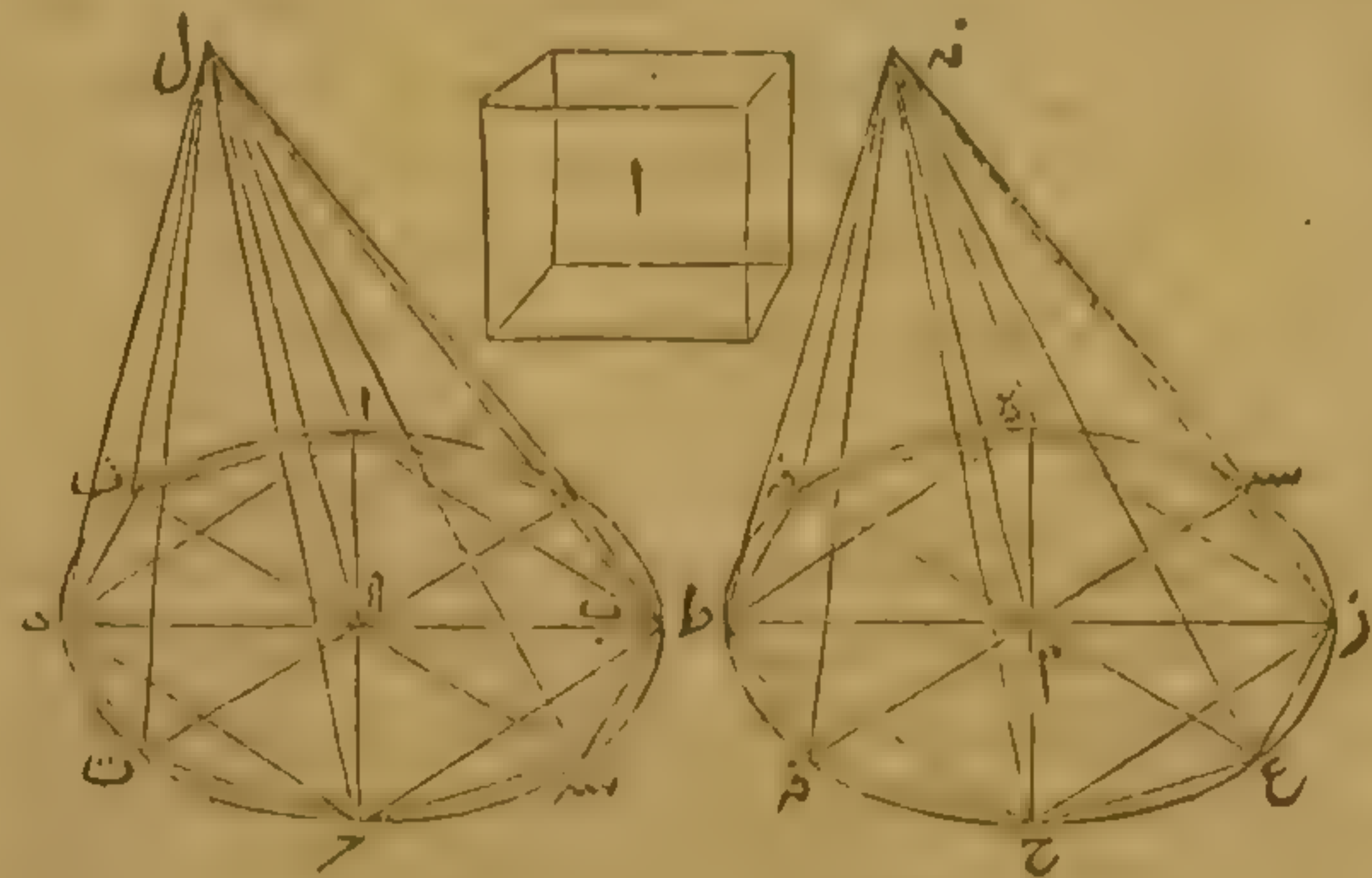


وسنخرج فقطرة كنسبة المخروط أ ب ح د أ ل المستدير أ ل إلى ج ح م أ ل ك ن
 المخروط الكاين على قاعدة أ ر ش ح د ث أصغر من مخروط أ ب ح د أ ل
 المستدير فالمخروط المصّلع الكاين على قاعدة أ ر ش ح د ث وسنخرج فقطرة أصغر من
ج ح م أ ل بالشكل الرابع عشر من الخامسة وكان أعظم منه هذا خلف
 فلبست نسبة قطر ب د إلى قطر ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط
أ ب ح د أ ل إلى ج ح م أصغر من مخروط أ ر ش ح د ث م ن ولا إلى ج ح م أعظم
 منه والا لكانت نسبة ب د إلى ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط
أ ب ح د أ ل إلى ج ح م أعظم من مخروط أ ر ش ح د ث م ن وليكن هو ج ح م أ ل
 فبالخلاف والتقديم نسبة ج ح م أ ل إلى مخروط أ ب ح د أ ل كنسبة ز ط
 إلى ب د مثلثة بالتكرير ولتكن نسبة مخروط أ ر ش ح د ث م ن إلى ج ح م أ ل
 كنسبة ز ط إلى ب د مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة
 نسبة ج ح م أ ل إلى مخروط أ ب ح د أ ل كنسبة مخروط أ ر ش ح د ث م ن إلى ج ح م
 ما لکن ج ح م أ ل أعظم من مخروط أ ر ش ح د ث م ن فمخروط أ ب ح د أ ل أعظم من
 ذلك الج ح م بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندير مثل ما دبرنا ونبين
 الخلف بمثل ما بينا فلبست نسبة قطر ب د إلى قطر ز ط مثلثة بالتكرير
 كنسبة مخروط أ ب ح د أ ل إلى ج ح م أصغر أو أعظم من مخروط أ ر ش ح د ث م ن
 فهي كنسبة مخروط أ ب ح د أ ل إلى ج ح م يساوي مخروط أ ر ش ح د ث م ن
 ونسبة مخروط أ ب ح د أ ل إلى مخروط أ ر ش ح د ث م ن كنسبة ج ح م أ ل يساوي
 مخروط أ ر ش ح د ث م ن بالشكل الرابع من الخامسة مثلثة بالتكرير كنسبة
 مخروط

مخروط أب حد ال إلى مخروط وخرج ط م ن و بمثله تعيين الحكم في الاسطوانتين
الا انا نفصل الاسطوانة الى المنشوران او نقول ان نسبة الاجزاء كنسبة
الاضعاف ونتم البيان بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

نسبة مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة
واحدة وسهمهما واحد الى مخروط واسطوانة
مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة وسهمهما واحد كل
الى نظيره وارتفاع الشكل واحد كنسبة قاعدة
الاولين الى قاعدة الاخرين

ليكن مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة واحدة أ ب د
وسمهما ا ل ومخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة هـ ز ح ط
وسمهما م ن وارتفاع كل واحد منهما بقدر واحد فاقول ان نسبة
مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة أ ب د الى مخروط



واسطوانة مستديرة قاعدتهما دائرة ونحط كنسبة دائرة ا ب ح د الي
دائرة و ن ح ط كل لنظيرة برهانه فان لم يكن النسبة كذلك لكانت
نسبة دائرة ا ب ح د الي دائرة و ن ح ط كنسبة مخروط ا ب ح د الي مجسم
اصغر من مخروط و ن ح ط او اعظم وليكن اولا الي مجسم اصغر وليكن
مجسم

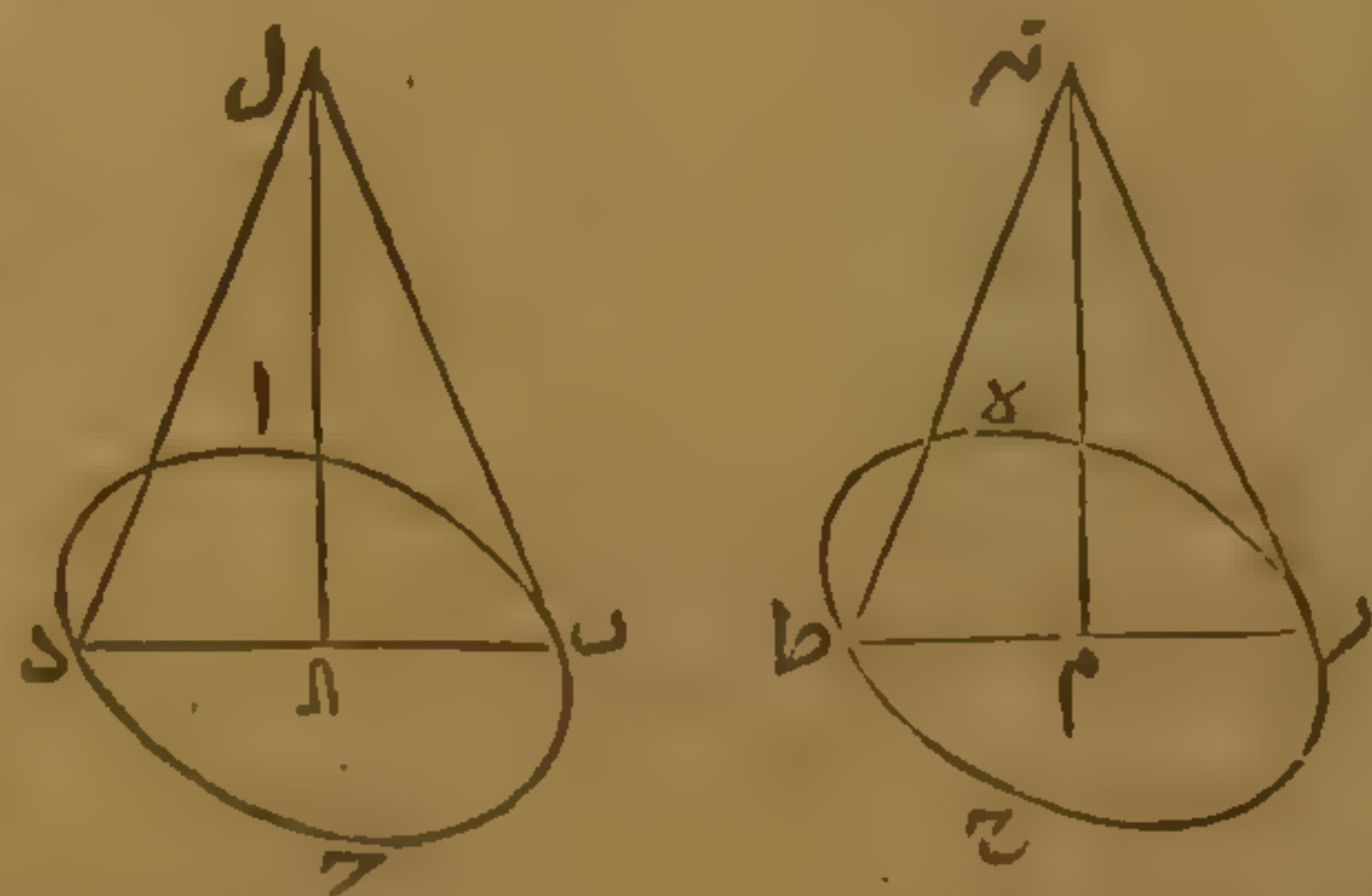
التي هي شروط وجوب خمسة لا يبرر وعنده تبين ان كان يهدل المحرمان
اسطواناتان مستديرتان الا انا يبدل المحاريط بالمناشير او نبين بالشكل
الخامس عشر من الخامسة فان نسبة الاجزاء كنسبة الازعاف
المتساوية العدة وذلك ما اردنا ان نبين

پ

کل مخروطین مستدیرین واسطه ——— طوائفین
مستدیرتین فان کانا متساویتین کانت قاعدتاها
مکافیتین لارتفاعهما واربع کانت قاعدتاها
مکافیتین لارتفاعهما کانا متساویتین ———

لكن قاعدة احد المخروطين او الاسطوانتين دائرة أ ب د وسهمه ال وقاعدة الاخر دائرة هـ ر ح ط وسهمه م ن فاقول ان مخروط أ ب د ال ال واسطوانته ان كانا مساويا لمخروط هـ ر ح ط وسهمه م ن واسطوانته كل لنظرة كانت نسبة قاعدة أ ب د الى قاعدة هـ ر ح ط كنسبة ارتفاع م ن الى ارتفاع ال وبالعكس برهانه فلان مخروط أ ب د ال ال ان كان مساويا لمخروط هـ ر ح ط وسهمه م ن فلا يخلو اما ان يكون ارتفاع ال مساويا لارتفاع م ن او لمكانا الارتفاعان متساويتين فنسبة المخروط الى المخروط حينئذ تكون لنسبة

القاعدة الى
القاعدة النظير
من النظير
بالشكل المتقدم
والمخروطان
متساويان
بالغرض
فالقاعدتان
متساويتان

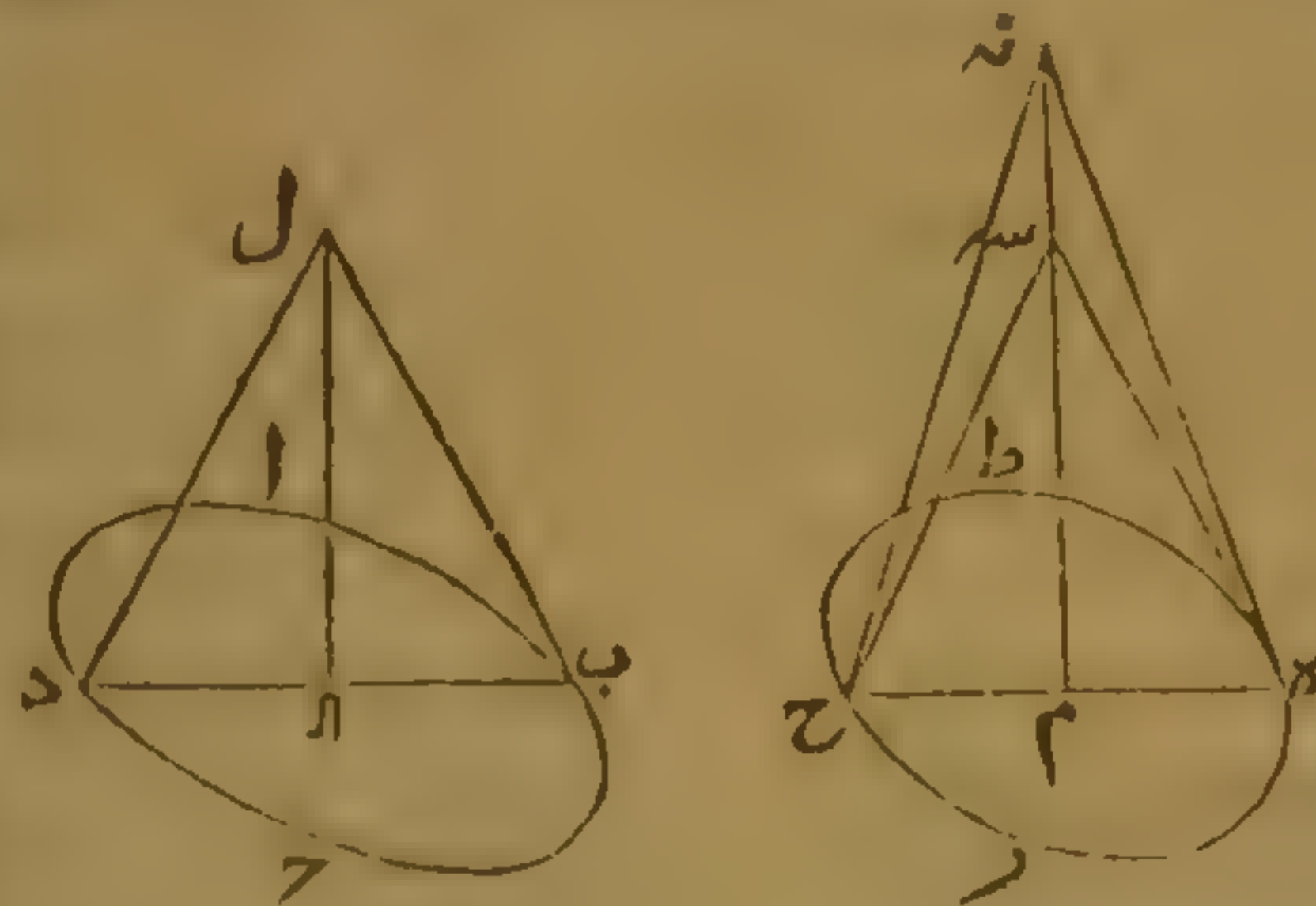


والارتفاعان متساويان بالغرض فنسبة قاعدة $\overline{أ ب}$ ح د الى قاعدة $\overline{م ن}$ ح ط كنسبة ارتفاع $\overline{م ن}$ الى ارتفاع $\overline{أ ل}$ ومثله تبين في الاسطوانتين ان كان ارتفاعهما متساويين . وان لم يكن ارتفاع $\overline{أ ل}$ كان ارتفاع $\overline{م ن}$ وليكن ارتفاع $\overline{م ن}$ اعظم من ارتفاع $\overline{أ ل}$ فنغصل من $\overline{م ن}$ $\overline{م س}$ مساويا لارتفاع $\overline{أ ل}$

هل

الثانية عشر

ال بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة θ مثلا وبين كل واحدة من نقطتي μ بخط مستقيم فيحدث مثلث $\theta\mu\sigma$ زاوية $\theta\mu\sigma$ منه قائمة منبث ضلع $\mu\sigma$ وندير المثلث الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث مخروط $\theta\mu\sigma$ المستدير مساويا ارتفاعه لارتفاع مخروط



اب ح د ال
 فنسبة قاعدة
اب ح د ال
 قاعدة ا و ح ط
 كنسبة محروط
ا ح د ال ال
 محروطه ح م س
 بالشكل
 المتقدم لان
 امر نفاعها

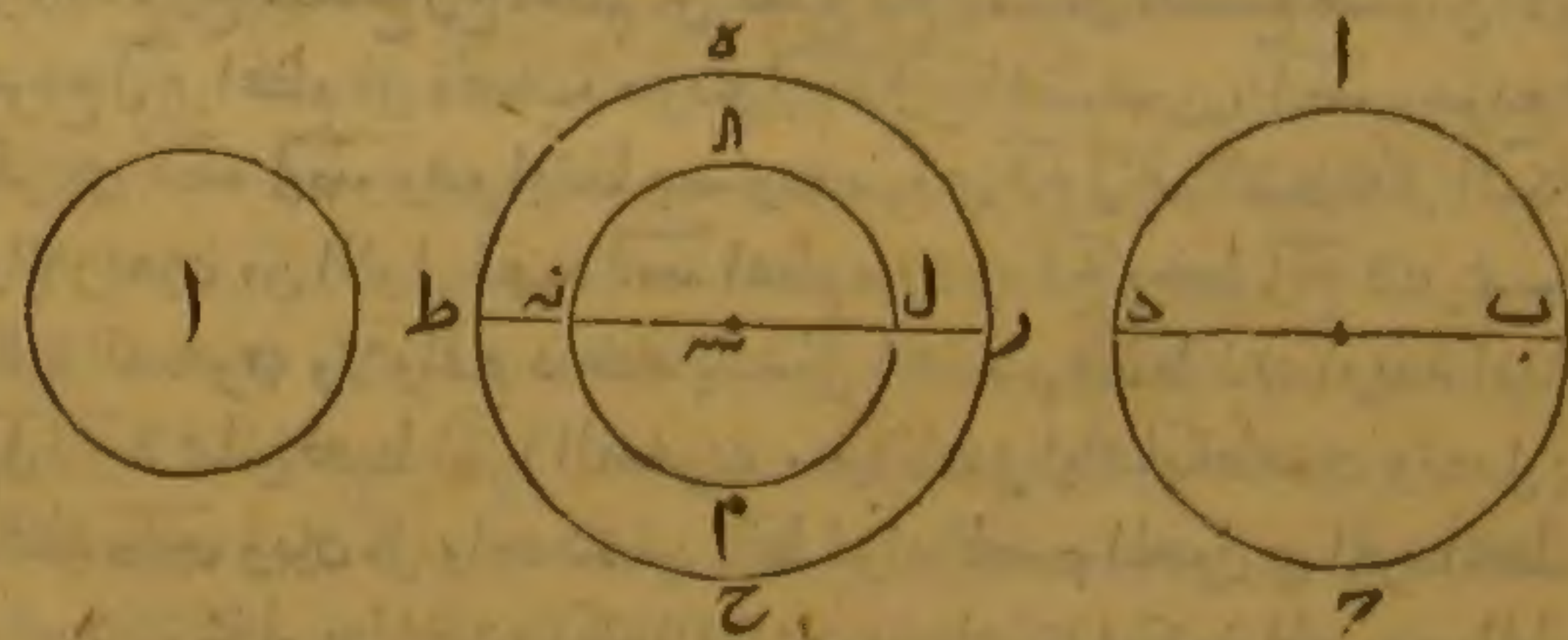
[illegible]

تلك المخاريط . ولان عدد القواعد في الجسمين متساويتين ونسبة
اضلاع قواعد احد الجسمين من الدواير الواقعة في كرتيه كنسبة
اضلاع قواعد الجسم الآخر النظائير الي الدواير الواقعة في كرتيه وزوايا
السطوح المحيطة بتلك ايضا متساوية لانها تقع علي قسي متشابهة
فتكون المخاريط الواقعة في الجسمين متشابهة وقاعدة كل مخروط
من تلك المخاريط مثلث ضلعان من كل مثلث من تلك المثلثات
نصف قطر الكرة ونسبة كل مخروط مثلث القاعدة الي مخروط آخر
كذلك كنسبة ضلع من اضلاع قاعدته الي نظيره من اضلاع قاعدة
الآخر مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن فنسبة مخروط احد الجسمين
الي مخروط نظيره من الجسم الآخر كنسبة نصف قطر كرتيه الي نصف
قطر كرة الجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة الاضلاع متساوية
العدة كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة مخروط
من احد الجسمين الي مخروط آخر نظيره من الجسم الآخر كنسبة قطر
كرتيه الي كرة الجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة مقدم واحد الي تاليه
كنسبة جميع المقدمات الي جميع القوالي بالشكل الثالث عشر من الخامسة
فنسبة احد الجسمين الي الجسم الآخر كنسبة قطر كرتيه الي قطر كرة
الآخر مثلثة بالتكرير . وذلك ما اردنا ان نبين

۱۰

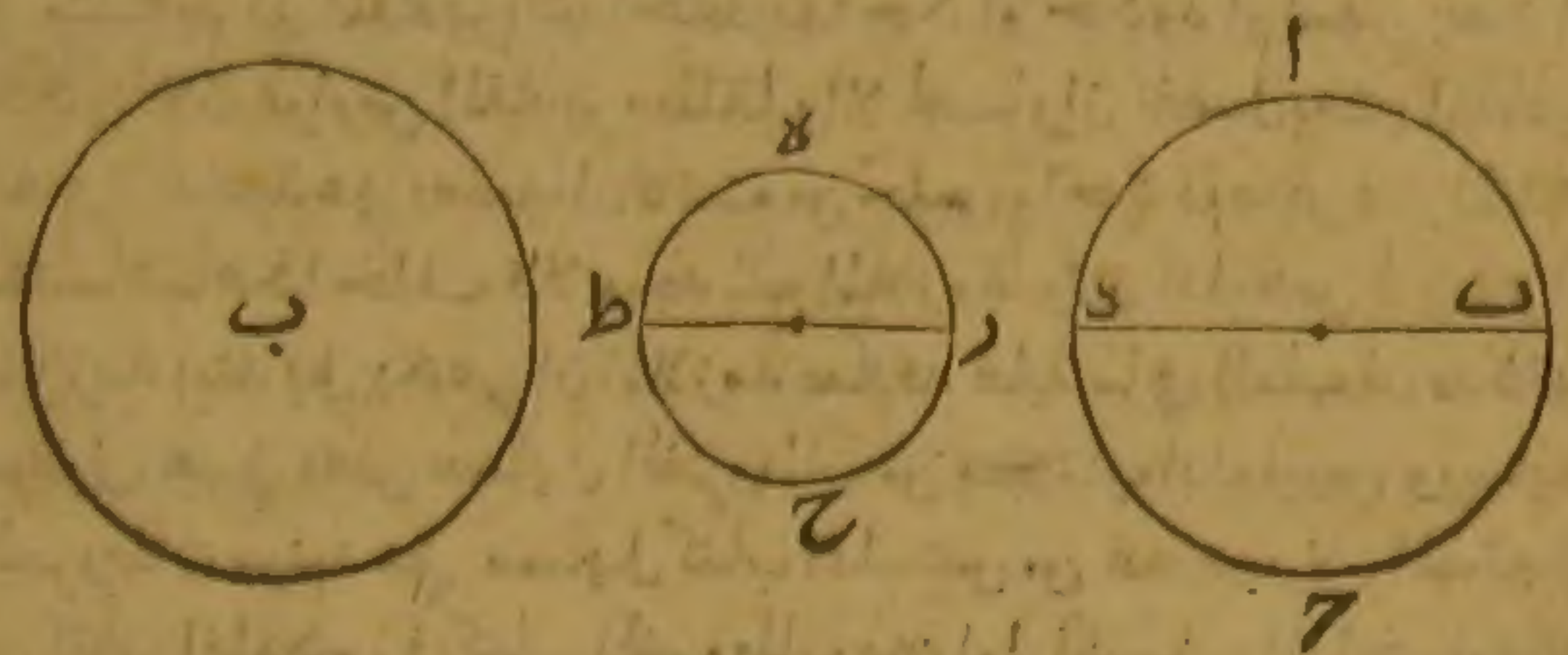
كل كرتين نسبة احديهما الى الاخرى كنسبة
قطرها الى قطر الكرة الاخرى مثلثة بالتكرير *

لِيَكُنْ أَبَدٌ مَرَحٌ كَرْتَيْنِ قَطْرَ أَحَدِهِمَا بَدٌ وَقَطْرَ الْآخَرِي رَطٌ فَاَقُولُ
أَنَّ نِسْبَةَ كُرَةِ أَبَدٍ إِلَى كُرَةِ مَرَحٍ كَنِسْبَةِ قَطْرِ بَدٍ إِلَى قَطْرِ رَطٍ مِثْلُثَةٌ



بالتكرير . برهانه فلانه لو لم تكون نسبة كرة $\overline{أ ب د}$ الى كرة $\overline{ه ر ح ط}$
كنسبة قطر $\overline{ب د}$ الى قطر $\overline{ر ط}$ مثلثة بالتكرير لكانت نسبة كرة $\overline{أ ب د}$
الى كرة $\overline{أ خ ر}$ اصغر من كرة $\overline{ه ر ح ط}$ او اعظم منها كنسبة قطر $\overline{ب د}$ الى قطر
 $\overline{ر ط}$

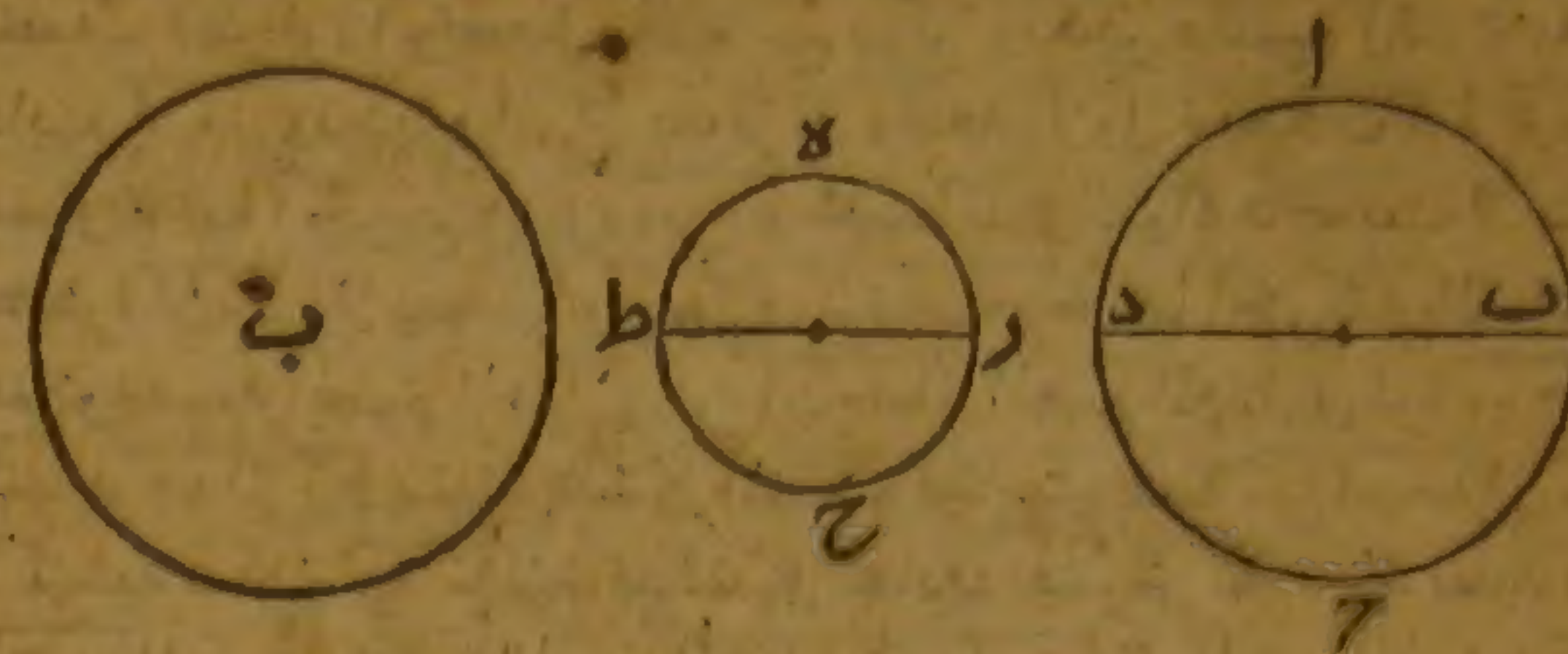
رط مثلثة بالتكرير وليكن اولا الي كرة اصغر من كرة مرحط وليكن في
كرة آ وليكن نقطة س مركز كرة مرحط فنصل من ر س مساويا
 لنصف قطر كرة آ ونجعل نقطة س مركز وندير عليه لانه نصف
 دائرة الام ونديره الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث كرة الام نه
 مساوية لكرة آ ونرسم في كرة مرحط مجسما كثير القواعد بحيث لا يمس
كرة الام ولا يفصلها ونرسم في كرة اب د مجسما آخر كثير القواعد
 فتكون نسبة المجسم المعول في كرة اب د الي المجسم المعول في كرة مرحط
 كنسبة ب د الي رط مثلثة بالشكل المتقدم فكانت نسبة كرة اب د الي كرة
 ا كنسبة ب د الي رط مثلثة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة كرة
اب د الي كرة آ كنسبة المجسم المعول في كرة اب د الي المجسم المعول في كرة
مرحط فنسبة كرة اب د الي المجسم المعول في كرة اب د كنسبة كرة آ الي
المجسم المعول في كرة مرحط بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن كرة
اب د اعظم من المجسم المعول في كرة اب د فكرة آ اعظم من المجسم المعول
 في كرة مرحط هذا خلف لانه المجسم المعول في كرة مرحط اعظم من
كرة الام نه فهو اعظم من كرة آ ايضا فليست نسبة ب د الي رط مثلثة
 كنسبة كرة اب د الي كرة اصغر من كرة مرحط . ولا الي كرة اعظم من كرة
مرحط والا فليكن كنسبتها الي كرة اعظم من كرة مرحط وليكن في كرة ب
 فبالخلاف نسبة رط الي ب د مثلثة كنسبة كرة ب الي كرة اب د وليكن



نسبة كرة $\overline{هـ}$ $\overline{ح}$ ط الى كرة $\overline{آ}$ $\overline{خ}$ $\overline{ي}$ كنسبة $\overline{ر}$ ط الى $\overline{ب}$ $\overline{د}$ فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة كرة $\overline{ب}$ الى كرة $\overline{أ}$ $\overline{ب}$ $\overline{د}$ كنسبة كرة $\overline{هـ}$ $\overline{ح}$ ط الى كرة $\overline{ب}$ لكن
كرة $\overline{ب}$ اعظم من كرة $\overline{هـ}$ $\overline{ح}$ ط فكرة $\overline{أ}$ $\overline{ب}$ $\overline{د}$ اعظم من كرة $\overline{ب}$ بالشكل الرابع من
الخامسة فندير مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فنسبة كرة $\overline{أ}$ $\overline{ب}$ $\overline{د}$
الى كرة $\overline{هـ}$ $\overline{ح}$ ط كنسبة قطر $\overline{ب}$ الى قطر $\overline{ر}$ $\overline{ط}$ مثلثة بالتكوير وذلك ما
اردنا ان نـ

وقد اورد علي قوله لو لم تكون نسبة كرة $\frac{1}{2}$ مرحة كنسبة قطر $\frac{1}{2}$ بد الي قطر $\frac{1}{2}$ رط مثلثة لكانت نسبة كرة $\frac{1}{2}$ بد الي كرة $\frac{1}{2}$ اخرى اعظم من كرة $\frac{1}{2}$ مرحة كنسبة قطر $\frac{1}{2}$ بد الي قطر $\frac{1}{2}$ رط مثلثة لكانت كنسبة كرة $\frac{1}{2}$ بد الي كرة $\frac{1}{2}$ اخرى

اخرى اعظم من كره مخرج ط او اصغر منها ان الملازمة غير بينه بل
الملازمة البينة ان يقال لو لم تكن نسبة الكرة الى الكرة كنسبة قطر ب د الى



قطر ط مثلثة لكانت نسبة كره ا ب ح د الى مجسم اصغر او اكبر من كره
مخرج ط كما قال في نظائره لان النسبة من عوارض بالذات دون الاشكال لما
لم يبرهن على امكان وجود كره تساوي اي مجسم يفرض لا تثبت الكم بهذا
الوجه والبرهان على امكان وجود ذلك مبني على اصول ابلونيوس
المذكور في المخروطات اقول قال اقليدس في صدر المقالة الخامسة النسبة
اضافة ما في القدرين متدربين من جنس واحد وقال المقادير التي
تقال ان بين بعضها وبعض النسبة هي التي قد يمكن اذا ضوعفت ان
نفصل بعضها على بعض فالنسبة من عوارض المقادير المتناهية من حيث
هي متناهية الى المقادير التي احاط بها حد او حدود واسمى بحد او
حدود لان عوارض المقادير مطلقا والا لجاز ان نفصل بعض المقادير
الغير المتناهية على بعضها ان كانت من جنس واحد فيصير غير المتناهي
متناهيا هذا خلف فلا وجه لمنع الملازمة ولان اقليدس لم يدع ان
الملازمة بينه بل يدعي ان الملازمة صادقة غاية ما في الباب ان صدقها
موقوف على بعض مسايل المخروطات من كتاب ابلونيوس ورسايل
المخروطات مبني على مسايل كتاب اقليدس من غير دور لان المستعمل
من كتاب اقليدس في كتاب المخروطات بين اول الكتاب الى اخر المقالة
السادسة وشي يسير من المقالة الحادية عشر

تمت المقالة الثانية عشر

ولله الحمد وحده على ما وافق وساعد

